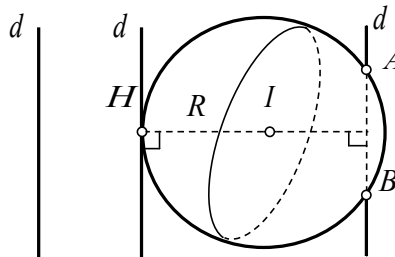


CHỦ ĐỀ 4

BÀI TOÁN LIÊN QUAN VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT CẦU

Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R và đường thẳng Δ . Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I, \Delta)$ rồi so sánh với bán kính R .



- ▢ Nếu $d(I, \Delta) > R$: Δ không cắt (S) .
- ▢ Nếu $d(I, \Delta) = R$: Δ tiếp xúc với (S) tại H .
- ▢ Nếu $d(I, \Delta) < R$: Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B .
- ▢ $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$.
- ▢ $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

DẠNG 1

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT CẦU

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 67 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

- A.3. B.0. C.1 **D. 2.**

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$. Số điểm chung của Δ và (S) là:

- A.0.** B.0. C.2. **D. 3.**

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$ và mặt cầu.

$(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$. Giá trị của m để đường thẳng Δ không cắt mặt cầu (S) là:

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$

D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$$

. Giá trị của m để đường thẳng Δ tiếp xúc mặt cầu (S) là:

A. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

B. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

C. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$

D. $m \in \mathbb{R}$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 1$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + mt \\ z = -2t \end{cases}$$

. Giá trị của m để đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt là:

A. $m \in \mathbb{R}$

B. $m > \frac{15}{2}$ hoặc $m < \frac{5}{2}$

C. $m = \frac{15}{2}$ hoặc $m = \frac{5}{2}$

D. $\frac{5}{2} < m < \frac{15}{2}$

DẠNG 2

LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU LIÊN QUAN ĐẾN ĐƯỜNG THẲNG

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là:

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 10$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -1)$ sao cho mặt cầu cắt đường thẳng

(d) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=-25-2t \end{cases}$ tại hai điểm A, B sao cho $AB=16$ là:

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 280$. B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 289$.
C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 17$. D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 289$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+9=0$ tại điểm $H(a;b;c)$. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

- A. 2 . B. -1 . C. 1 . D. -2 .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I , tiếp xúc với đường thẳng d . Bán kính của (S) bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R=5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy . Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

- A. $M(-1; -2; 1)$. B. $N(1; 2; -1)$. C. $P(-5; 2; -7)$. D. $Q(5; -2; 7)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 6; 2)$ và $B(2; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = \sqrt{3}$ B. $R = 2$ C. $R = 1$ D. $R = \sqrt{6}$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z = 0$, $(Q): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 1$ B. $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 6$
C. $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{7}$ D. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 8$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $I(1; 0; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB đều là:

- A. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$ B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{20}{3}$
C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{16}{4}$ D. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Lập phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d .

Trả lời:

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+5}{2} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z}{1}$ và điểm $M(4; 1; 6)$. Đường thẳng

d cắt mặt cầu (S) có tâm M , tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Lập phương trình của mặt cầu (S) .

Trả lời:

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H . Tìm tọa độ điểm H .

Trả lời:

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $u = (1; -1; 0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Tìm vector chỉ phương của d .

Trả lời:

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + m = 0$ (m là tham số) và

$$\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$. Tìm giá trị của m .

Trả lời:

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): z + 2 = 0$, $K(0; 0; -2)$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Lập phương trình mặt cầu tâm thuộc đường thẳng d và cắt mặt phẳng (P) theo thiết diện là đường tròn tâm K , bán kính $r = \sqrt{5}$.

Trả lời:

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc nhau và $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

Trả lời:

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): 2x + y + 2z - 1 = 0$, $A(0; 0; 4), B(3; 1; 2)$. Một mặt cầu (S) luôn đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại C . Biết rằng, C luôn thuộc một đường tròn cố định bán kính r . Tính bán kính r của đường tròn đó.

Trả lời:

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(6; 0; 0)$, $N(0; 6; 0)$, $P(0; 0; 6)$. Hai mặt cầu có phương trình $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 2z + 1 = 0$ cắt

nhau theo đường tròn (C) . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng chứa (C) và tiếp xúc với ba đường thẳng MN , NP , PM ?

Trả lời:

Câu 24. Trong không gian cho mặt phẳng $(P): x - z + 6 = 0$ và hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4z + 7 = 0$. Biết rằng tập hợp tâm I các mặt cầu tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) và tâm I nằm trên (P) là một đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó.

Trả lời:

DẠNG 3

LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN MẶT CẦU

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z - 3 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E , nằm trong (P) và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB là tam giác đều. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 26. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1), B(2;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z = 0$. Mặt cầu (S) thay đổi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại H . Biết H chạy trên 1 đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 30.

B. 26.

C. 20.

D. 21.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa d và tiếp xúc với (S) tại T, T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(-\frac{7}{6}; \frac{1}{3}; \frac{7}{6}\right)$.

B. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

C. $H\left(\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; -\frac{5}{6}\right)$.

D. $H\left(-\frac{5}{6}; \frac{1}{3}; \frac{5}{6}\right)$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $E(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Gọi Δ là đường thẳng qua E , nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2$. Phương trình đường thẳng Δ là

- A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \\ z = 5 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $M(1;1;1)$, $N(-3;-3;-3)$. Mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm Q . Biết rằng Q luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$. B. $R = 6$. C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. D. $R = 4$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 9$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$. Cho các phát biểu sau đây:

I. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm phân biệt.

II. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) .

III. Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

IV. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại một điểm.

Số phát biểu đúng là:

- A. 4 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 3^2$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ và điểm $N(1;0;-4)$ thuộc (P) . Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$. Gọi $u(1;b;c)$, $(c > 0)$ là một vectơ chỉ phương của Δ , tổng $b + c$ bằng

- A. 1 . B. 3 . C. -1 . D. 45 .

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 14$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y + 2z - 5 = 0$. Biết đường thẳng Δ nằm trong (α) , cắt trục Ox và tiếp xúc với (S) . Vector nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ ?

- A. $u = (4; -2; 1)$. B. $v = (2; 0; -1)$. C. $\vec{m} = (-3; 1; 0)$. D. $n = (1; -1; 1)$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 9 = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Tìm tọa độ tâm K và bán kính r của đường tròn (C) là

- A. $K(3; -2; 1)$, $r = 10$. B. $K(-1; 2; 3)$, $r = 8$. C. $K(1; -2; 3)$, $r = 8$. D. $K(1; 2; 3)$, $r = 6$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5; -3; 5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính OA biết $AB = 4$.

- A. $OA = \sqrt{11}$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{6}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

- A. 30 B. 26 C. 20 D. 21

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; 0; 3), B(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Hỏi có bao nhiêu điểm C trên mặt phẳng (α) sao cho tam giác ABC đều?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; 9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ

diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A. 39. B. $12\sqrt{3}$. C. 18. D. $28\sqrt{3}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4; 1; 2)$ bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại

tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , giá trị $AM \cdot AN$ bằng

- A. $6\sqrt{2}$. B. 14. C. 8. D. $9\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c), (a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\angle AMB = 60^\circ$, $\angle BMC = 60^\circ$, $\angle CMA = 120^\circ$. Tính $a^3 + b^3 + c^3$.

Trả lời:

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 4; 2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , tính giá trị $AM \cdot AN$.

Trả lời:

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9; 3; 1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S) , đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S) , Tính giá trị $AM \cdot AN$.

Trả lời:

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu: $(S_m): x^2 + y^2 + z^2 + (m+2)x + 2my - 2mz - m - 3 = 0$. Biết rằng với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

Trả lời:

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = -2 + t \end{cases}$, điểm $M(1; 2; -1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$. Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Lập phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB .

Trả lời:

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$, điểm $M(7; 1; 3)$. Gọi Δ là đường thẳng đi động luôn đi qua M và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại N . Tiếp điểm N di động trên đường tròn (T) có tâm $J(a, b, c)$. Gọi $k = 2a - 5b + 10c$, tính giá trị của k .

Trả lời:

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$ và đường thẳng d_m là giao tuyến của hai mặt phẳng $x + (1 - 2m)y + 4mz - 4 = 0$ và $2x + my - (2m + 1)z - 8 = 0$. Khi đó m thay đổi các giao điểm của d_m và (S) nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

Trả lời: