

ĐỀ CƯƠNG GIỮA KÌ 1- TOÁN 8-THCS TÂN ĐỊNH

A.PHẦN ĐẠI SỐ

I. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Điền các đơn thức thích hợp vào dấu “...” để được đẳng thức đúng:

- a) $(2x - \dots)(\dots + 2xy + \dots) = 8x^3 - y^3$
b) $125x^3 + \dots + \dots + \dots = (5x+1)^3$

Hướng dẫn giải:

- a) $(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) = 8x^3 - y^3$
b) $125x^3 + 75x^2 + 15x + 1 = (5x+1)^3$

Câu 2: Điền dấu “x” vào ô trống thích hợp:

Câu	Đúng	Sai	Câu	Đúng	Sai
a) $(x - 1)^2 = 1 - 2x + x^2$			b) $-16x + 32 = -16(x + 2)$		
c) $(x + 2)^2 = x^2 + 2x + 4$			d) $-(x - 5)^2 = (-x + 5)^3$		
e) $a - b(b - a) = (b - a)^2$			f) $-(x - 3)^3 = (-x + 5)^3$		
g) $-x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$			h) $(x^3 - 1) : (x - 1) = x^2 + 2x + 1$		
i) $-3x - 6 = -3(x - 2)$			j) $(x^3 + 8) : (x^2 - 2x + 4) = x + 2$		

Hướng dẫn giải:

Câu	Đúng	Sai	Câu	Đúng	Sai
a) $(x - 1)^2 = 1 - 2x + x^2$	X		b) $-16x + 32 = -16(x + 2)$		X
c) $(x + 2)^2 = x^2 + 2x + 4$		X	d) $-(x - 5)^2 = (-x + 5)^3$		X
e) $a - b(b - a) = (b - a)^2$		X	f) $-(x - 3)^3 = (-x + 5)^3$		X
g) $-x^2 + 6x - 9 = -(x - 3)^2$	X		h) $(x^3 - 1) : (x - 1) = x^2 + 2x + 1$		X
i) $-3x - 6 = -3(x - 2)$		X	j) $(x^3 + 8) : (x^2 - 2x + 4) = x + 2$	X	

Câu 3: Các đẳng thức sau đúng hay sai:

$$\begin{aligned}(x - 3y)^3 &= (3y - x)^3 & (2x - y)^3 &= 8x^3 + 6xy^2 - 12x^2y - y^3 \\ x^2 + 4 &= (x + 2)(x - 2) & (4x^2 - y^2) : (2x + y) &= 2x - y\end{aligned}$$

Hướng dẫn giải:

$$(x - 3y)^3 = (3y - x)^3 \quad S$$

$$(2x - y)^3 = 8x^3 + 6xy^2 - 12x^2y - y^3 \quad Đ$$

$$x^2 + 4 = (x + 2)(x - 2) \quad S$$

$$(4x^2 - y^2) : (2x + y) = 2x - y \quad Đ$$

Câu 4: Hãy nối mỗi biểu thức của cột 1 với một biểu thức bằng nó ở cột 2:

Cột 1	Cột 2
A) $(x - 2)(x^2 + 4x + 4)$	a) $x^3 - 8$
B) $(x^2 + 8x + 16) : (x + 4)$	b) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$
	c) $x + 4$

Hướng dẫn giải:

A) nối với b)

B) nối với c)

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Thu gọn.

1) $x^2 - 4 - (x + 2)^2$;

2) $(x + 2)(x - 2) - (x - 3)(x + 1)$;

3) $(x - 2)(x + 2) - (x - 2)(x + 5)$;

4) $(6x + 1)^2 + (6x - 1)^2 - 2(6x + 1)(6x - 1)$;

5) $(5y - 3)(5y + 3) - (5y - 4)^2$;

6) $(2x + 1)^2 + 2(4x^2 - 1) + (2x - 1)^2$;

7) $(x - 3)(x + 3) - (x - 3)^2$;

8) $(x - 1)^2(x + 2) - (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$;

9) $4x(x - 3) - 3x(2 + x)$;

10) $2x(5x + 2) + (2x - 3)(3x - 1)$;

11) $(x - 1)^2 - (x + 2)(x - 2)$;

12) $5y(2y - 1) - (3y + 2)(3 - 3y)$;

13) $(6x + 1)^2 - 2(6x + 1)(6x - 1) + (6x - 1)^2$;

14) $(2x + 3) - 2(2x + 3)(x - 2) + (x - 2)^2$;

Hướng dẫn giải:

1) $x^2 - 4 - (x + 2)^2 = x^2 - 4 - x^2 - 4x - 4 = -4x - 8$

2) $(x + 2)(x - 2) - (x - 3)(x + 1) = x^2 - 4 - (x^2 + x - 3x - 3) = x^2 - 4 - x^2 - x + 3x + 3 = 2x - 1$

3) $(x - 2)(x + 2) - (x - 2)(x + 5)$

$= x^2 - 4 - (x^2 + 5x - 2x - 10)$

$$=x^2 - 4 - x^2 - 5x + 2x + 10 = -3x + 6$$

$$4) (6x+1)^2 + (6x-1)^2 - 2(6x+1)(6x-1)$$

$$=(6x+1)^2 - 2(6x+1)(6x-1) + (6x-1)^2 = (6x+1-6x+1)^2 = 2^2 = 4;$$

$$5) (5y-3)(5y+3) - (5y-4)^2 = 25y^2 - 9 - 25y^2 + 40y - 16 = 40y - 25;$$

$$6) (2x+1)^2 + 2(4x^2-1) + (2x-1)^2$$

$$=(2x+1)^2 + 2(2x+1)(2x-1) + (2x-1)^2$$

$$=(2x+1+2x-1)^2 = (4x)^2 = 16x^2$$

$$7) (x-3)(x+3) - (x-3)^2 = x^2 - 9 - x^2 + 6x - 9 = 6x - 18$$

$$8) (x-1)^2(x+2) - (x-2)(x^2+2x+4)$$

$$=(x^2-2x+1)(x+2) - (x^3-8)$$

$$=x^3+2x^2-2x^2-4x+x+2-x^3+8=-3x+10;$$

$$9) 4x(x-3) - 3x(2+x) = 4x^2 - 12x - 6x - 3x^2 = x^2 - 18x$$

$$10) 2x(5x+2) + (2x-3)(3x-1) = 10x^2 + 4x + 6x^2 - 2x - 9x + 3 = 16x^2 - 7x + 3$$

$$11) (x-1)^2 - (x+2)(x-2) = x^2 - 2x + 1 - x^2 + 4 = -2x + 5$$

$$12) 5y(2y-1) - (3y+2)(3-3y)$$

$$=10y^2 - 5y - (9y - 9y^2 + 6 - 6y)$$

$$=10y^2 - 5y - 9y + 9y^2 - 6 + 6y = 19y^2 - 8y - 6;$$

$$13) (6x+1)^2 - 2(6x+1)(6x-1) + (6x-1)^2 = (6x+1-6x+1)^2 = 2^2 = 4$$

$$14) (2x+3) - 2(2x+3)(x-2) + (x-2)^2 = (2x+3-x+2)^2 = (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

Câu 2. Chứng tỏ giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến:

- a) $(2x+5)^3 - 30x(2x+5) - 8x^2$
 b) $(3x+1)^2 + 12x - (3x+5)^2 + 2(6x+3)$
 c) $(3x-2)(9x^2+6x+4) - 3(9x^3-2)$
 d) $(3x+5)^2 + (6x+10)(2-3x) + (2-3x)^2$
 e) $(x+4)(x-4) - 2x(3+x) + (x+3)^2$
 f) $(3x-5)(2x+11) - (2x+3)(3x+7)$

Hướng dẫn giải:

- a) $(2x+5)^3 - 30x(2x+5) - 8x^2$
 $= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125 - 60x^2 - 150x - 8x^2$
 $= 125.$
 b) $(3x+1)^2 + 12x - (3x+5)^2 + 2(6x+3)$
 $= 9x^2 + 6x + 1 + 12x - 9x^2 - 30x - 25 + 12x + 6$
 $= -18.$
 c) $(3x-2)(9x^2+6x+4) - 3(9x^3-2)$
 $= 27x^3 - 8 - 27x^3 + 6$
 $= -2.$
 d) $(3x+5)^2 + (6x+10)(2-3x) + (2-3x)^2$
 $= 9x^2 + 30x + 25 + 12x - 18x^2 + 20 - 30x + 4 - 12x + 9x^2$
 $= 49.$
 e) $(x+4)(x-4) - 2x(3+x) + (x+3)^2$
 $= x^2 - 16 - 6x - 2x^2 + x^2 + 6x + 9$
 $= -7.$
 f) $(3x-5)(2x+11) - (2x+3)(3x+7)$
 $= 6x^2 + 33x - 10x - 55 - 6x^2 - 14x - 9x - 21$
 $= -72.$

Câu 3. Phân tích đa thức thành nhân tử

- 1) $5x - 5y$
- 2) $5x^2y^2 + 15x^2y + 30xy^2$
- 3) $y - x^2y - 2xy^2 - y^3$
- 4) $x^2 - 10x + 25$
- 5) $x^2 - 64$
- 6) $125x^3 + 27$

- 7) $2xy - x^2 - y^2 + 16$
- 8) $(x - 2)(x - 3) + (x - 2) - 1$
- 9) $3(x - 1) + 5(1 - x)$
- 10) $ax - 2x - a^2 + 2a$
- 11) $x^4 - 4(x^2 + 5) - 25$
- 12) $5x^2 + 5xy - x - y$
- 13) $x^3 - 4x^2 - 12x + 27$
- 14) $x^2 - 5x + 6$
- 15) $64x^4 + 1$
- 16) $5x^2 - 8x - 4$
- 17) $81a^2 - 6bc - 9b^2 - c^2$
- 18) $2x^2 - 12x + 18 + 2xy - 6y$
- 19) $4xy - 4y^2 + 25 - x^2$
- 20) $x^2 + 4x - 4y^2 + 8y$
- 21) $x^3 + 2x^2y + xy^2 - 16x$
- 22) $x^4 - x - 14$
- 23) $(x^2 - 2x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 5) - 8$
- 24) $(x + y)^2 - 25(x + y) + 24$
- 25) $x^{11} + x^{10} + \dots + x^2 + x + 1$

Hướng dẫn giải:

- 1) $5x - 5y = 5(x - y)$
- 2) $5x^2y^2 + 15x^2y + 30xy^2 = 5xy(xy + 3x + 6y)$
- 3) $y - x^2y - 2xy^2 - y^3 = y(1 - x^2 - 2xy - y^2) = y[1 - (x + y)^2] = y(1 + x + y)(1 - x - y)$
- 4) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$
- 5) $x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$
- 6) $125x^3 + 27 = (5x)^3 + 3^3 = (5x + 3)(25x^2 - 15x + 9)$
- 7) $2xy - x^2 - y^2 + 16 = 16 - (x^2 - 2xy + y^2) = 4^2 - (x - y)^2 = (4 + x - y)(4 - x + y)$

$$8) (x-2)(x-3) + (x-2) - 1 = x^2 - 5x + 6 + x - 2 - 1 = x^2 - 4x + 3 = (x-1)(x-3)$$

$$9) 3(x-1) + 5(1-x) = -3(1-x) + 5(1-x) = 2(1-x)$$

$$10) ax - 2x - a^2 + 2a = (ax - 2x) - (a^2 - 2a) = x(a-2) - a(a-2) = (x-a)(a-2)$$

$$11) x^4 - 4(x^2 + 5) - 25$$

$$= x^4 - 4x^2 - 45$$

$$= x^4 - 4x^2 + 4 - 49$$

$$= (x^2 - 2)^2 - 7^2$$

$$= (x^2 - 9)(x^2 - 5)$$

$$= (x-3)(x+3)(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$$

$$12) 5x^2 + 5xy - x - y = (5x^2 + 5xy) - (x + y) = 5x(x+y) - (x+y) = (5x-1)(x+y)$$

$$13) x^3 - 4x^2 - 12x + 27 = (x^3 + 27) - (4x^2 + 12x)$$

$$= (x+3)(x^2 - 3x + 9) - 4x(x+3) = (x+3)(x^2 - 7x + 9)$$

$$14) x^2 - 5x + 6$$

$$= x^2 - 2x - 3x + 6$$

$$= x(x-2) - 3(x-2)$$

$$= (x-2)(x-3)$$

$$15) 64x^4 + 1$$

$$= 64x^4 + 16x^2 + 1 - 16x^2$$

$$= (8x^2 + 1)^2 - (4x)^2$$

$$= (8x^2 + 1 - 4x)(8x^2 + 1 + 4x)$$

$$= (8x^2 - 4x + 1)(8x^2 + 4x + 1)$$

$$16) 5x^2 - 8x - 4$$

$$= 5x^2 - 10x + 2x - 4$$

$$= 5x(x-2) + 2(x-2)$$

$$= (x-2)(5x+2)$$

$$17) 81a^2 - 6bc - 9b^2 - c^2$$

$$= 81a^2 - (9b^2 + 6bc + c^2)$$

$$= (9a)^2 - (3b + c)^2$$

$$= (9a - 3b - c)(9a + 3b + c)$$

$$18) 2x^2 - 12x + 18 + 2xy - 6y$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9 + xy - 3y)$$

$$= 2(x^2 - 6x + 9) + (xy - 3y)$$

$$= 2(x - 3)^2 + y(x - 3)$$

$$= 2(x - 3)(x - 3 + y)$$

$$19) 4xy - 4y^2 + 25 - x^2$$

$$= 25 - (4y^2 - 4xy + x^2)$$

$$= 5^2 - (2y - x)^2$$

$$= (5 - 2y + x)(5 + 2y - x)$$

$$20) x^2 + 4x - 4y^2 + 8y$$

$$= (x^2 + 4x + 4) - (4y^2 - 8y + 4)$$

$$= (x + 2)^2 - (2y - 2)^2$$

$$= (x + 2 - 2y + 2)(x + 2 + 2y - 2)$$

$$= (x + 4 - 2y)(x + 2y)$$

$$21) x^3 + 2x^2y + xy^2 - 16x$$

$$= x(x^2 + 2xy + y^2 - 16)$$

$$= x(x + y)^2 - 4^2$$

$$= x(x + y - 4)(x + y + 4)$$

$$22) x^4 - x - 14$$

$$\begin{aligned}
&= x^4 - 2x^3 + 2x^3 - 4x^2 + 4x^2 - 8x + 7x - 14 \\
&= x^3(x - 2) + 2x^2(x - 2) + 4x(x - 2) + 7(x - 2) \\
&= (x - 2)(x^3 + 2x^2 + 4x + 7)
\end{aligned}$$

$$23) (x^2 - 2x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 5) - 8(*)$$

$$\text{Đặt } x^2 - 2x + 4 = t$$

$$\begin{aligned}
&(x^2 - 2x + 3) \cdot (x^2 - 2x + 5) - 8 \\
&= (t - 1)(t + 1) - 8
\end{aligned}$$

$$= t^2 - 1 - 8$$

$$= (x^2 - 2x + 4 + 3)(x^2 - 2x + 4 - 3)$$

$$= (x^2 - 2x + 7)(x^2 - 2x + 1)$$

Câu 4: Tìm x:

$$1) (x - 2)^2 - (x + 1)(x + 3) = -7$$

$$2) 3x^2(x - 7) + 2(7 - x) = 0$$

$$3) 8x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$4) 3x^3 - 27x = 0$$

$$5) 9x^3 + 9 = 0$$

$$6) 3x(4 - x) + 3x^2 = 36$$

$$7) x^3 + (x + 3)(x - 9) = -27$$

$$8) 4x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2$$

$$9) x^3 = 9x$$

$$10) x^3 + 4x = 4x^2$$

$$11) 5x(x - 3) - 2x + 6 = 0$$

$$12) (2x+3)^2 = (x-1)^2$$

$$13) x^2 - 9 - 4(x+3) = 0$$

$$14) x^2 - 5x = 6$$

$$15) 9(3x-2) = x^2(2-3x)$$

$$16) x^2(x-2) + 14 = 7x$$

$$17) 6x(x-1999) - x + 1999 = 0$$

$$18) (2x+5)(2x-7) - (2x-3)^2 = 36$$

Hướng dẫn giải:

$$1) (x-2)^2 - (x+1)(x+3) = -7$$

$$x^2 - 4x + 4 - (x^2 + 3x + x + 3) + 7 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 - x^2 - 4x - 3 + 7 = 0$$

$$-8x + 8 = 0$$

$$x = 1$$

Vậy $x = 1$.

$$2) 3x^2(x-7) + 2(7-x) = 0$$

$$3x^2(x-7) - 2(x-7) = 0$$

$$(x-7)(3x^2-2) = 0$$

$$x-7=0 \text{ hoặc } 3x^2-2=0$$

$$x=7 \text{ hoặc } x^2 = \frac{2}{3}$$

$$x=7 \text{ hoặc } x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \pm \sqrt{\frac{2}{3}}; 7 \right\}.$$

$$3) \quad 8x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$2(4x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$(2x - 1)^2 = 0$$

$$2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{2}.$$

$$4) \quad 3x^3 - 27x = 0$$

$$3x(x^2 - 9) = 0$$

$$3x(x - 3)(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x - 3 = 0 \text{ hoặc } x + 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 3 \text{ hoặc } x = -3$$

$$\text{Vậy } x \in \{ \pm 3; 0 \}$$

$$5) \quad 9x^3 + 9 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$$x = -1$$

$$\text{Vậy } x = -1.$$

$$6) \quad 3x(4 - x) + 3x^2 = 36$$

$$12x - 3x^2 + 3x^2 = 36$$

$$12x = 36$$

$$x = 3$$

$$\text{Vậy } x = 3.$$

$$7) \quad x^3 + (x+3)(x-9) = -27$$

$$x^3 + 27 + (x+3)(x-9) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 3x + 9) + (x+3)(x-9) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 3x + 9 + x - 9) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 2x) = 0$$

$$x(x-2)(x+3) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x - 2 = 0 \text{ hoặc } x + 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 2 \text{ hoặc } x = -3$$

$$\text{Vậy } x \in \{-3; 0; 2\}.$$

$$8) \quad 4x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2$$

$$(2x-1)^2 = (x-2)^2$$

$$2x-1 = x-2 \text{ hoặc } 2x-1 = -(x-2)$$

$$x+1=0 \text{ hoặc } 3x-3=0$$

$$x = -1 \text{ hoặc } x = 1$$

$$\text{Vậy } x = \pm 1.$$

$$9) \quad x^3 = 9x$$

$$x^3 - 9x = 0$$

$$x(x^2 - 9) = 0$$

$$x(x-3)(x+3) = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x - 3 = 0 \text{ hoặc } x + 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 3 \text{ hoặc } x = -3$$

$$\text{Vậy } x \in \{\pm 3; 0\}.$$

$$10) \quad x^3 + 4x = 4x^2$$

$$x^3 + 4x - 4x^2 = 0$$

$$x(x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$x(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } (x - 2)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ hoặc } x = 2$$

$$11) \quad 5x(x - 3) - 2x + 6 = 0$$

$$5x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(5x - 2) = 0$$

$$x - 3 = 0 \text{ hoặc } 5x - 2 = 0$$

$$x = 3 \text{ hoặc } x = \frac{2}{5}$$

$$12) \quad (2x + 3)^2 = (x - 1)^2$$

$$(2x + 3)^2 - (x - 1)^2 = 0$$

$$(2x + 3 - x + 1)(2x + 3 + x - 1) = 0$$

$$(x + 4)(3x + 2) = 0$$

$$x + 4 = 0 \text{ hoặc } 3x + 2 = 0$$

$$x = -4 \text{ hoặc } x = -\frac{2}{3}$$

$$13) \quad x^2 - 9 - 4(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x - 3) - 4(x + 3) = 0$$

$$(x + 3)(x - 3 - 4) = 0$$

$$(x + 3)(x - 7) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ hoặc } x - 7 = 0$$

$$x = -3 \text{ hoặc } x = 7$$

$$14) x^2 - 5x = 6$$

$$x^2 - 6x + x - 6 = 0$$

$$(x^2 - 6x) + (x - 6) = 0$$

$$x(x - 6) + (x - 6) = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x - 6 = 0 \text{ hoặc } x + 1 = 0$$

$$x = 6 \text{ hoặc } x = -1$$

$$15) 9(3x - 2) = x^2(2 - 3x)$$

$$9(3x - 2) - x^2(2 - 3x) = 0$$

$$9(3x - 2) + x^2(3x - 2) = 0$$

$$(3x - 2)(9 + x^2) = 0$$

$$\forall x \ 9 + x^2 > 0 \ \forall x \text{ nên } 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$16) x^2(x - 2) + 14 = 7x$$

$$x^2(x - 2) + 14 - 7x = 0$$

$$x^2(x - 2) - 7(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(x^2 - 7) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ hoặc } x^2 - 7 = 0$$

$$x = 2 \text{ hoặc } x = \pm\sqrt{7}$$

$$17) 6x(x - 1999) - x + 1999 = 0$$

$$6x(x - 1999) - (x - 1999) = 0$$

$$(x - 1999)(6x - 1) = 0$$

$$x - 1999 = 0 \text{ hoặc } 6x - 1 = 0$$

$$x = 1999 \text{ hoặc } x = \frac{1}{6}$$

$$18) (2x+5)(2x-7) - (2x-3)^2 = 36$$

$$4x^2 - 4x - 35 - 4x^2 + 12x - 9 = 36$$

$$8x = 80$$

$$x = 10$$

Câu 5. Tính hợp lý

$$a) 2004^2 - 16$$

$$b) 13^2 + 25^2 - 13^2 - 125^2$$

$$c) 36^2 + 26^2 - 52.36$$

$$d) 97.103$$

$$e) 32^2 + 68^2 + 64.68$$

$$f) 50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + \dots + 2^2 - 1^2$$

$$g) 13,5.5,8 - 8,3.4,2 - 5,8.8,3 + 4,2.13,5$$

Hướng dẫn giải:

$$a) 2004^2 - 16$$

$$= 2004^2 - 4^2$$

$$= (2004 - 4).(2004 + 4)$$

$$= 2000.2008$$

$$= 4016000$$

$$b) 13^2 + 25^2 - 13^2 - 125^2$$

$$= 13^2 - 13^2 + 25^2 - 125^2$$

$$= (25 - 125)(25 + 125)$$

$$= (-100).150$$

$$= -150000$$

$$c) 36^2 + 26^2 - 52.36$$

$$=36^2 - 2.36.26 + 26^2$$

$$=(36 - 26)^2$$

$$=10^2 =100$$

$$d) 97.103$$

$$=(100 - 3).(100 + 3)$$

$$=100^2 - 3^2$$

$$=10000 - 9$$

$$=9991$$

$$e) 32^2 + 68^2 + 64.68$$

$$=32^2 + 2.32.68 + 68^2$$

$$=(32 + 68)^2$$

$$=100^2 =10000$$

$$f) 50^2 - 49^2 + 48^2 - 47^2 + + 2^2 - 1^2$$

$$=(50 + 49)(50 - 49) + (48 + 47)(48 - 47) + + (2 - 1)(2 + 1)$$

$$=99 + 95 +7 + 3$$

$$= \frac{[(99 - 3) : 4 + 1].(99 + 3)}{2}$$

$$=1275$$

$$g) 13,5.5,8 - 8,3.4,2 - 5,8.8,3 + 4,2.13,5$$

$$=(13,5.5,8 - 5,8.8,3) + (4,2.13,5 - 8,3.4,2)$$

$$=5,8.(13,5 - 8,3) + 4,2.(13,5 - 8,3)$$

$$=5,8.5,2 + 4,2.5,2$$

$$=5,2.(5,8 + 4,2)$$

$$=5,2.10 =52$$

Câu 6. Tính giá trị của biểu thức:

- a) $x^2 - 16x + 64$ tại $x = 8$
- b) $x^2 - 2xy - 4z^2 + y^2$ tại $x = 6; y = -4; z = 45$
- c) $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$ tại $x = 97$
- d) $27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3$ tại $x = 8; y = 25$
- e) $x^2 - y^2$ tại $x = 87; y = 13$
- f) $x(x-1) - y(1-x)$ tại $x = 2001; y = 1999$
- g) $(x+1)^2 + (x+4)^2 - 2(x+1)(x+4)$ tại $x = 2016$

Hướng dẫn giải:

- a) Ta có: $x^2 - 16x + 64 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 8 + 8^2 = (x - 8)^2$

Với $x = 8$ ta có: $(x - 8)^2 = (8 - 8)^2 = 0$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho tại $x = 8$ là 0.

- b) Ta có:

$$x^2 - 2xy - 4z^2 + y^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - 4z^2 = (x + y)^2 - (2z)^2 = (x + y - 2z)(x + y + 2z)$$

Với $x = 6; y = -4; z = 45$ ta có:

$$(x + y - 2z)(x + y + 2z) = (6 + (-4) - 2 \cdot 45)(6 + (-4) + 2 \cdot 45) = (-80) \cdot 100 = -8000$$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho tại $x = 6; y = -4; z = 45$ là -8000.

- c) Ta có: $x^3 + 9x^2 + 27x + 27 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 + 3^3 = (x + 3)^3$

Với $x = 97$ ta có: $(x + 3)^3 = (97 + 3)^3 = 100^3 = 1000000$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho tại $x = 97$ là 1000000.

- d) Ta có: $27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2 \cdot y + 3 \cdot 3x \cdot y^2 - y^3 = (3x - y)^3$

Với $x = 8; y = 25$ ta có: $(3x - y)^3 = (3 \cdot 8 - 25)^3 = (-1)^3 = -1$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho tại $x = 8; y = 25$ là -1.

- e) Ta có: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

Với $x = 87; y = 13$ ta có: $(x - y)(x + y) = (87 - 13)(87 + 13) = 74 \cdot 100 = 7400$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho tại $x = 87; y = 13$ là 7400.

f) Ta có: $x(x-1) - y(1-x) = x(x-1) + y(x-1) = (x-1)(x+y)$

Với $x=2001; y=1999$ ta có:

$$(x-1)(x+y) = (2001-1)(2001+1999) = 2000 \cdot 4000 = 8000000$$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho tại $x=2001; y=1999$ là 8000000.

g) Ta có: $(x+1)^2 + (x+4)^2 - 2(x+1)(x+4) = (x+1)^2 - 2(x+1)(x+4) + (x+4)^2$

$$= [(x+1) - (x+4)]^2 = (x+1 - x - 4)^2 = (-3)^2 = 9$$

$\Rightarrow$ Giá trị của biểu thức bằng 9 với mọi giá trị của x.

Vậy với $x=2016$ thì giá trị của biểu thức đã cho bằng 9.

Câu 7. Tính

a) $(4x^2 - 9y^2) : (2x - 3y)$

b) $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) : (x^2 - 2xy + y^2)$

c) $(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x) : (x^3 + 4)$

d) $(x^2 - 2xy + y^2) : (y - x)$

e) $(x^4 - 2x^3 + 2x - 1) : (x^2 - 1)$

g) $(-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (-3x + 5)$

Hướng dẫn giải:

a) $(4x^2 - 9y^2) : (2x - 3y)$

$$= [(2x)^2 - (3y)^2] : (2x - 3y)$$

$$= (2x+3y)(2x-3y) : (2x-3y)$$

$$= (2x+3y)$$

b) $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) : (x^2 - 2xy + y^2) = (x-y)^3 : (x-y)^2 = x-y$

c) $(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x) : (x^3 + 4)$

x^4	$-2x^3$	$+4x^2$	$-8x$	x^3	$+4$
$-$	x^4		$+4x$	x	-2
		$-2x^3$	$+4x^2$		
	$-$	$-2x^3$			-8
		$4x^2$	$-12x$		$+8$

Vậy : $x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x = (x^3 + 4)(x - 2) + 4x^2 - 12x + 8$

d) $(x^2 - 2xy + y^2) : (y - x) = (y^2 - 2xy + x^2) : (y - x) = (y - x)^2 : (y - x) = y - x$

e) $(x^4 - 2x^3 + 2x - 1) : (x^2 - 1) = [(x^4 - 1) - (2x^3 - 2x)] : (x^2 - 1)$
 $= [(x^2 - 1)(x^2 + 1) - 2x(x^2 - 1)] : (x^2 - 1)$
 $= (x^2 - 1)(x^2 - 2x + 1) : (x^2 - 1) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$

g) $(-3x^3 + 5x^2 - 9x + 15) : (-3x + 5) = [(-3x^3 + 5x^2) + (-9x + 15)] : (-3x + 5)$
 $= [x^2(-3x + 5) + 3(-3x + 5)] : (-3x + 5)$
 $= (-3x + 5)(x^2 + 3) : (-3x + 5) = x^2 + 3$

Câu 8. Tìm a để đa thức A chia hết cho đa thức B

a) $A = x^3 - 2x^2 + 5x + a$; $B = x - 3$.

b) $A = a^3 + 2a^2 + 15$; $B = a + 3$ với $a \in \mathbb{Z}$

c) $A = x^4 - 5x^2 + a$; $B = x^2 - 3x + 2$

Hướng dẫn giải:

a)

$$A = x^3 - 2x^2 + 5x + a$$

$$A = x^3 - 3x^2 + x^2 - 3x + 8x - 24 + 24 + a$$

$$A = x^2(x - 3) + x(x - 3) + 8(x - 3) + (a + 24)$$

$$A = (x - 3)(x^2 + x + 8) + (a + 24)$$

$$A = B(x^2 + x + 8) + (a + 24)$$

Để đa thức A chia hết cho đa thức B thì

$$a + 24 = 0 \Rightarrow a = -24$$

b) $A = a^3 + 2a^2 + 15 = a^3 + 3a^2 - a^2 - 3a + 3a + 9 + 6 = (a + 3)(a^2 - a + 3) + 6$

Để đa thức A chia hết cho đa thức B thì $6 : (a + 3)$

$$\Rightarrow a + 3 \in U(6) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$$

$$\Rightarrow a \in \{-9; -6; -5; -4; -2; -1; 0; 3\}$$

c)

$$A = x^4 - 5x^2 + a$$

$$A = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 3x^3 - 9x^2 + 6x + 2x^2 - 6x + 4 - 4 + a$$

$$A = x^2(x^2 - 3x + 2) + 3x(x^2 - 3x + 2) + 2(x^2 - 3x + 2) + (a - 4)$$

$$A = B.(x^2 + 3x + 2) + (a - 4)$$

Để đa thức A chia hết cho đa thức B thì

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

Tham khảo:

Để đa thức A chia hết cho đa thức B thì

$$B = x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

$$A(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - 5 + a = 0 \Leftrightarrow a = 4$$

$$A(2) = 0 \Leftrightarrow 2^4 - 5.2^2 + a = 0 \Leftrightarrow a = 4$$

Vậy $a = 4$

Câu 9. Chứng minh:

a) $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$. Áp dụng tính: $(a - b)^{2016}$ biết $a + b = -3$ và $a.b = 4$

b) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$. Áp dụng tính: $a^3 + b^3$ biết $ab = 5$ và $a + b = -8$

c) Tính $x + y$ biết $x^3 + y^3 = 91$ và $x^2 - xy + y^2 = 13$

Hướng dẫn giải:

a) $(a + b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$\Rightarrow (a - b)^{2016} = \left[(a - b)^2 \right]^{1008} = \left[(-3)^2 - 4.4 \right]^{1008} = (-7)^{1008} = 7^{1008}$$

b) $(a + b)^3 - 3ab(a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 - 3a^2b - 3ab^2 = a^3 + b^3$

$$\Rightarrow a^3 + b^3 = (-8)^3 - 3.5.(-8) = -392$$

$$c) x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) \Rightarrow x+y = \frac{91}{13} = 7$$

Câu 10. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A chia hết cho biểu thức B:

a) $A = x^3 + 3x^2 + 3x - 2; B = x + 1$

b) $A = 2x^2 + x - 7; B = x - 2$

c) $A = 8x^2 - 4x + 1; B = 2x + 1$

d) $A = 4x^3 - 2x^2 - 6x + 5; B = 2x - 1$

Hướng dẫn giải:

a) $A = x^3 + 3x^2 + 3x - 2; B = x + 1$

$$A = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 - 3 = (x+1)^3 - 3$$

Với x là số nguyên để biểu thức A chia hết cho biểu thức B thì $3 \vdots (x+1)$ hay $x+1$ là ước của 3

$$U(3) = \{-1; 1; 3; -3\}$$

Ta có bảng giá trị:

$x+1$	-1	1	3	-3
x	-2	0	2	-4

Vậy các giá trị x nguyên tìm được là: $x \in \{0; 2; -2; -4\}$

b) $A = 2x^2 + x - 7; B = x - 2$

Thực hiện phép chia A: B ta viết được: $A = (x-2)(2x+5) + 3$

Với x là số nguyên để biểu thức A chia hết cho biểu thức B thì $3 \vdots (x-2)$ hay $x-2$ là ước của 3

$$U(3) = \{-1; 1; 3; -3\}$$

Ta có bảng giá trị:

$x-2$	-1	1	3	-3
x	1	3	5	-1

Vậy các giá trị x nguyên tìm được là: $x \in \{3; 5; -1; 1\}$

c) $A = 8x^2 - 4x + 1; B = 2x + 1$

Thực hiện phép chia A: B ta viết được: $A = (2x+1)(4x-4) + 5$

Với x là số nguyên để biểu thức A chia hết cho biểu thức B thì $5:(2x+1)$ hay $2x+1$ là ước của 5

$$U(5) = \{-1; 1; 5; -5\}$$

Ta có bảng giá trị:

$2x+1$	- 1	1	5	- 5
x	- 1	0	2	- 3

Vậy các giá trị x nguyên tìm được là: $x \in \{-3; -1; 0; 2\}$

d) $A = 4x^3 - 2x^2 - 6x + 5; B = 2x - 1$

Thực hiện phép chia A: B ta viết được: $A = (2x - 1)(2x^2 - 3) + 2$

Với x là số nguyên để biểu thức A chia hết cho biểu thức B thì $2:(2x-1)$ hay $2x-1$ là ước của 2

$$U(2) = \{-1; 1; 2; -2\}$$

Ta có bảng giá trị:

$2x-1$	- 1	1	2	- 2
x	0	1	$\frac{3}{2}$ (loại)	$\frac{-1}{2}$ (loại)

Vậy các giá trị x nguyên tìm được là: $x \in \{0; 1\}$

Câu 11. Chứng tỏ:

a) $x^2 - 2xy + y^2 + 1 > 0$ với mọi giá trị x, y

b) $x^2 - xy + y^2$ với mọi giá trị x, y

Hướng dẫn giải:

a) $x^2 - 2xy + y^2 + 1 > 0$ với mọi giá trị x, y

Ta có: $x^2 - 2xy + y^2 + 1 = (x - y)^2 + 1$

Vì $(x - y)^2 \geq 0$ với mọi giá trị x, y nên $(x - y)^2 + 1 > 0$ với mọi giá trị x, y

b. $x^2 - xy + y^2$ với mọi giá trị x, y

Ta có: $x^2 - xy + y^2 = \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4}$

$$\text{Vì } \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 \geq 0; \frac{3y^2}{4} \geq 0 \text{ với mọi giá trị } x, y \text{ nên } \left(x - \frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} \geq 0 \text{ với mọi giá trị } x, y$$

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

a) $x^2 - 2x - 1$

b) $4x^2 + 4x + 3$

c) $2x^2 - 3x - 5$

d) $x^2 + y^2 - 4(x + y) + 16$

Hướng dẫn giải:

a) $x^2 - 2xy + y^2 + 1 = (x - y)^2 + 1$

Vì $(x - y)^2 \geq 0$ với mọi giá trị x, y nên $(x - y)^2 + 1 \geq 1$ với mọi giá trị x, y

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 1 khi $(x - y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = y$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 1 khi $x = y$

b) $4x^2 + 4x + 3 = (2x + 1)^2 + 2$

Vì $(2x + 1)^2 \geq 0$ với mọi giá trị x nên $(2x + 1)^2 + 2 \geq 2$ với mọi giá trị x

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 2 khi $(2x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 2 khi $x = -\frac{1}{2}$

c) $2x^2 - 3x - 5 = 2 \cdot \left[x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}\right] = 2 \cdot \left[\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{49}{16}\right] = 2 \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{49}{8}$

Vì $2 \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 \geq 0$ với mọi giá trị x nên $2 \cdot \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{49}{8} \geq -\frac{49}{8}$ với mọi giá trị x

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $-\frac{49}{8}$ khi $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là $-\frac{49}{8}$ khi $x = \frac{3}{4}$

d)

$$x^2 + y^2 - 4(x + y) + 16$$

$$= x^2 + y^2 - 4x - 4y + 16$$

$$=(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 4y + 4) + 8$$

$$=(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + 8$$

Vì $(x - 2)^2 \geq 0$; $(y - 2)^2 \geq 0$ với mọi giá trị x, y nên $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + 8 \geq 8$ với mọi giá trị x, y

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 8 khi $(x - 2)^2 = 0; (y - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2; y = 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức là 8 khi $x = 2; y = 2$

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :

a) $2x - x^2 - 4$

b) $-x^2 - 4x$

c) $-3x^2 + 6x - 2$

Hướng dẫn giải:

a) $2x - x^2 - 4$

$$= -x^2 + 2x - 4$$

$$= -(x^2 - 2x + 4)$$

$$= -(x^2 - 2x + 1 + 3)$$

$$= -[(x^2 - 2x + 1) + 3]$$

$$= -(x - 1)^2 - 3$$

$$\text{Có } (x - 1)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -(x - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow -(x - 1)^2 - 3 \leq -3$$

$$\Rightarrow 2x - x^2 - 4 \leq -3$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy GTLN của biểu thức là -3 tại $x = 1$

b) $-x^2 - 4x = -x^2 - 4x - 4 + 4 = -(x^2 + 4x + 4) + 4 = -(x + 2)^2 + 4$

$$\text{Có } (x + 2)^2 \geq 0 \Rightarrow -(x + 2)^2 \leq 0 \Rightarrow -(x + 2)^2 + 4 \leq 4$$

$$\Rightarrow -x^2 - 4x \leq 4$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow x = -2$$

Vậy GTLN của biểu thức là 4 tại $x = -2$

c)

$$\begin{aligned}
 & -3x^2 + 6x - 2 \\
 & = -3x^2 + 6x - 3 + 1 \\
 & = -3(x^2 - 2x + 1) + 1 \\
 & = -3(x - 1)^2 + 1
 \end{aligned}$$

$$\text{Có } -3(x - 1)^2 \leq 0 \Rightarrow -3(x - 1)^2 + 1 \leq 1$$

$$\Rightarrow -3x^2 + 6x - 2 \leq 1$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

Vậy GTLN của biểu thức là 1 tại $x = 1$

Câu 14. So sánh:

$$\text{a) } A = 2016 \cdot 2018 \text{ và } B = 2017^2$$

$$\text{b) } A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \text{ và } B = 2^{16} - 1$$

Hướng dẫn giải:

$$\text{a) } A = 2016 \cdot 2018 \text{ và } B = 2017^2$$

$$\text{Có } A = 2016 \cdot 2018 = (2017 - 1) \cdot (2017 + 1) = 2017^2 - 1 < 2017^2 = B$$

Vậy $A < B$

$$\text{b) } A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) \text{ và } B = 2^{16} - 1$$

$$\text{Có } A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$= (2^8 - 1)(2^8+1)$$

$$= 2^{16} - 1 = B$$

Vậy $A = B$.

Bài 15. Chứng minh rằng: $x^{79} + x^{78} + x^{77} + \dots + x^2 + x + 1 \mid x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned}
 & x^{79} + x^{78} + x^{77} + \dots + x^2 + x + 1 \\
 &= (x^{79} + x^{78} + x^{77} + \dots + x^{62} + x^{61} + x^{60}) + (x^{59} + x^{58} + x^{57} + \dots + x^{42} + x^{41} + x^{40}) \\
 &+ (x^{39} + x^{38} + x^{37} + \dots + x^{22} + x^{21} + x^{20}) + (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) \\
 &= x^{60} \cdot (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) + x^{40} \cdot (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) \\
 &+ x^{20} \cdot (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) + (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) \\
 &= (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) \cdot (x^{60} + x^{40} + x^{20} + 1) \\
 &\Rightarrow (x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1) \cdot (x^{60} + x^{40} + x^{20} + 1) : x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1 \\
 &\Rightarrow x^{79} + x^{78} + x^{77} + \dots + x^2 + x + 1 : x^{19} + x^{18} + x^{17} + \dots + x^2 + x + 1 \text{ (đpcm)}.
 \end{aligned}$$

B. PHẦN HÌNH HỌC

I. Bài tập trắc nghiệm

Dạng 1: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1: Hình bình hành $ABCD$ là hình chữ nhật khi:

- A. $AC = BD$ B. $AC \perp AB$ C. $AB = AD$ D. A, B, C đều đúng

Câu 2: Một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 6cm thì diện tích bằng:

- A. 6cm^2 B. 18cm^2 C. 9cm^2 D. 3cm^2

Câu 3: Tứ giác nào sau đây chỉ có một trục đối xứng?

- A. Hình thang B. Hình bình hành
C. Hình chữ nhật D. Hình thang cân

Câu 4: Tứ giác có 3 góc vuông là

- A. hình bình hành B. hình chữ nhật
C. hình thang vuông D. hình thang cân

Câu 5: Đoạn thẳng AB là hình

- A. không có tâm đối xứng B. có một tâm đối xứng

C. có hai tâm đối xứng

D. có vô số tâm đối xứng

Câu 6: Nếu A và B đối xứng với nhau qua trung điểm của đoạn thẳng MN thì:

A. Tứ giác $AMBN$ là hình bình hành

B. M và N đối xứng với nhau qua trung điểm của AB

C. $AM \parallel BN$ và $AM = BN$

D. $AB = MN$

Dạng 2: ĐÚNG (Đ) hay SAI (S):

1. Hình thang có hai đường chéo bằng nhau là hình thang cân
2. Tứ giác có hai cạnh đối song song là hình bình hành
3. Hình thang cân là hình thang có hai cạnh bên bằng nhau
4. Tứ giác có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật
5. Đường trung bình của hình thang song song với cạnh đáy
6. Hình thang có hai cạnh bên song song là hình bình hành
7. Hình thang có một góc vuông là hình chữ nhật
8. Trong hình chữ nhật, giao điểm của hai đường chéo cách đều bốn đỉnh của nó

Dạng 3: ĐIỀN KHUYẾT

1. Điểm A và A' đối xứng với nhau qua O
khi.....
2. Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền
bằng.....
3. Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau
là.....
4. Hình thang có một góc vuông và có hai đường chéo bằng nhau
là.....
5. Tổng các góc ngoài của một tứ giác
bằng.....

Dạng 4: GẠCH NỐI

Ghép các nội dung 1,2,3,4,5,6,7 với các nội dung a,b,c,d,e,f,g để được kết luận đúng

1. Hình thang cân nhận đường thẳng
đối xứng

2. Đoạn thẳng nhận đường trung trực
trục đối xứng

3. Tam giác đều
đối xứng

4. Tam giác cân tại A

5. Hình thang

6. Mỗi đường tròn

7. Mỗi góc nhận đường
xứng

a. nhận các đường cao của nó là trục

b. nhận đường cao đi qua đỉnh A là

c. đi qua trung điểm hai đáy là trục

d. của nó là trục đối xứng

e. không có trục đối xứng

f. phân giác của nó là trục đối xứng

g. nhận đường kính của nó là trục đối

Hướng dẫn giải:

Dạng 1: TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

1	2	3	4	5	6
A	C	D	B	B	D

Dạng 2: ĐÚNG (Đ) hay SAI (S):

1. Đ	2. S	3. S	4. S
5. Đ	6. Đ	7. S	8. Đ

Dạng 3: ĐIỀN KHUYẾT

- Điểm A và A' đối xứng với nhau qua O khi O là trung điểm của đoạn thẳng AA'
- Trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền
- Tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau là hình bình hành
- Hình thang có một góc vuông và có hai đường chéo bằng nhau là hình chữ nhật
- Tổng các góc ngoài của một tứ giác bằng 360°

Dạng 4: GẠCH NỐI

Ghép các nội dung 1,2,3,4,5,6,7 với các nội dung a,b,c,d,e,f,g để được kết luận đúng

1-c	2-d	3-a	4-b	5-e	6-g	7-f
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

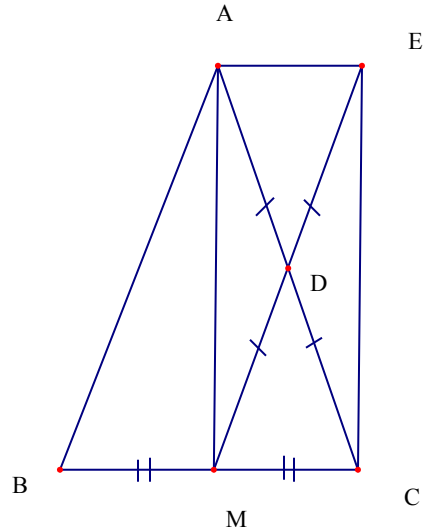
II. Bài tập tự luận

Câu 1: Cho tam giác ABC cân tại A . Trung tuyến AM . D là trung điểm của AC . E là điểm đối xứng với M qua D .

a) Tứ giác $AECM$ là hình gì. Vì sao?

b) Tứ giác $AEMB$ là hình gì. Vì sao?

Hướng dẫn giải:



a) Tứ giác $AECM$ có: D là trung điểm của AC (gt)

D là trung điểm của ME (E đối xứng với M qua D)

Nên tứ giác $AECM$ là hình bình hành

Mặt khác ta có $\triangle ABC$ cân tại A , AM là trung tuyến $\Rightarrow AM \perp MC$

Vậy tứ giác $AECM$ là hình chữ nhật

b) $AECM$ là hình chữ nhật nên $AE \parallel CM$ và $AE = CM$

$\Rightarrow AE \parallel BM, AE = BM$

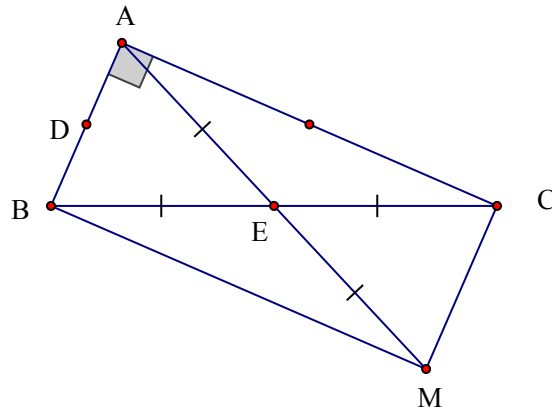
Vậy $AEMB$ là hình bình hành.

Câu 2: Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi D và E lần lượt là trung điểm của AB , BC . Gọi M là điểm đối xứng với A qua E .

a) Chứng minh tứ giác $ABMC$ là hình chữ nhật.

b) Qua A kẻ đường thẳng song song với BC , đường thẳng này cắt tia ED tại N . Xác định dạng của tứ giác $ANEC$.

Hướng dẫn giải:

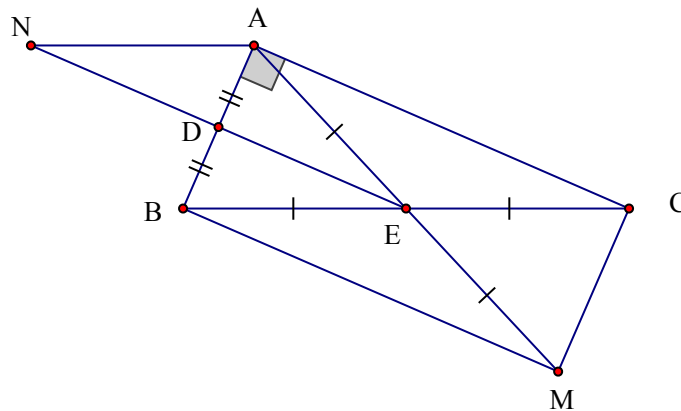


a) Ta có M là điểm đối xứng với A qua E nên E là trung điểm của AM .

Xét tứ giác $ACMB$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên tứ giác $ACMB$ là hình bình hành (dnhb)

Tứ giác $ACMB$ là hình bình hành có một góc vuông ($\angle A = 90^\circ$) nên tứ giác $ACMB$ là hình chữ nhật (dnhb).

b)



Ta có D là trung điểm của AB , E là trung điểm của BC nên DE là đường trung bình của tam giác $ABC \Rightarrow DE \parallel BC$.

Xét tứ giác $ANEC$ có $AC \parallel DE$, $AN \parallel EC$ (giả thiết) nên tứ giác $ANEC$ là hình bình hành.

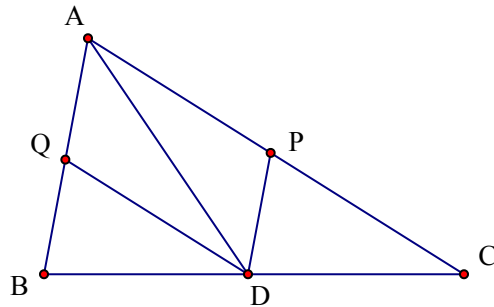
Câu 3: Cho tam giác ABC . Điểm D nằm giữa B và C . Qua D vẽ đường thẳng song song với AC cắt AB ở Q .

a) Tứ giác $APDQ$ là hình gì. Tại sao?

b) Biết cạnh $AP = 3\text{cm}$, $AQ = 2\text{cm}$. Tính chu vi tứ giác $APDQ$.

- c) Gọi I là trung điểm của AD , hãy chứng minh P, Q đối xứng nhau qua I .
 d) Tam giác ABC có điều kiện gì thì tứ giác $APDQ$ là hình chữ nhật.

Hướng dẫn giải:



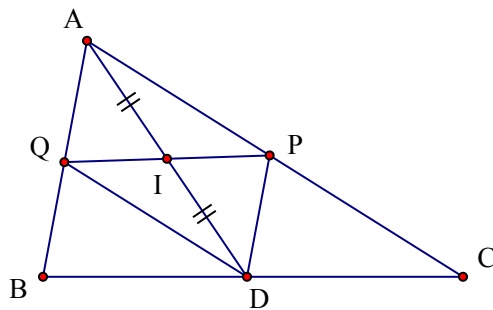
- a) Xét tứ giác $APDQ$ có:

$AQ \parallel DP$; $QD \parallel AC \Rightarrow$ tứ giác $APDQ$ là hình bình hành.

- b) Tứ giác $APDQ$ là hình bình hành $\Rightarrow AP = QD$, $AQ = DP$ (t/c của hình bình hành).

Chu vi tứ giác $APDQ$ là: $AP + DP + QD + QA = 2AP + 2QQ = 2(AP + AQ) = 2.(2 + 3) = 10$ (cm)

- c)



Tứ giác $APDQ$ là hình bình hành nên hai đường chéo AD và QP cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

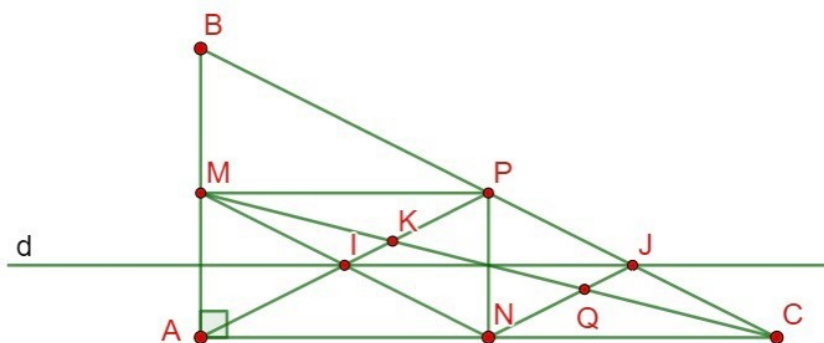
Ta có I là trung điểm đường chéo AD nên I cũng là trung điểm đường chéo DP . Vậy Q và P đối xứng với nhau qua I (đpcm).

- d) Tứ giác $APDQ$ là hình chữ nhật khi $\angle A = 90^\circ \Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$. Vậy tam giác ABC là tam giác vuông thì tứ giác $APDQ$ là hình chữ nhật.

Câu 4 : Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

- Tứ giác $AMPN$ là hình gì. Vì sao ?
- AP cắt MN tại I . Qua I kẻ đường thẳng song song với AC cắt BC tại J . Chứng minh IJ, NP, MC đồng quy.
- MC cắt AP tại K . Chứng minh $KC = 2MK$.
- Chứng minh tứ giác $AIJC$ là hình thang cân.

Hướng dẫn giải:



- Tứ giác $AMPN$ là hình chữ nhật.
- Giải thích:

Xét $\triangle CAB$ có:

$$NC = NA \quad (\text{giả thiết})$$

$$PC = PB \quad (\text{giả thiết})$$

$\Rightarrow PN$ là đường trung bình của $\triangle CAB$.

$$\Rightarrow PN \parallel AB \text{ hay } PN \parallel AM \quad \text{và} \quad PN = \frac{1}{2} AB = AM$$

Suy ra: tứ giác $AMPN$ là hình bình hành (tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau)

Hình bình hành $AMPN$ có: $\angle A = 90^\circ$

$\Rightarrow AMPN$ là hình chữ nhật (hình bình hành có một góc vuông)

b) Hình chữ nhật $AMPN$ có: $MP = AN$

$$\Rightarrow MP = NC \quad (1)$$

$$\text{và } MP \parallel NC \quad (MP \parallel AN) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $MNCP$ là hình bình hành (tứ giác có hai cạnh đối song song và bằng nhau)

Hình bình hành $MNCP$ có hai đường chéo MC và PN cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường (3)

Lại có: I là giao điểm của hai đường chéo MN và AP của hình chữ nhật $AMPN$

$$\Rightarrow I \text{ là trung điểm của } MN$$

Đường thẳng qua I cắt BC tại J đồng thời song song với AC

$$\Rightarrow IJ \text{ đi qua trung điểm } O \text{ của hai đường chéo hình bình hành } MPCN \quad (4)$$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow IJ, NP, MC$ đồng quy.

c) Gọi Q là trung điểm của CK

$$\Rightarrow QC = KQ = \frac{1}{2}KC \quad (5)$$

Xét $\triangle CPK$ có:

$$QC = KQ \quad (\text{giả thiết})$$

$$JC = JP \quad (\text{chứng minh trên})$$

$$\Rightarrow QJ \text{ là đường trung bình của } \triangle CPK$$

$$\Rightarrow JQ \parallel PK \text{ hay } NQ \parallel IK$$

Xét $\triangle MNQ$ có:

$$IM = IN \quad (\text{chứng minh trên})$$

$$IK \parallel NQ \quad (\text{chứng minh trên})$$

$$\Rightarrow MK = KQ \quad (6)$$

Từ (5) và (6) $\Rightarrow MK = QC$

$$QC = \frac{1}{2} KC \Rightarrow MK = \frac{1}{2} KC$$

Mà

Hay $KC = 2MK$

d) Xét tứ giác $AIJC$ có:

$$IJ // AC \text{ (giả thiết)}$$

$$\Rightarrow AIJC \text{ là hình thang}$$

Theo tính chất đường trung tuyến trong tam giác vuông

$$\Rightarrow AP = \frac{1}{2} BC = PC$$

$$\Rightarrow \triangle PAC \text{ cân tại } P$$

$$\Rightarrow \widehat{PAC} = \widehat{PCA} \text{ (hai góc ở đáy)}$$

Hay $\widehat{IAC} = \widehat{JCA}$

Hình thang $AIJC$ có:

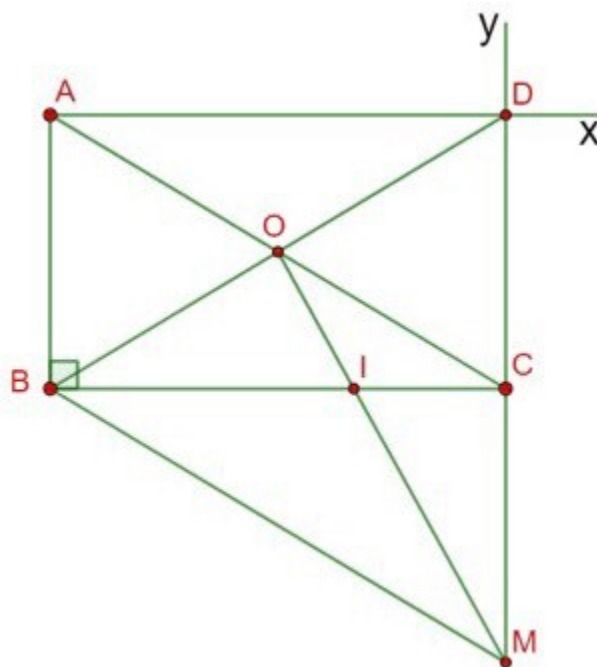
$$\widehat{IAC} = \widehat{JCA} \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow AIJC \text{ là hình thang cân (hình thang có hai góc kề một đáy bằng nhau)}$$

Câu 5: Cho tam giác ABC vuông tại B , $BA < BC$. Qua A kẻ đường thẳng Ax song song với BC , qua C kẻ đường thẳng Cy song song với BA , hai đường thẳng này cắt nhau ở D . Gọi O là giao điểm của BD và AC .

- Chứng minh tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.
- Gọi M là điểm đối xứng của D qua C . Chứng minh tứ giác $COBM$ là hình thang.
- Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác $COBM$ là hình thang cân.

Hướng dẫn giải:



a) Ta có : $\begin{cases} CD \parallel AB \\ AB \perp BC \end{cases} \Leftrightarrow CD \perp BC$ hay $\angle DCB = 90^\circ$

Tương tự : $\begin{cases} AD \parallel BC \\ BC \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow AD \perp AB$ hay $\angle BAD = 90^\circ$

Xét tứ giác $ABCD$ có :

$\angle B = 90^\circ$ (giả thiết)

$\begin{cases} \angle DCB = 90^\circ \\ \angle BAD = 90^\circ \end{cases}$ (chứng minh trên)

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật (tứ giác có ba góc vuông)

b) Hình chữ nhật $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường

$\Rightarrow OD = OB = OC = OA$

Xét $\triangle DBM$ có :

$$OD = OB \quad (\text{chứng minh trên})$$

$$CD = CM \quad (D \text{ và } M \text{ đối xứng nhau qua } C)$$

$$\Rightarrow OC \text{ là đường trung bình của } \triangle DBM$$

$$\Rightarrow OC \parallel BM$$

Suy ra : tứ giác $COBM$ là hình thang (tứ giác có hai cạnh đối song song)

c) Tứ giác $COBM$ là hình thang cân khi và chỉ khi : $OM = BC$

$$\text{Ta có : } OC \parallel BM \quad (\text{chứng minh trên})$$

$$\Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{OBM} \quad (\text{đồng vị})$$

$$\text{Xét } \triangle DBM \text{ có : } BC \perp MD$$

$$\Rightarrow \triangle DBM \text{ cân tại } B$$

$$\text{Có } OM \text{ là đường trung tuyến cắt } BC \text{ tại } I$$

$$\Rightarrow OM \perp BD$$

$$\Rightarrow \triangle OMD \text{ vuông tại } O$$

$$\triangle OMD \text{ có } CM = CD \text{ (giả thiết)} \Rightarrow OC \text{ là đường trung tuyến}$$

$$\Rightarrow OC = MC = CD = AB$$

$$\text{Mà } OD = OB = OC = OA \text{ (chứng minh trên)}$$

$$\Rightarrow OC = OB = OC = AB$$

$$\text{Ta có : } BC^2 = AC^2 - AB^2 \text{ (định lí Pitago)}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4OC^2 - AB^2 = 4AB^2 - AB^2 = 3AB^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{3}AB$$

Do đó : $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC = \sqrt{3}AB$ thì hình thang $COBM$ là hình thang cân.

