

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

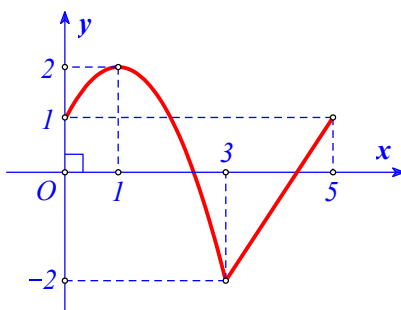
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-1		2		$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 2)$ B. $(0; 3)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(3; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị liên tục trên đoạn $[0; 5]$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

- A. 2. B. 5. C. -2. D. 0.

Câu 3: Gọi $F(x)$ là họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \sin x + C, (C \in \mathbb{R})$ B. $F(x) = -\sin x + C, (C \in \mathbb{R})$
 C. $F(x) = \cos x + C, (C \in \mathbb{R})$ D. $F(x) = -\cos x + C, (C \in \mathbb{R})$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$ là

- A. $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$ B. $\vec{n}_2 = (1; 2; 3)$
 C. $\vec{n}_3 = (-1; 0; 1)$ D. $\vec{n}_4 = (1; 0; -2)$

$$D: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $M(1;2;-3)$ **B.** $N(2;-1;1)$ **C.** $P(-1;-2;3)$ **D.** $Q(-2;1;-1)$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4;-1;2)$ và có bán kính $R=4$ có phương trình

- A.** $(x+4)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$ **B.** $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 8$
C. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ **D.** $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$

Câu 7: Cho hai biến cố A và B . Biết $P(AB)=0,2$ và $P(B)=0,5$. Xác suất của biến cố A với điều kiện B bằng

- A.** 0,01 **B.** 0,1 **C.** 0,4 **D.** 0,7

Câu 8: Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của 40 điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- A.** 2,5 **B.** 7,5 **C.** 5 **D.** 3

Câu 9: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.** [14;15) **B.** [15;16) **C.** [16;17) **D.** [17;18)

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$; $x=b$ được tính bằng công thức nào sau đây?

- A.** $S = \int_a^b f(x) dx$ **B.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$ **C.** $S = \int_a^b f(x) dx$ **D.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 11: Xét mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 2,25. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A.** 1,125 **B.** 4,5 **C.** 5,0625 **D.** 1,5

Câu 12: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 8,4%/năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 3 lần số tiền gửi ban đầu.

- A.** 10 năm **B.** 14 năm **C.** 8 năm **D.** 11 năm

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 3 = 0$ và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

(P) A(1;0;1)

a) Mặt phẳng đi qua điểm

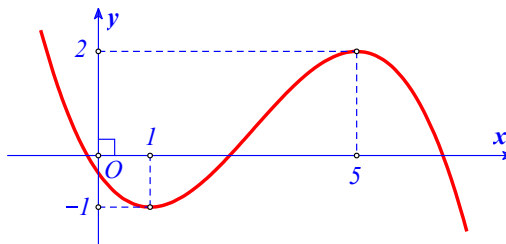
(1;1;-1) (d)

b) Vector có tọa độ là một vector chỉ phương của đường thẳng

c) Tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) là (1;-1;0)

d) Đường tròn tâm $I(1;2;3)$ tiếp xúc mặt phẳng (P) có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{14}}{14}$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị như hình vẽ.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng (1;5)

b) Tổng cực đại và cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 1.

c) $f(3) \cdot f(6) < 0$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ bằng $f(1)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3$ có đồ thị (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ $x_M = -1$.

a) Với bất kì $x_0 \in \mathbb{R}$: $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

b) Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

c) Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm M bằng 6.

d) Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M cắt đường thẳng $d: y = 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 4.

Câu 4: Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỷ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40% của số công nhân nữ, tỷ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55% của số công nhân nam. Chọn ngẫu nhiên một công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

a) Xác suất của biến cố \bar{A} là 0,2.

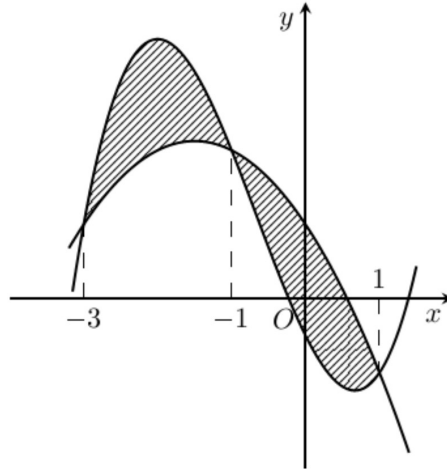
b) Xác suất của biến cố B là $0,43$.

c) A và B là hai biến cố độc lập.

d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.

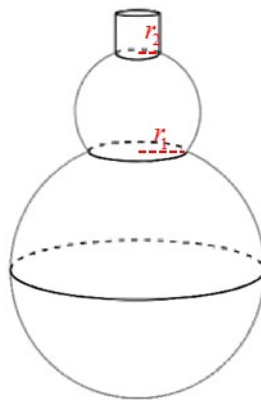
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng bao nhiêu?

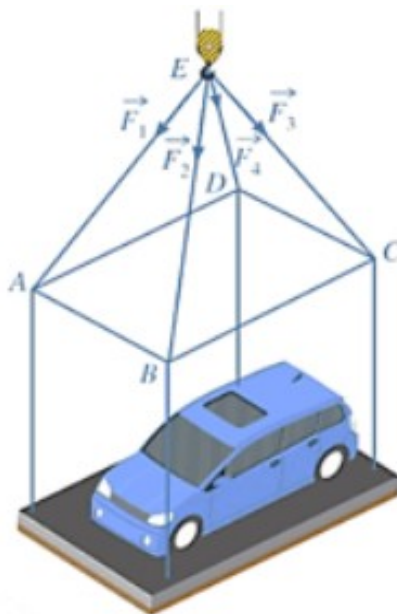
Câu 2. Người ta cắt hai hình cầu có bán kính lần lượt là $R = 13 \text{ cm}$ và $r = \sqrt{41} \text{ cm}$ và một phần của mặt trụ để làm bình hồ lô đựng rượu như hình vẽ dưới đây. Biết giao của hai hình cầu là đường tròn có bán kính $r_1 = 5 \text{ cm}$ và cổ của hồ lô là một hình trụ có bán kính đáy $r_2 = \sqrt{5} \text{ cm}$, chiều cao bằng 4 cm (tham khảo hình vẽ minh hoạ bên dưới).



Giả sử độ dày của hồ lô không đáng kể, khi ấy hồ lô đựng được tối đa bao nhiêu lít rượu? (biết 1 lít bằng 1 dm^3 , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

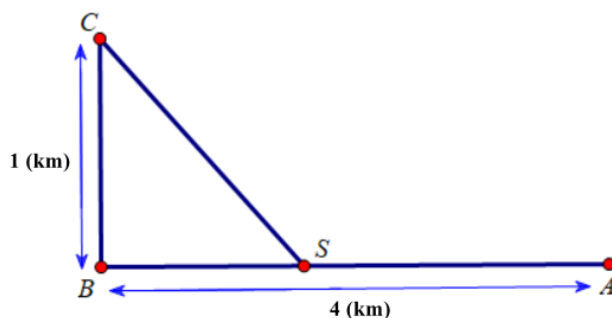
Câu 3. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt

phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là 1550 N (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Áo sơ mi Canifa trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 96% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và chỉ có 5% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu không vượt qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5. Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến vị trí C một hòn đảo. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến đất liền là $BC = 1(km)$, khoảng cách từ A đến B là $AB = 4(km)$. Người ta chọn một vị trí điểm S nằm giữa A và B để nối đường dây điện đi từ A đến S , rồi từ S đến C như hình vẽ dưới đây. Chi phí cho mỗi km dây điện trên đất liền là 3000 USD và mỗi km dây điện đặt ngầm dưới biển là 5000 USD. Hỏi điểm S phải cách điểm A bao nhiêu km để chi phí nối đường dây điện là thấp nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và song song với d_2 . Tính khoảng cách từ điểm $M(2; -1; -3)$ đến (P) . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐÁP ÁN

Câu 1: Dựa vào hình vẽ, ta suy ra diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^1 [g(x) - f(x)] dx$$

$$= \int_{-3}^{-1} \left[ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} \right] dx - \int_{-1}^1 \left[ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} \right] dx$$

Trong đó phương trình $ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$ (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Phương trình (1) có nghiệm là $-3; -1; 1$ nên ta có hệ phương trình sau

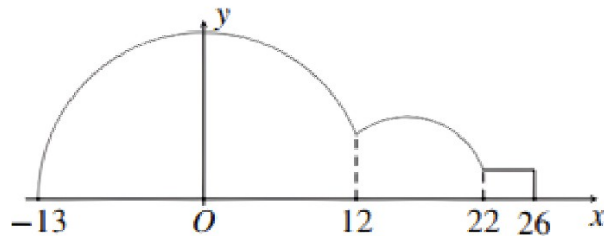
$$\begin{cases} -27a + 9(b-d) - 3(c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ -a + (b-d) - (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \\ a + (b-d) + (c-e) - \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27a + 9(b-d) - 3(c-e) = \frac{3}{2} \\ -a + (b-d) - (c-e) = \frac{3}{2} \\ a + (b-d) + (c-e) = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ (b-d) = \frac{3}{2} \\ (c-e) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \int_{-3}^{-1} \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right] dx - \int_{-1}^1 \left[\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \right] dx = 2 - (-2) = 4$$

Câu 2: Thiết diện bởi hai mặt cầu có bán kính $r_1 = 5$ cm. Do đó, khoảng cách từ thiết diện đến tâm của hai mặt cầu lần lượt là $d_1 = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ và $d_2 = \sqrt{41 - 5^2} = 4$.

Thiết diện của mặt trụ và mặt cầu thứ hai có bán kính $r_2 = \sqrt{5}$ cm. Do đó khoảng cách từ thiết diện đến mặt cầu thứ hai là $d_3 = \sqrt{41 - 5} = 6$.

Từ các điều trên, ta thiết lập được hệ trục Oxy như hình vẽ sau:



Thể tích bình rọu là thể tích của hình khi xoay quanh trục Ox . Ta có:

Phương trình đường tròn chứa cung cong lớn là: $x^2 + y^2 = 169 \Rightarrow y = \sqrt{169 - x^2}$

Phương trình đường tròn chứa cung cong nhỏ là: $(x - 16)^2 + y^2 = 41 \Rightarrow y = \sqrt{41 - (x - 16)^2}$

Thể tích bình rượu là

$$V = \pi \int_{-13}^{12} (169 - x^2) dx + \pi \int_{12}^{22} [41 - (x - 16)^2] dx + \pi \int_{22}^{26} (\sqrt{5})^2 dx$$

$$= \pi \left(\frac{8750}{3} + \frac{950}{3} + 20 \right) = \frac{9760}{3} \pi \approx 10220,6 (cm^3) \approx 10,2 (lit)$$

Câu 3. Gọi P là trọng lượng toàn bộ. Ta có:

$$\frac{P\sqrt{2}}{4} - \frac{P \cdot 2}{4\sqrt{3}} = 725 \Leftrightarrow P = \frac{2900}{\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}} = 11174,77 (N)$$

Khối lượng ô tô: $11174,77 - 1550 \approx 9625 (N)$

Câu 4. Vì chỉ có 5% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu không vượt qua được lần kiểm tra thứ hai nên đã có 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu và tiếp tục vượt qua được lần kiểm tra thứ hai.

Gọi A là biến cố: "qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A) = 0,96$

Gọi B là biến cố: "qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,96 = \frac{114}{125} \approx 0,91$$

Ta có

Câu 5. Đặt $SA = x (km), 0 \leq x \leq 4 \Rightarrow SB = 4 - x (km)$

Ta có $SC = \sqrt{1 + (4 - x)^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 17}$

Chi phí nổi dây điện trên đất liền là $T_1 = 3000x$

Chi phí nổi dây điện ngầm dưới biển là $T_2 = 5000\sqrt{x^2 - 8x + 17}$

Do đó tổng số chi phí là $T = T_1 + T_2 = 3000x + 5000\sqrt{x^2 - 8x + 17}$

Xét hàm số $f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 8x + 17}$ trên $[0; 4]$

Ta có $f'(x) = 3 + \frac{5x - 20}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} = 20 - 5x \Leftrightarrow x = \frac{13}{4}$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{13}{4}$	4	
f'(x)		-	0	+
f(x)		↘ ↗		
		16		

Dựa vào BBT ta thấy $\min_{[0;4]} f(x) = 16$ tại $x = \frac{13}{4}$.

Vậy $T_{\min} = 16000 (USD)$ tại $x = \frac{13}{4} \approx 3,25 (km) \approx 3,3 (km)$

Câu 6. Ta có vec tơ pháp tuyến của (P) là $n = [u_1; u_2] = (1; 5; 8)$

Suy ra phương trình $(P): x + 5y + 8z + d = 0$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2; 6; -2) \in d_1 \Rightarrow 2 + 5 \cdot 6 + 8 \cdot (-2) + d = 0 \Leftrightarrow d = -16$

Suy ra phương trình $(P): x + 5y + 8z - 16 = 0$

Vậy $d(M; (P)) = \frac{|2 - 5 - 24 - 16|}{\sqrt{1 + 25 + 64}} = \frac{\sqrt{10}}{6} \approx 0,53$