PHÒNG GD & ĐT THANH CHƯƠNG **ĐỀ THI KĐCL MŨI NHỌN. NĂM HỌC 2012-2013**

Môn thi: TOÁN 8

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1.

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử : $x^2 - 2xy + y^2 + 4x - 4y - 5$

b) Chứng minh $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $n^3 + n + 2$ là hợp số

c) Cho hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh rằng tổng của hai số đó cộng với tích của chúng là một số chính phương lẻ

Câu 2.

a) Giải phương trình : $\dfrac{x-1}{2012} + \dfrac{x-2}{2011} + \dfrac{x-3}{2010} + ... + \dfrac{x-2012}{1} = 2012$

b) Cho $a^2 + b^2 + c^2 = a^3 + b^3 + c^3 = 1$. Tính $S = a^2 + b^{2012} + c^{2013}$

Câu 3.

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 2x^2 + 3y^2 + 4xy - 8x - 2y + 18$

b) Cho a, b, c là ba cạnh của tam giác.

Chứng minh: $\dfrac{ab}{a+b-c} + \dfrac{bc}{-a+b+c} + \dfrac{ac}{a-b+c} \geq a+b+c$

Câu 4. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, CD, DA.M$ là giao điểm của CE và DF

a) Chứng mnh tứ giác $EFGH$ là hình vuông

b) Chứng minh $DF \perp CE$ và ΔMAD cân

c) Tính diện tích ΔMDC theo a

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a)

$$=(x-y)^2+4(x-y)-5=(x-y)^2+4(x-y)^2+4-9$$

$$=(x-y+2)^2-3^2=(x-y+5)(x-y-1)$$

b)

Ta có: $n^3+n+2=n^3+1+n+1=(n+1)(n^2-n+1)+(n+1)=(n+1)(n^2-n+2)$

Do $\forall n\in N^*$ nên $n+1>1$ và $n^2-n+2>1$. Vậy n^3+n+2 là hợp số

c)

Gọi hai số lần lượt là a^2 và $(a+1)^2$

Theo đề bài ra ta có:

$$a^2+(a+1)^2+a^2(a+1)^2=a^4+2a^3+3a^2+2a+1$$

$$=(a^4+2a^3+a^2)+2(a^2+a)+1=(a^2+a)^2+2(a^2+a)+1$$

$=(a^2+a+1)^2$ là một số chính phương lẻ vì $a^2+a=a(a+1)$ là số chẵn

$\Rightarrow a^2+a+1$ là số lẻ

Câu 2.

a) Phương trình đã cho tương đương với:

$$\frac{x-1}{2012}-1+\frac{x-2}{2011}-1+\frac{x-3}{2010}-1+...+\frac{x-2012}{1}-1=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{x-2013}{2012}+\frac{x-2013}{2011}+\frac{x-2013}{2010}+.....+\frac{x-2013}{1}=0$$

$$\Leftrightarrow(x-2013)\left(\frac{1}{2012}+\frac{1}{2011}+\frac{1}{2010}+.....+\frac{1}{1}\right)\Leftrightarrow x=2013$$

b)

$$a^2+b^2+c^2=a^3+b^3+c^3=1\Rightarrow a;b;c\in[-1;1]$$

$$\Rightarrow a^3+b^3+c^3-(a^2+b^2+c^2)=a^2(a-1)+b^2(b-1)+c^2(c-1)\le 0$$

$\Rightarrow a^3+b^3+c^3\le 1\Rightarrow a;b;c$ nhận hai giá trị là 0 hoặc 1

$$\Rightarrow b^{2012}=b^2;c^{2013}=c^2;\Rightarrow S=a^2+b^{2012}+c^{2013}=1$$

Câu 3.

a) Ta có: $A=2(x^2+2xy+y^2)+y^2-8x-2y+18$

$$A=2\left[(x+y)^2-4(x+y)+4\right]+(y^2+6y+9)+1$$

$$A=2(x+y-2)^2+(y+3)^2+1\ge 1$$

Vậy $\min A=1\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-3 \end{cases}$

b) Vì a,b,c là 3 cạnh của tam giác nên $a+b-c>0;-a+b+c>0;a-b+c>0$

Đặt $x=-a+b+c>0;y=a-b+c>0;z=a+b-c>0$

Ta có: $x+y+z=a+b+c;a=\dfrac{y+z}{2};b=\dfrac{x+z}{2};c=\dfrac{x+y}{2}$

$$\frac{ab}{a+b-c}+\frac{bc}{-a+b+c}+\frac{ac}{a-b+c}=\frac{(y+z)(x+z)}{4z}+\frac{(x+z)(x+y)}{4x}+\frac{(x+y)(y+z)}{4y}$$

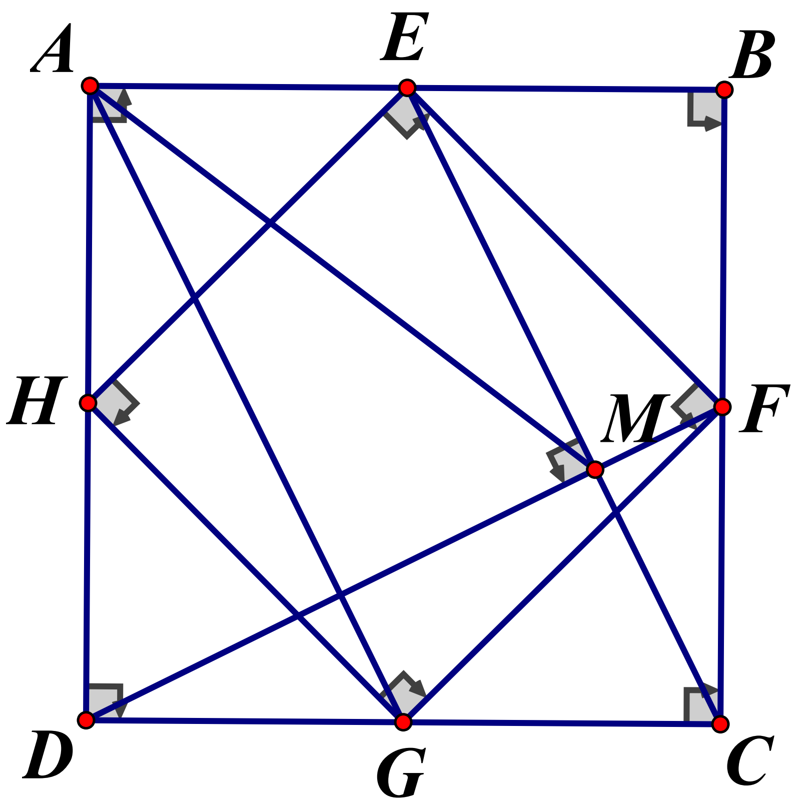
$$\frac{1}{4}\left(\frac{xy}{z}+\frac{yz}{x}+\frac{xz}{y}+3x+3y+3z\right)=\frac{1}{4}\left[3(x+y+z)+\frac{1}{2}.\left(2\frac{xy}{z}+2\frac{yz}{x}+2\frac{xz}{y}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{4}.\left[3(x+y+z)+\frac{y}{2}.\left(\frac{x}{z}+\frac{z}{x}\right)+\frac{x}{2}.\left(\frac{y}{z}+\frac{z}{y}\right)+\frac{z}{2}.\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\right]$$

$$\ge\frac{1}{4}.\left[3(x+y+z)+x+y+z\right]=x+y+z$$

Mà $x+y+z=a+b+c$ nên suy ra điều phải chứng minh.

Câu 4.



a) Chứng minh $EFGH$ là hình thoi và có 1 góc vuông nên $EFGH$ là hình vuông

b) $\Delta BEC = \Delta CFD(c.g.c) \Rightarrow \widehat{ECB} = \widehat{FDC}$ mà ΔCDF vuông tại C nên

$\Rightarrow \widehat{CDF} + \widehat{DFC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{DFC} + \widehat{ECB} = 90^0 \Rightarrow \Delta CMF$ vuông tại M

Hay $CE \perp DF$

Gọi N là giao điểm của AG và DF. Chứng minh tương tự : $AG \perp DF$

$\Rightarrow GN // CM$ mà G là trung điểm của DC nên N là trung điểm DM.

Trong ΔMAD có AN vừa là đường cao vừa là trung tuyến nên ΔMAD cân tại A

c) $\Delta CMD \sim \Delta FCD(g.g) \Rightarrow \dfrac{CD}{FD} = \dfrac{CM}{FC}$

Do đó: $\frac{S_{CMD}}{S_{FCD}} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 \Rightarrow S_{CMD} = \left(\frac{CD}{FD}\right)^2 .S_{FCD}$

Mà $S_{FCD} = \frac{1}{2}.CF.CD = \frac{1}{4}CD^2$

Vậy $S_{CMD} = \frac{CD^2}{FD^2}.\frac{1}{4}CD^2$

Trong ΔDCF theo Pytago ta có:

$$DF^2 = CD^2 + CF^2 = CD^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 = CD^2 + \frac{1}{4}CD^2 = \frac{5}{4}CD^2$$

Do đó: $S_{MCD} = \frac{CD^2}{\frac{5}{4}CD^2}.\frac{1}{4}CD^2 = \frac{1}{5}CD^2 = \frac{1}{5}a^2$