

BÀI TẬP LUYỆN TẬP

Bài 1: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

Chứng minh:

- 1) $BD \cdot BC = BF \cdot BA$.
- 2) $\triangle BDF$ đồng dạng với $\triangle BAC$ và suy ra $\angle BDF = \angle BAC$.
- 3) $\angle CDE = \angle BAC$.
- 4) DH là tia phân giác của $\angle FDE$.

Bài 2: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

Chứng minh:

- 1) $AH \cdot AD = AF \cdot AB$.
- 2) $\triangle ADF$ đồng dạng với $\triangle ABH$ và suy ra $\angle HDF = \angle ABH$.
- 3) $\angle ADE = \angle ACH$ và $\angle ABH = \angle ACH$.
- 4) H là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác DEF .

Bài 3: Cho hình thang vuông $ABCD$ ($\angle A = \angle D = 90^\circ$). Biết $AB = 6\text{ cm}$, $CD = 12\text{ cm}$, $AD = 17\text{ cm}$.

Trên cạnh AD lấy điểm K sao cho $AK = 8\text{ cm}$.

- 1) Chứng minh: $\angle ABK = \angle DKC$.
- 2) Chứng minh: $KB \perp KC$.

Bài 4: Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu của H lên AB và AC .

- 1) Chứng minh: $AH^2 = AI \cdot AB$.
- 2) Chứng minh: $\triangle AIK$ đồng dạng với $\triangle ACB$.
- 3) Biết $BC = 10\text{ cm}$, $AH = 4,8\text{ cm}$, tính $S_{\triangle AIK}$.

Bài 5: Cho tam giác ABC nhọn, có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H .

- 1) Chứng minh: $CH \cdot CF = CD \cdot CB$.
- 2) Chứng minh: $\triangle BCH$ đồng dạng với $\triangle FCD$.
- 3) Gọi K là giao điểm của EF và AH . Chứng minh FH là đường phân giác trong của $\triangle FDK$ và $AD \cdot HK = AK \cdot DH$.

Bài 6: Cho tam giác ABC vuông tại A , có AH là đường cao. Biết $AB = 15\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$.

- 1) Chứng minh: $\triangle HBA$ đồng dạng với $\triangle ABC$. Suy ra $AB^2 = BH \cdot BC$.
- 2) Tính BC, AH, BH, HC .
- 3) Đường phân giác của $\angle BAC$ cắt BC tại M . Kẻ $MH \perp AB$ tại E . Chứng minh $BE \cdot BA = BH \cdot BM$.
- 4) Tính BHE .

Bài 7: Cho tam giác ABC nhọn, có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H .

1) Chứng minh: $\triangle ACF$ đồng dạng với $\triangle HCE$.

2) Chứng minh: $AE.CF = AF.BE$.

3) Chứng minh $AEF = ABC$.

4) Cho $BAC = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BEC}$.

Bài 8: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AD là đường cao. Vẽ DH vuông góc với AB tại H và DK vuông góc với AC tại K .

1) Chứng minh: $\triangle DAB$ đồng dạng với $\triangle DCA$.

2) Gọi E là trung điểm của CD , N là giao điểm của AD và HK . Chứng minh $\triangle ANB$ đồng dạng với tam giác $\triangle CEA$, rồi suy ra $ANB = CEA$.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có AH là đường cao (H thuộc BC). Biết $AB = 15\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$. Từ H kẻ HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC tại E và F .

1) Tính BC, AH .

2) Chứng minh: $\triangle AEH$ đồng dạng với $\triangle AHB$. Suy ra $AH^2 = AE.AB$.

3) Chứng minh: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle AFE$.

4) Tính diện tích tứ giác $BCFE$.

Bài 10: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao.

1) Chứng minh: $\triangle HBA$ đồng dạng với $\triangle ABC$. Suy ra $AB^2 = BH.BC$.

2) Qua B vẽ đường thẳng song song với AC cắt AH tại D . Chứng minh: $HA.HB = HC.HD$.

3) Chứng minh: $AB^2 = AC.BD$.

4) Gọi M, N lần lượt là trung điểm BD, AC . Chứng minh: M, H, N thẳng hàng.

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao.

1) Chứng minh: $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle HBA$ và suy ra $AB^2 = BH.BC$.

2) Chứng minh: $\triangle AHB$ đồng dạng với $\triangle CAH$ và suy ra $AH^2 = HB.HC$.

3) Chọn điểm E nằm trong $\triangle AHC$ sao cho $BE = BA$. Vẽ BK là đường cao của $\triangle BEC$. Gọi S là giao điểm của BK và AH . Chứng minh: $\triangle BKC$ đồng dạng với $\triangle BHS$ và suy ra $AB^2 = BK.BS$.

4) Chứng minh: $BE \perp SE$.

Bài 12: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, hai đường cao AM, BN cắt nhau tại H .

1) Chứng minh: $\triangle AMC$ đồng dạng với $\triangle BNC$.

2) Chứng minh: $CMN = CAB$.

3) Vẽ $CK \perp AB$ tại K . Chứng minh: $CH.CK = CM.CB$.

Bài 13: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$) có AH là đường cao (H thuộc BC).

1) Chứng minh: $\triangle ABH$ đồng dạng với $\triangle BAC$. Suy ra $BA^2 = BH.BC$.

2) Lấy 2 điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho: $AM = \frac{1}{3} AB, CN = \frac{1}{3} AC$. Chứng minh: $\triangle AMH$ đồng dạng với $\triangle CNH$, từ đó suy ra $\triangle MNH$ vuông tại H .

Bài 14: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 15\text{ cm}, AC = 20\text{ cm}$. Vẽ AH vuông góc BC tại H .

1) Chứng minh: $\triangle HBA$ đồng dạng với $\triangle ABC$.

2) Tính độ dài các cạnh BC, AH .

3) Vẽ tia phân giác của BAH cắt cạnh BH tại D . Tính độ dài các cạnh BD, DH .

4) Trên cạnh HC lấy điểm E sao cho $HE = HA$, qua E vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh BC cắt cạnh AC tại M , qua C vẽ đường thẳng vuông góc với cạnh BC cắt tia phân giác MEC tại F . Chứng minh ba điểm H, M, F thẳng hàng.