CHUYÊN ĐỀ 14.

CÁC TRƯỜNG HỢP BẰNG NHAU THỨ HAI VÀ THỨ BA CỦA TAM GIÁC

# PHẦN I. TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. **Trường hợp bằng nhau: cạnh - góc - cạnh**

Nếu hai cạnh và góc xen giữa của tam giác này bằng hai cạnh và góc xen giữa của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

|  |  |
| --- | --- |
| Xét *ABC* và *A**B**C* có:*AB*  *A**B* *A*  *A*   *ABC*  *A**B**C* (c.g.c)*AC*  *A**C* | ***B B'******A I A' C'*** |

# Trường hợp bằng nhau: cạnh - góc - cạnh

Nếu một cạnh và hai góc kề của tam giác này bằng một cạnh và hai góc kề của tam giác kia thì hai tam giác đó bằng nhau.

|  |  |
| --- | --- |
| Xét *ABC* và *A**B**C* có:*B*  *B* *AB*  *A**B*  *ABC*  *A**B**C*(g.c.g)*A*  *A*  | ***B B'******A C A' C'*** |

# PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI.

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

1. **Phương pháp giải:**

+ Xét hai tam giác.

+ Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh, góc – cạnh - góc.

+ Kết luận hai tam giác bằng nhau.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***M N***

***E***

***B D***

# Lời giải:

***C Q P***

Các tam giác bằng nhau:

*ABD*  *AED* ; *QMP*  *NPM* . Vì:

+ Xét *ABD* và *AED* có :

*AB*  *AE* (giả thiết); *BAD*  *EAD* (giả thiết); *AD* là cạnh chung

 *ABD*  *AED* (c.g.c).

+ Xét

*QMP* và *NPM*

có:

*MN*  *PQ* (giả thiết); *NMP*  *QPM*

(giả thiết); *MP* là cạnh chung

 *QMP*  *NPM* (c.g.c).

**Bài 2. MĐ1.** Trong các hình vẽ sau, có hai tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A E***

***F H***

***D***

***B C***

# Lời giải:

Các tam giác bằng nhau: Thật vậy:

***G***

*ADB*  *ADC* ; *EFG*  *EHG* .

+ Xét

*ADB*

và *ADC* có:

*ADB*  *ADC* (giả thiết); *AD* là cạnh chung; *BAD*  *CAD* (giả thiết)

 *ADB*  *ADC* (g.c.g).

+ Xét

*EFG*

và *EHG*

có:

*FEG*  *HEG*

(giả thiết); *EG* là cạnh chung; *EGF*  *EGH*

(giả thiết)

 *EFG*  *EHG* (g.c.g)

**Bài 3. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có hai tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***B E***

***G H K L***

***Q P N***

**GH // QP**

# Lời giải:

***M A C D F***

Các tam giác bằng nhau: Thật vậy:

*GQH*  *PHQ* ; *IKL*  *IMN* ; *ABC*  *DEF* .

+ Xét

*GQH*

và *PHQ*

có:

*GQH*  *PHQ* (theo giả thiết)

*GHQ*  *PQH* (hai góc so le trong, *GH* // *QP* )

*QH* là cạnh chung

 *GQH*  *PHQ* (g.c.g).

+ Xét

*IKL*

và *IMN*

có:

*IL*  *IK* (theo giả thiết);

*KIL*  *MIN*

*KLI*  *MNI*

(hai góc đối đỉnh); (theo giả thiết)

 *IKL*  *IMN*

(g.c.g)

Xét *ABC*

và *DEF*

có:

*A*  *D* (theo giả thiết);

*B*  *E* (theo giả thiết);

*AB*  *DE* (theo giả thiết)

 *ABC*  *DEF*

(g.c.g)

**Bài 4. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***M***

***N Q***

1 2

1 2

***P O***

# Lời giải:

Các tam giác bằng nhau: Thật vậy:

*MNP*  *MQO* ; *MNO*  *MQP* .

+) Ta có:

*P*1  *P*2  180 (hai góc kề bù); *O*1  *O*2  180 (hai góc kề bù)

Lại có :

*P*2  *O*1  *P*1  *O*2

Xét *MNP*

và *MQO*

có:

*P*1  *O*2 (chứng minh trên) ; *NP*  *QO* (theo giả thiết); *N*  *Q* (theo giả thiết)

 *MNP*  *MQO* (g.c.g)

+) Ta có: *NO*  *NP*  *PO* ; *QP*  *QO*  *OP* . Mà *NP*  *QO*  *NO*  *QP* .

+ Xét

*MNO* và *MQP* có:

*MN*  *MQ* (vì *MNP*  *MQO*

*N*  *Q* (theo giả thiết),

*NO*  *QP* (chứng minh trên)

* theo chứng minh trên),

 *MNO*  *MQP* (c.g.c).

**Bài 5. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.

***A***

***P Q***

***E F***

***B***

***I***

***G***

***D***

***H***

***M N***

***C***

# Lời giải:

Để *ABC*  *ADC* theo trường hợp cạnh - góc - cạnh thì thêm điều kiện : *ACB*  *ACD* .

Để *EFI*  *GHI* theo trường hợp cạnh - góc - cạnh thì thêm điều kiện: *IF*  *IH* .

Để *MNP*  *NMQ* theo trường hợp cạnh - góc - cạnh thì thêm điều kiện: *NP*  *MQ* .

**Bài 6. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc - cạnh - góc.

***M***

***A***

***O***

***B C***

***E***

***D N P***

# Lời giải:

Để *ABD*  *AED*

theo trường hợp góc - cạnh - góc thì thêm điều kiện: *ADB*  *ADE* .

Để *MNO*  *MPO* theo trường hợp góc - cạnh - góc thì thêm điều kiện: *MON*  *MOP*

**Bài 7. MĐ2** Qua trung điểm *I* của đoạn thẳng *AB* , kẻ đường thẳng vuông góc với *AB* , trên đường thẳng vuông góc đó lấy hai điểm *C* và *D* . Nối *CA*,*CB*, *DA*, *DB* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

# Lời giải:

***D***

Xét *ACI*

và *BCI*

***A B***

***I***

***C***

1 2

có:

*AI*  *BI* ( *I* là trung điểm của *AB* ),

*CI* là cạnh chung,

*AIC*  *BIC*  90

 *ACI*  *BCI* (c.g.c).

Xét *ADI*

và *BDI*

có:

*AI*  *BI* ( *I* là trung điểm của *AB* ),

*DI* là cạnh chung,

*AID*  *BID*  90

 *ADI*  *BDI* (c.g.c).

Vậy các cặp tam giác bằng nhau là: *ACI*  *BCI* ; *ADI*  *BDI* .

**Bài 8. MĐ2** Cho tam giác *ABC* , kẻ *AH* vuông góc với

*BC*,  *H*  *BC*  . Trên. tia đối của tia *HA* lấy

điểm *K* sao cho *HK*  *HA* , nối

# Lời giải:

*KB*, *KC* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

***K***

***A C***

***B***

***H***

+ Xét *ABH* và *KBH*

có: *BH* là cạnh chung; *AH*  *KH*

(giả thiết);

*AHB*  *KHB*  90

 *ABH*  *KBH* (c.g.c).

+ Xét

*CAH* và *CKH*

có: *CH* là cạnh chung; *AH*  *KH*

(giả thiết);

*AHC*  *KHC*  90

 *CAH*  *CKH* (c.g.c)

+ Xét

*ABC* và *KBC*

có:

*BC* là cạnh chung,

*AC*  *KC AB*  *KB*

(vì *CAH*  *CKH* ), (vì *ABH*  *KBH* )

 *CAH*  *CKH* (c. c. c).

Vậy các cặp tam giác bằng nhau:

*ABH*  *KBH* , *CAH*  *CKH* , *ABC*  *KBC* .

**Bài 9. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

***A***

***B***

1 2

1 2

***M C***

# Lời giải:

Xét tam giác *ABM* và tam giác *ACM* có :

*AB*  *AC*

(giả thiết),

*BAM*  *CAM* ( *AM* là tia phân giác góc *A* ),

*AM* là cạnh chung.

Suy ra *ABM*  *ACM*

(c.g.c).

**Bài 10. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

***A***

***B***

1 2

1 2

***M C***

# Lời giải:

Xét *ABM* có: Xét *ACM* có:

*M*2  180 *A*  *B* (tổng ba góc trong một tam giác bằng 180 ).

*M*2  180 *A*  *C*  (tổng ba góc trong một tam giác bằng 180 ).

Mà: *B*  *C* ;

*A*1  *A*2

suy ra

*M*1  *M*2 .

Xét tam giác ABM và tam giác ACM có :

*M*1  *M*2 (chứng minh trên),

*AM* là cạnh chung,

*A*1  *A*2 ( *AM* là tia phân giác góc *A* ).

Suy ra *ABM*  *ACM*

(c.g.c).

**Bài 11. MĐ2** Cho *Oz* là tia phân giác góc *xOy* . Trên các tia *Ox*,*Oy*,*Oz* lần lượt lấy các điểm

*A*, *B*, *C* (khác *O* ) sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh *OAC*  *OBC* .

# Lời giải:

***O***

**x**

***A***

**z**

***C***

***B***

**y**

Xét *OAC*

và *OBC*

có:

*OA*  *OB* (giả thiết)

*AOC*  *BOC* (giả thiết)

*OC* là cạnh chung

 *OAC*  *OBC* (c.g.c).

**Bài 12. MĐ3** Cho góc *xOy* khác góc bẹt. Trên cạnh *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* , trên cạnh *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* , sao cho *OA*  *OC*;*OB*  *OD* .

1. Chứng minh *OAD*  *OCB* .
2. Chứng minh *ACD*  *CAB* .

# Lời giải:

**x**

***O***

***B***

***A***

***C***

***D***

**y**

1. Xét tam giác *OAD* và tam giác *OCB* , ta có: *OA*  *OC* (giả thiết), *AOC* chung, *OD*  *OB*

(giả thiết)

 *OAD*  *OCB*

(c.g.c).

1. Ta có : *OB*  *OA*  *AB* , *OD*  *OC*  *CD* . Mà *OA*  *OC*;*OB*  *OD* nên *AB*  *CD* .

Lại có: *OAD*  *OCB* (chứng minh trên) suy ra

*AD*  *CB*; *D*  *B*

(tương ứng).

Xét tam giác *ACD* và tam giác *CAB* có: *AB*  *CD* , *D*  *B* , *AD*  *CB* (chứng minh trên)

 *ACD*  *CAB*

(c.g.c).

**Bài 13. MĐ3** Cho *ABC* vuông ở *A* . Trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *D* sao cho *AD*  *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *ABD* .
2. Trên tia đối của tia *AB* lấy điểm *M* . Chứng minh *MBD*

# Lời giải:

 *MBC* .

***M***

1. Xét *ABC*

và *ABD*

***D***

có: *AD*  *AC*

(giả thiết),

***C***

*BAD*  *BAC*  90 , *AB* là cạnh chung

***B***

***A***

 *ABC*  *ABD*

(c.g.c).

1. Xét

*MBD* và *MBC*

có: *AD*  *AC*

(giả thiết), *MAD*  *MAC*  90 , *AM* là cạnh chung

 *MBD*

 *MBC*

(c.g.c).

**Bài 14. MĐ3** Cho hình vẽ sau, trong đó

1. *OAB*  *ODC* .
2. *OAC*  *ODB* .

# Lời giải:

*AB* // *CD* , *AB*  *CD* . Chứng minh rằng:

***A B***

1. Xét

*OAB*

và *ODC*

***D C***

có:

***O***

*OAB*  *ODC* (hai góc so le trong),

*AB*  *CD* (giả thiết),

*OBA*  *OCD* (hai góc so le trong)

 *OAB*  *ODC* (g.c.g).

1. Vì *OAB*  *ODC*

(chứng minh trên)  *OA*  *OD*;*OB*  *OC*

(các cạnh tương ứng).

Xét *OAC*

và *ODB*

có: *OA*  *OD* , *OB*  *OC* (chứng minh trên), *AOB*  *DOC*

(hai góc đối đỉnh)

 *OAC*  *ODB* (c.g.c),

**Bài 15. CĐ4** Cho góc nhọn *xOy* có tia *Oz* là tia phân giác. Qua điểm *A* thuộc tia *Ox* , vẽ đường thẳng song song với *Oy* cắt *Oz* tại *M* . Qua *M* kẻ đường thẳng song song với *Ox* cắt *Oy* tại *B* .

1. Chứng minh *OAM*  *MBO* .
2. Từ *M* vẽ *MH*  *Ox* ; *MK*  *Oy* . Chứng minh *MHO*  *MKO* .

# Lời giải:

**x**

***O***

***H***

***A***

**z**

1

2 ***M***

1

2

***B***

***K***

1. Xét

*OAM*

**y**

và *MBO* , ta có :

*O*1  *M*1 (hai góc so le trong),

*OM* là cạnh chung,

*M*2  *O*2 (hai góc so le trong)

 *OAM*  *MBO*

(g.c.g).

1. Ta có: *O*1  *OMH*  90 (hai góc nhọn phụ nhau),

*O*2  *OMK*  90 (hai góc nhọn phụ nhau).

Lại có : *O*1  *O*2 ( *Oz* là tia phân giác *xOy* )  *OMH*  *OMK* .

Xét *OMH* và *OMK* , ta có:

*O*1  *O*2 (chứng minh trên), OM chung,

*OMH*  *OMK* (chứng minh trên)

 *OMH*  *OMK*

(g.c.g).

**Bài 16. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có

*A*  90 và *AB*  *AC* . Trên các cạnh *AB* và *AC* lần lượt lấy

điểm *D* và *E* sao cho *AD*  *AE* . Qua *A* và *D* kẻ đường vuông góc với *BE* cắt *BC* lần lượt tại *M*

và *N* . Tia *ND* cắt tia *CA* tại *I* . Chứng minh rằng:

1. *AID*  *ABE* .
2. Chứng minh *CM*  *MN* .

# Lời giải:

***B***

***N F***

***H***

***D***

***M***

***I C***

***A E***

1. Gọi *H* là giao điểm của *BE* và *IN* .

Ta có: *AEB*

vuông tại *A* nên

*ABE*  *AEB*  90 ; *DHB*

vuông tại *H* nên

*DBH*  *HDB*  90 .

Suy ra *HDB*  *AEB* .

Mà *HDB*  *ADI* (hai góc đối đỉnh) suy ra *ADI*  *AEB* .

Xét *ADI*

và *ABE*

có:

*DAI*  *EAB*  90 , *AE*  *AD*

(giả thiết), *ADI*

 *AEB*

(chứng minh trên).

Do đó *AID*  *ABE*

(g.c.g).

1. Ta có *AM*  *BE* , *IN*  *BE* suy ra

*AM* // *IN* .

Qua *N* kẻ đường thẳng song song với *AC* cắt *AM* tại *F*  *AC* // *NF*  *AI* // *NF* .

Xét *AIN* và *NFA* có:

*IAN*  *FNA*

*ANI*  *NAF*

(so le trong,

(so le trong,

*AI* // *NF* ),

*AM* // *IN* ),

*AN* là cạnh chung

 *AIN*  *NFA* (g.c.g) 

*NF*  *AI* (hai cạnh tương ứng).

Mà *AID*  *ABE*

(chứng minh trên)  *AI*  *AB*

(hai cạnh tương ứng).

Lại có *AB* (giả thiết) *NF AC* .

*AC*

Lại có:

*AC* // *NF*  *CAM*  *MFN* , *ACM*  *MNF*

(hai góc so le trong).

Xét *MAC*

và *MFN*

ta có:

*CAM*  *MFN*

(chứng minh trên),

*ACM*  *MNF*

(chứng minh trên),

*NF*  *AC*

(chứng minh trên)

 *MAC*  *MFN*

(g.c.g).

**Bài 17. MĐ4** Cho *ABC* , kẻ BD vuông góc với *AC* , *CE* vuông góc với *AB* . Trên tia đối của tia *BD* , lấy điểm *H* sao cho *BH*  *AC* . Trên tia đối của tia *CE* lấy điểm *K* sao cho *CK*  *AB* . Chứng minh *AH*  *AK* .

# Lời giải:

***A***

***K***

***D***

***E***

1

1

2

***B***

2

***C***

***H***

Xét *ABD* vuông tại *B* (vì *BD*  *AC* )  *B*1  *A*  90 . (1) Xét *ACE* vuông tại *E* (vì *CE*  *AB* )  *C*1  *A*  90 . (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

*B*1  *C*1 .

Mà *B*1  *B*2  180, *C*1  *C*2  180  *B*2  *C*2 .

Xét *ABH* và *KCA* có: *AB*  *CK* (giả thiết),

*B*2  *C*2 (chứng minh trên), *BH*  *AC* (giả thiết)

 *ABH*  *KAC* (c.g.c )  *AH*  *AK*

(hai cạnh tương ứng).

# Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác

1. **Phương pháp giải:**

+ Chọn hai tam giác có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.

+ Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo một trong hai trường hợp cạnh - góc - cạnh, góc

* cạnh - góc rồi suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc
* cạnh, góc - cạnh - góc .

+ Kết hợp với các tính chất đã học về tia phân giác, đường thẳng song song, đường trung trực, tổng ba góc trong một tam giác, ... để chứng minh một tính chất khác.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* , tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *M* . Chứng minh:

*BM*  *CM* .

# Lời giải:

***A***

***B C***

1 2

***M***

Xét tam giác *ABM* và tam giác *ACM* có:

*AB*  *AC* (giả thiết),

*BAM*  *CAM* ( *AM* là tia phân giác góc *A* ),

*AM* là cạnh chung

 *ABM*  *ACM* (c.g.c)  *BM*  *CM* (hai cạnh tương ứng).

**Bài 2. MĐ1** Cho góc nhọn *xOy* có *Om* là tia phân giác, *C**Om*

*C*  *O* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* ,

trên tia *Oy* lấy điểm *B* sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh: *CA*  *CB* .

# Lời giải:

***x***

***A***

***m***

***C***

***O***

***B***

***y***

Xét *OAC*

và *OBC*

có: *OA*  *OB* (giả thiết), *AOC*  *BOC* (giả thiết), *OC* là cạnh chung

 *OAC*  *OBC* (c.g.c)  *CA*  *CB* (hai cạnh tương ứng).

**Bài 3. MĐ1** Cho *ABC*  *MNP* . Gọi *O* và *G* lần lượt là trung điểm của các cạnh *BC* và *NP* . Chứng minh *AO*  *MG* .

# Lời giải:

***A M***

***B O C N G P***

Ta có:

*ABC*  *MNP*

 *AB*  *MN* ,

*B*  *N* , *BC*  *NP*

(tương ứng).

Mà *O* là trung điểm *BC* nên Từ đó suy ra *BO*  *NG* .

*BO*  1 *BC* , *G* là trung điểm *NP* nên

2

*NG*  1 *NP* .

2

Xét *ABO*

và *MNG* , ta có: *AB*  *MN*

*B*  *N* , *BO*  *NG* (chứng minh trên)

 *ABO*  *MNG* (c.g.c)  *AO*  *MG*

(hai cạnh tương ứng).

**Bài 4. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *D* .

1. Chứng minh *AB*  *AC* .
2. Chứng minh *AD*  *BC* .

# Lời giải:

***A***

1. Xét

*ADB*

có:

***B C***

***D***

1 2

1 2

*A*  *B*  *D*1  180 (tổng ba góc trong tam giác).

Xét *ADC*

có: *C*  *B*  *D*2  180 (tổng ba góc trong tam giác).

Mà:

*A*1  *A*2 (vì *AD* là phân giác của *BAC* ), *B*  *C*

(giả thiết)  *D*1  *D*2 .

Xét *ADB*

và *ADC*

có:

*A*1  *A*2 ( *AD* là tia phân giác của góc *BAC* ),

*AD* là cạnh chung,

*D*1  *D*2 (chứng minh trên)

 *ADB*  *ADC* (g.c.g)  *AB*  *AC* (hai cạnh tương ứng).

1. Ta có:

*D*1  *D*2

(chứng minh trên), mà

*D*1  *D*2  180 (hai góc kề bù)  *D*1  *D*2  90

 *AD*  *BC* .

**Bài 5. MĐ2** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *D* . Trên cạnh *AC*

lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *DA* là tia phân giác của góc *BDE* .

# Lời giải:

***A***

1. Xét

*ADB*

và *ADE*

***B C***

***D***

***E***

có:

*AE*  *AB*

(giả thiết),

*BAD*  *EAD* ( *AD* là tia phân giác góc *A* ),

*AD* là cạnh chung

 *ADB*  *ADE* (c.g.c)  *BD*  *CE* (hai cạnh tương ứng).

1. Ta có:

*ADB*  *ADE* (chứng minh trên)  *ADB*  *ADE*

(hai cạnh tương ứng)

 *DA* là tia phân giác của góc *BDE* .

**Bài 6. MĐ2** Cho góc *xOy* khác góc bẹt và có *Ot* là tia phân giác. Lấy điểm *C* thuộc *Ot* *C*  *O* .

Qua *C* kẻ đường vuông góc với *Ot* , cắt *Ox*, *Oy* theo thứ tự ở

1. Chứng minh: *OA*  *OB* .

*A*, *B* .

1. Lấy điểm *D* thuộc *Ct*  *D*  *C*  . Chứng minh: *DA*  *DB*

# Lời giải:

và *OAD*  *OBD* .

**x**

***A***

**t**

1

2

***C***

***D***

1

2

***B***

***O***

**y**

1. Xét *OAC* có: *O*1  *A*  *C*1  180 (tổng ba góc trong một tam giác).

Xét *OBC*

có: *O*2  *B*  *C*2  180 (tổng ba góc trong một tam giác).

Mà *O*1  *O*2

(vì *Ot* là phân giác *xOy* ),

*A*  *B*  90 nên *C*1  *C*2 .

Xét *OAC*

và *OBC*

có:

*O*1  *O*2 ( *Ot* là tia phân giác *xOy* ),

*OC* là cạnh chung,

*C*1  *C*2

(chứng minh trên)

 *OAC*  *OBC* (g.c.g)

 *OA*  *OB* (hai cạnh tương ứng).

1. Xét

*OAD* và *OBD* có:

*O*1  *O*2 ( *Ot* là tia phân giác *xOy* ),

*OD* là cạnh chung,

*OA*  *OB* (chứng minh trên)

 *OAD*  *OBD* (c.g.c)

 *AD*  *BD* (hai cạnh tương ứng), *OAD*  *OBD*

(hai góc tương ứng).

**Bài 7. MĐ2** Cho *ABC* , *M* là trung điểm của *BC* . Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *E* sao cho

*ME*  *MA* . Chứng minh:

1. *ABM*  *ECM* .
2. *AB*  *CE* và

# Lời giải:

*AC* // *BE* .

***A***

***B***

***M***

***C***

1. Xét *ABM*

và *ECM*

***E***

có:

*AM*  *EM* (giả thiết),

*BM*  *CM* ( *M* là trung điểm của *BC* ),

*AMB*  *EMC*

 *ABM*  *ECM*

(hai góc đối đỉnh) (c.g.c).

1. Ta có: *ABM*  *ECM* (chứng minh trên)  *AB*  *CE*

(hai cạnh tương ứng).

Xét *AMC*

và *EMB*

có:

*AM*  *EM* (giả thiết),

*BM*  *CM* ( *M* là trung điểm của *BC* ),

*AMC*  *EMB*

(hai góc đối đỉnh)

 *AMC*  *EMB*

(c.g.c)

 *ACM*  *EBM* (hai góc tương ứng).

Mà hai góc này ở vị trí so le trong  *AC* // *BE* .

**Bài 8. MĐ3** Cho tam giác *ABC* có

*A*  80 . Dựng *AH* vuông góc với *BC* ( *H*  *BC* ). Trên tia đối tia

*HA* lấy điểm *D* sao cho *HD*  *HA* .

1. Chứng minh: *AC*  *DC* .
2. Chứng minh: *ABC*  *DBC* .
3. Xác định số đo góc *BDC* .

# Lời giải:

***A***

***B C***

***H***

1

2

1. Xét *AHC*

và *DHC*

***D***

có:

*AH*  *AD*

(giả thiết),

*HC* là cạnh chung,

*AHD*  *DHC*  90

 *AHC*  *DHC* (c.g.c)

 *AC*  *DC* (hai cạnh tương ứng).

1. Vì *AHC*  *DHC*

(chứng minh trên)  *C*1  *C*2

(hai góc tương ứng).

Xét *ABC*

và *DBC*

có:

*AC*  *DC* (chứng minh trên),

*BC* là cạnh chung,

*C*1  *C*2 (chứng minh trên)

 *ABC*  *DBC* (c.g.c)

1. Vì

*ABC*  *DBC* (chứng minh trên)  *BDC*  *BAC*

(hai góc tương ứng)  *BDC*  80 .

**Bài 9. MĐ3** Cho *ABC* trên nửa mặt phẳng bờ *AC* không chứa điểm *B* , lấy điểm *D* sao cho

*AD* // *BC* và *AD*  *BC* . Chứng minh:

1. *AB*  *CD* .
2. *AB* // *CD* và *ABD*  *CDB* .

# Lời giải:

***A B***

1. Xét *ABC*

***D C***

và *CDA* có:

***O***

*AD*  *BC* (giả thiết),

*AC* là cạnh chung,

*ACB*  *DAC*

(hai góc so le trong)

 *ABC*  *CDA* (c.g.c)

 *AB*  *CD*

(hai cạnh tương ứng).

1. Vì *ABC*  *CDA* (chứng minh trên)  *BAC*  *DCA* (hai góc tương ứng). Mà hai góc này ở vị trí so le trong  *AB* // *DC* .

Xét *ABD* và *CBD* có:

*AD*  *BC* (giả thiết),

*BD* là cạnh chung,

*ABD*  *CBD* (hai góc so le trong)

 *ABC*  *CDA* (c.g.c).

**Bài 10. MĐ3** Cho *ABC* có

*B* cắt *AC* ở *D* .

*A*  90 , trên cạnh *BC* lấy điểm *E* sao cho *BA*  *BE* . Tia phân giác góc

1. Chứng minh: *ABD*  *EBD* .
2. Chứng minh: *DA*  *DE* .
3. Tính số đo *BED* .
4. Xác định độ lớn góc *B* để *EDB*  *EDC* .

# Lời giải:

***B***

1 2

***E***

1. Xét

*ABD*

và *EBD*

***A D C***

có:

*BA*  *BE*

(giả thiết),

*B*1  *B*2

( *BD* là tia phân giác góc *B* ),

*BD* là cạnh chung

 *ABD*  *EBD*

1. Vì *ABD*  *EBD*

(c.g.c).

(chứng minh trên)  *DA*  *DE*

(hai cạnh tương ứng).

1. Vì

*ABD*  *EBD*

(chứng minh trên)  *BAD*  *BED* (hai cạnh tương ứng)  *BED*  90 .

1. Để *EDB*  *EDC*

thì *EDB*  *EDC*  *B*2  *C*  *B*  2*C* .

Mà

Vậy

*B*  *C*  90  *B*  60 .

*B*  60 thì *EDB*  *EDC* .

**Bài 11. MĐ3** Cho *ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ tia phân giác *AD* của *BAC*  *D*  *BC*  . Trên cạnh *AC* lấy

điểm *E* sao cho *AE*  *AB* , trên tia *AB* lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *BF*  *EC*
3. *BDF*  *EDC* .
4. *AD*  *FC* .

# Lời giải:

***A***

***C***

1 2

1

***E***

2

1

***B***

2

***D***

***H***

1. Xét

*ABD*

và *AED*

***F***

có:

*AD* là cạnh chung,

*A*1  *A*2

( *AD* là tia phân giác của *BAC* ),

*AB*  *AE*

(giả thiết)

 *ABD*  *AED* (c.g.c)  *BD*  *ED* (hai cạnh tương ứng).

1. Ta có: *AF*  *AB*  *BF* , *AC*  *AE*  *EC* . Mà *AC*  *AF* , *AB*  *AE* (giả thiết)  *BF*  *EC* .
2. Vì

*ABD*  *AED*

(chứng minh trên)  *B*1  *E*1 (hai góc tương ứng).

Ta có:

*B*1  *B*2  180 ,

*E*1  *E*2  180 (kề bù). Mà

*B*1  *E*1

(chứng minh trên)  *B*2  *E*2 .

Xét *BDF*

và *EDC*

có: *BD*  *ED* ,

*B*2  *E*2 , *BF*  *EC*

(chứng minh trên)

 *BDF*  *EDC*

(c.g.c)

1. Gọi *H* là giao điểm của *AD* và *FC* .

Xét *AFH*

và *ACH*

có:

*AH* là cạnh chung,

*A*1  *A*2

( *AD* là tia phân giác của *BAC* ),

*AF*  *AC*

(giả thiết)

 *AFH*  *ACH*

(c.g.c)

 *AHF*  *AHC*

(hai góc tương ứng).

Lại có :

*AHF*  *AHC*  180 (kề bù)  *AHF*  *AHC*  90  *AD*  *FC* .

**Bài 12. MĐ4** Cho tam giác

*ABC*  *AB*  *AC*  , tia *Ax* đi qua trung điểm *M* của *BC* . Kẻ *BE* và *CF*

vuông góc với *Ax* (*E*, *F*  *Ax*) .

1. Chứng minh: *BE* // *CF* .
2. So sánh *BE* và *FC* ; *CE* và *BF* .
3. Tìm điều kiện về *ABC*

# Lời giải:

để có *BE*  *CE* .

***A***

***B C***

***E***

1

2

1 2

***M*** 4

3

1

2

1. Ta có: *BE*  *Ax* , *CF*  *Ax* (giả thiết)  *BE* // *CF*

***F***

(từ vuông góc đến song song).

1. Xét

*MBE*

và *MCF* có:

*B*1  *C*2 (hai góc so le trong),

*BM*  *CM*

( *M* là trung điểm của *BC* ),

*M*1  *M*3 (hai góc đối đỉnh)

 *MBE*  *MCF*

(g.c.g)  *BE*  *CF*

(hai cạnh tương ứng).

Xét *MBF*

và *MCE*

có:

*B*2  *C*1 (hai góc so le trong),

*BM*  *CM*

( *M* là trung điểm của *BC* ),

*M*2  *M*4 (hai góc đối đỉnh)

 *MBF*  *MCE*

d)

(g.c.g)  *BF*  *CE*

(hai cạnh tương ứng).

Giả sử *BE*  *CE*

Xét *BEM*

và *CEM*

có: *BE*  *CE* ; *BM*  *CM*

(cmt); *EM* là cạnh chung

 *BEM*  *CEM*

(c. c. c)

 *BME*  *CME*

(hai góc tương ứng)

Mặt khác,

*BME*  *CME*  180 (hai góc kề bù) nên

*BME*  *CME*  90

Suy ra *EM*  *BC* hay *AM*  *BC*

Xét *BAM*

và *CAM*

có:

*BAM*  *CAM*  90 ; *BM*  *CM*

(cmt); *AM* là cạnh chung

 *BAM*  *CAM*

(c. g. c)

 *BA*  *CA* (hai cạnh tương ứng)

 *ABC* cân tại *A* .

Vậy *ABC* cân tại *A* thì *BE*  *CE* .

**Bài 13. MĐ4** Cho tam giác *ABC* . Đường thẳng qua *A* song song với *BC* cắt đường thẳng qua *C* song song với *AB* ở *D* . Gọi *M* là giao điểm của *BD* và *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *CDA* .
2. Chứng minh *M* là trung điểm của *AC* .
3. Đường thẳng *d* qua *M* cắt các đoạn thẳng của *IK* .

# Lời giải:

*AD*, *BC* lần lượt ở

*I* , *K* . Chứng minh *M* là trung điểm

***A I D***

1

2

1

***M*** 2

1

1

2

1

1. Xét *ABC*

***B K C***

và *CDA* có:

*A*2  *C*1

( *AD* // *BC* ;hai góc so le trong),

*AC* là cạnh chung,

*A*1  *C*2

( *AB* // *DC* ; hai góc so le trong),

 *ABC*  *CDA* (g.c.g).

1. Vì *ABC*  *CDA* (chứng minh trên)  *AD*  *BC*

(hai cạnh tương ứng).

Xét *AMD* và *CMB*

có:

*A*2  *C*1

( *AD* // *BC* , hai góc so le trong),

*AC* là cạnh chung,

*B*1  *D*1

( *AD* // B*C* , hai góc so le trong)

 *AMD*  *CMB*

(g.c.g)  *AM*  *CM*

(hai cạnh tương ứng)  *M*

là trung điểm của *AC* .

1. Xét *AMI*

và *CMK*

có:

*A*2  *C*1

( *AD* // *BC* , hai góc so le trong),

*AM*  *CM*

(chứng minh trên),

*M*2  *M*1

(hai góc đối đỉnh)

 *AMI*  *CMK*

(g.c.g)  *MI*  *MK* (hai cạnh tương ứng)  *M*

là trung điểm của *IK* .

**Bài 14. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AD* vuông góc với *AB* và *AD*  *AB* ( *D*, *C* khác phía so với *AB* ). Vẽ đoạn thẳng *AE* vuông góc với *AC* và *AE*  *AC* ( *E*, *B* khác phía so với *AC* ).

Chứng minh:

1. *BE*  *DC* .
2. *BE*  *DC* .

# Lời giải:

***N***

***M***

***A***

1

***P***

***I***

***B C***

1. Vì *AD*  *AB* (giả thiết) nên *BAD*  90 ; *AE*  *AC* (giả thiết) nên *CAE*  90 .

Ta có:

*DAC*  *BAD*  *A*1  90  *A*1

và *BAE*  *CAE*  *A*1  90  *A*1

*DAC*  *BAE* .

Xét *DAC* và *BAE* : *AD*  *AB* , *AC*  *AE*

(giả thiết), *DAC*  *BAE*

(chứng minh trên)

 *DAC*  *BAE*

Vì *DAC*  *BAE*

(c.g.c).

(chứng minh trên) nên *DC*  *BE* , *C*1  *E* ( tương ứng).

1. Gọi *P* là giao điểm *AB* và *CD* ; *I* là giao điểm *BE* và *CD* .

Ta có

*ADC*  *APD*  90 (vì *ADP*

vuông).

Lại có: *DAC*  *BAE*

(chứng minh trên)  *ADC*  *ABE*

hay *ADP*  *PBI* .

 *ABE*  *BPI*  90  *BE*  *CD* .

**Bài 15. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Gọi

*M* , *N* lần lượt là trung điểm của

*AB*, *AC* . Lấy điểm

*E*, *D* sao cho *M* , *N* là trung điểm của *CE*, *BD* .

1. Chứng minh:
2. Chứng minh:

# Lời giải:

*AD* // *BC* .

*A*, *E*, *D* thẳng hàng.

***E A D***

***N***

***M***

1. Xét

***B C***

*AND* và *CNB* :

*NA*  *NC ND*  *NB*

(vì *N* là trung điểm của *AC* ), (vì *N* là trung điểm của *BD* ),

*AND*  *BNC*

 *AND*  *CNB*

(hai góc đối đỉnh) (c.g.c)  *DAN*  *NCB*

(2 góc tương ứng).

Mà *DAN* và *NCB* là 2 góc so le trong nên *DA* // *BC* .

1. Hoàn toàn tương tự ta chứng minh được: *AE* // *BC* .

Như vậy:

*AE* // *BC* ,

*DA* // *BC* nên

*A*, *D*, *E* thẳng hàng (tiên đề Ơclít về đường thẳng song song).

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1.**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***D M***

***A***

***B C E F N P***

**Bài 2. MĐ1** Trên mỗi hình 1, hình 2, hình 3 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***E C***

***A***

***F***

***S***

***K***

**Hình 1**

***O B***

***G B D***

**Hình 2**

***C***

***H***

**Hình 3**

**Bài 3. MĐ1** Cho hình vẽ, chứng minh *ABC*  *MNP* .

***A M***

***B C N P***

**45°**

**70°**

**70°**

**65°**

**Bài 4. MĐ2** Cho *ABC*  *MNP* . Gọi *AD* là đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC* . Gọi *ME* là đường phân giác góc *M* của tam giác *MNP* . Chứng *ABD*  *MNE*.

**Bài 5. MĐ3** Cho góc *xAy* . Lấy điểm *B* trên *Ax* , điểm *D* trên *Ay* sao cho *AB*  *AD*

. Trên tia *Bx*

lấy điểm *E* , trên tia *Dy* lấy điểm *C* sao cho *BE*  *DC* . Chứng minh *ABC*  *ADE* .

**Bài 6. MĐ4** Cho

*ABC*

có *D* là trung điểm của *BC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa điểm

*A* , vẽ tia *Bx* // *AC* , *Bx* cắt tia *AD* ở *E* .

1. Chứng minh *ADC*  *EDB* .
2. Trên tia đối của tia *AC* , lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Gọi *I* là giao điểm của *AB* và *EF* . Chứng minh *AIF*  *BIE* .

# Dạng 2.

**Bài 1. MĐ1** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB* . Chứng minh rằng : *BM*  *CN* .

**Bài 2. MĐ2** Cho *ABC*

1. *ABM* *ACM* .

có *AB*  *AC* , phân giác

*AM* *M*  *BC*  . Chứng minh:

1. *M* là trung điểm của *BC* và *AM*  *BC* .

**Bài 3. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có : *AB*  *AC*

và *M* là trung điểm của *BC* .

1. Chứng minh *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .
2. Chứng minh *AM*  *BC* .
3. Qua *C* kẻ đường thẳng *d* song song với *AB* cắt tia *AM* tại *N* . Chứng minh *M* là trung điểm của

*AN* .

**Bài 4. MĐ2** Cho *ABC* , có *B*  *C*

giác của góc *C* cắt *AB* ở *E* .

và *AB*  *AC* . Tia phân giác của góc *B* cắt *AC* ở *D* . Tia phân

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* .
2. Gọi *I* là giao điểm *BD* và *EC* . Chứng minh *BI*  *IC* , *IE*  *ID* .

**Bài 5. MĐ3** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* chứa điểm *A* , vẽ tia *Bx* , *Cy* lần

lượt cắt hai cạnh *AC* , *AB* tại

1. Chứng minh *AD*  *AE* .

*D*, *E* sao cho *ABD*  *ACE* .

1. Gọi *I* là giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh *EBI*  *DCI* .
2. Chứng minh *AI*  *BC* .

**Bài 6. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có *M* và *N* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB* và *AC* . Trên tia đối của tia *NB* lấy điểm *D* sao cho *ND*  *NB* . Trên tia đối của tia *MC* lấy điểm *E* sao cho *ME*  *MC* . Chứng minh :

1. *AD*  *BC* .
2. *AE* // *BC* .
3. *A* là trung điểm của *DE* .

**Bài 7. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AM*  *AB* ; *AM*  *AB*

sao cho *M* và

*C* khác phía đối với đường thẳng *AB* . Vẽ đoạn thẳng *AN*  *AC* và *AN*  *AC* sao cho *N* và *B*

khác phía đối với đường thẳng *AC* . Gọi

1. *AMC*  *ABN* .

*I* , *K* lần lượt là trung điểm của *BN* và *CM* . Chứng minh :

1. *MC*  *BN*
2. *AI*  *AK*

và *MC*  *BN* . và *AI*  *AI* .

# ĐÁP SỐ BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***D M***

***A***

***B C E F N P***

# Lời giải:

Xét *ABC*

và *DEF*

có: *AB*  *DE* ; *B*  *E* ; *BC*  *EF*

(theo giả thiết)

 *ABC*  *DEF*

(c.g.c).

**Bài 2. MĐ1** Trên mỗi hình 1, hình 2, hình 3 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***E C***

***A***

***F***

***S***

# Lời giải:

* + Hình 1.

***K***

**Hình 1**

***O B***

***G B D***

**Hình 2**

***C***

***H***

**Hình 3**

Xét *FEK*

và *SEK*

có:

*FEK*  *SEK*

(giả thiết),

*EK* là cạnh chung,

*FKE*  *SKE*

Vậy *FEK*  *SEK*

* Hình 2.

(giả thiết). (g.c.g).

Xét *OAD* và *OBC*

có:

*OAD*  *OBC*

(giả thiết),

*OA*  *OB* (giả thiết),

*O* là góc chung.

Vậy *OAD*  *OBC*

* Hình 3.

(g.c.g).

Xét *AHB*

và *AHC*

có:

*AHB*  *AHC*  90 (giả thiết),

*HB*  *HC*

(giả thiết),

*B*  *C*

(giả thiết).

Vậy *AHB*  *AHC*

(g.c.g).

**Bài 3. MĐ1** Cho hình vẽ, chứng minh *ABC*  *MNP* .

***A M***

***B N***

**45°**

**70°**

**70°**

**65°**

***C P***

# Lời giải:

*MNP*

có: *M*

* *N*  *P*  180 (tổng ba góc trong một tam giác).

Suy ra *M*

 180 *N*  *P*

 180  75  65  45 .

Xét *ABC*

và *MNP*

có:

*A*  *M*  45 , *AB*  *MN*

(giả thiết),

*B*  *N*  70 .

Vậy *ABC*  *MNP* (g.c.g).

**Bài 4. MĐ2** Cho *ABC*  *MNP* . Gọi *AD* là đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC* . Gọi *ME*

là đường phân giác góc *M* của tam giác *MNP* . Chứng *ABD*  *MNE*.

# Lời giải:

***A M***

1

***B D C N E P***

1

Ta có:

*ABC*  *MNP* suy ra

*B*  *N*; *A*  *M* ; *AB*  *MN*

(tương ứng).

Mạ̃t khác: *AD* là đường phân giác của *A* nên

*A*  1 .*A* ,

*ME* là đường phân giác của *M* nên Do đó *A*1  *M*1 .

1 2

*M*  1  *M* .

1 2

Xét tam giác *ABD* và tam giác *MNE* có:

*B*  *N*, *AB*  *MN*, *A*1  *M*1

(chứng minh trên).

Suy ra *ABD*  *MNE*

(g.c.g).

**Bài 5. MĐ3** Cho góc *xAy* . Lấy điểm *B* trên *Ax* , điểm *D* trên *Ay* sao cho *AB*  *AD*

. Trên tia

*Bx* lấy điểm *E* , trên tia *Dy* lấy điểm *C* sao cho *BE*  *DC* . Chứng minh *ABC*  *ADE* .

***A***

**x**

***E***

***B***

***D***

***C***

**y**

# Lời giải:

Ta có: *AE*  *AB*  *BE* ; *AC*  *AD*  *DC* . Mà: *AB*  *AD* ; *BE*  *DC*

(giả thiết) nên *AE*  *AC* .

Xét *ABC*

và *ADE*

có: *AE*  *AC* (chứng minh trên); *A* là góc chung; *AB*  *AD*

(giả thiết)

 *ABC*  *ADE*

(c.g.c).

**Bài 6. MĐ4** Cho *ABC* có *D* là trung điểm của *BC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa điểm

*A* , vẽ tia *Bx* // *AC* , *Bx* cắt tia *AD* ở *E* .

1. Chứng minh *ADC*  *EDB* .
2. Trên tia đối của tia *AC* , lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Gọi *I* là giao điểm của *AB* và *EF* . Chứng minh *AIF*  *BIE* .

# Lời giải:

***F***

***A***

***I***

***D***

***B***

***C***

***E***

1. Ta có

*AC* // *BE*

 *ACD*  *DBE*

(2 góc so le trong).

Xét  *ADC* và

*EDB*

có:

*ACD*  *DBE*

(chứng minh trên),

*CD* 

*BD* (giả thiết),

*ADC*  *EDB* (hai góc đối đỉnh).

Vậy *ADC*  *EDB*

1. Vì *ADC*  *EDB*

(g.c.g).

(chứng minh trên)  *AC*  *EB*

(hai cạnh tương ứng).

Mà *AF*  *AC* (giả thiết)  *AF*  *BE* .

Vì *AC* // *BE* (giả thiết), *F*  *AC*  *AF* // *BE*

 *FAI*  *IBE* , *AFI*  *BEI*

(góc so le trong).

Xét  *AIF*

và *BIE*

có: *FAI*  *IBE*

, *AF*  *BE* , *AFI*  *BEI*

(chứng minh trên).

Do đó  *AIF* *BIE*

(g.c.g).

# Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác

**Bài 1. MĐ1** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB* . Chứng minh rằng : *BM*  *CN* .

# Lời giải:

***A***

Ta có:

***B C***

*M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB*  *AM*  1 *AC*; *AN*  1 *AB* .

***N***

***M***

2 2

Lại có: *AB*  *AC* (giả thiết)  *AM*  *AN* .

Xét *ABM*

và *ACN*

có:

*AB*  *AC*

(giả thiết),

*A* là góc chung,

*AM*  *AN*

 *ABM*  *ACN*

(chứng minh trên) (c.g.c)

 *BM*  *CN*

(hai cạnh tương ứng).

**Bài 2.** Cho *ABC*

có *AB*  *AC* , phân giác *AM* *M*  *BC* . Chứng minh:

1. *M* là trung điểm của *BC* .
2. *AM*  *BC* .

# Lời giải:

***A***

1. Xét *ABM*

và *ACM*

***B C***

***M***

1 2

có:

*AB*  *AC*

(giả thiết),

*AM* là cạnh chung,

*A*1  *A*2 (chứng minh trên)

 *ABM*  *ACM*

(c.g.c)

 *BM*  *CM*

(hai cạnh tương ứng)

 *M* là trung điểm của *BC* .

1. Vì *ABM*  *ACM*

(chứng minh trên)  *AMB*  *AMC*

(hai góc tương ứng).

Lại có:

*AMB*  *AMC*  180 (kề bù)  *AMB*  *AMC*  90

 *AM*

 *BC* .

**Bài 3. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có : *AB*  *AC* và *M* là trung điểm của *BC* .

1. Chứng minh *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .
2. Chứng minh *AM*  *BC* .
3. Qua *C* kẻ đường thẳng *d* song song với *AB* cắt tia *AM* tại *N* . Chứng minh *M* là trung điểm của

*AN* .

# Lời giải:

***A***

***B C***

1 2

1

1 2

***M*** 3

1

1

***N***

1. Xét tam giác *ABM* và tam giác *ACM* , ta có:

*AB*  *AC*

(giả thiết),

*BM*  *MC* ( *M* là trung điểm của *BC* ),

*AM* là cạnh chung

Suy ra *ABM*  *ACM*

(c.c.c)

 *A*1  *A*2

(hai góc tương ứng) hay *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .

1. Ta có

*ABM*  *ACM*

nên *M*1  *M*2

(hai góc tương ứng).

Mà *M*1  *M*2  180 (kề bù) nên *M*1  *M*2  90 . Hay *AM*  *BC* .

1. Ta có *CN* // *AB* suy ra

*B*1  *C*1

(hai góc so le trong).

Xét *ABM*

và *NCM* , ta có:

*M*1  *M*3

(hai góc đối đỉnh),

*MB*  *MC* ( *M* là trung điểm của *BC* ),

*B*1  *C*1

(chứng minh trên)

Suy ra *ABM*  *NCM*

(g.c.g)  *AM*  *MN*

(hai cạnh tương ứng).

**Bài 4. MĐ2** Cho

*ABC* , có *B*  *C*

và *AB*  *AC* . Tia phân giác của góc *B* cắt *AC* ở *D* . Tia phân

giác của góc *C* cắt *AB* ở *E* .

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* .
2. Gọi *I* là giao điểm *BD* và *EC* . Chứng minh *BI*  *IC* , *IE*  *ID* .

# Lời giải:

***A***

***B C***

***E***

***D***

***I***

1

2

2

1

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* . Ta có:

*B*  *B*

 *ABC*

(vì *BD* là tia phân giác của *ABC* ), (1)

1 2 2

*C*  *C*

 *ACB*

(vì *CE* là tia phân giác của *ACB* ) , (2)

1 2 2

*ABC*  *ACB*

Từ (1), (2), (3) suy ra

(giả thiết). (3)

*B*1  *B*2  *C*1  *C*2 .

Xét *ABD* và

*ACE* có

*AB*  *AC* (giả thiết),

*BAC* là góc chung,

*B*1  *C*1

(chứng minh trên).

Do đó *ABD*  *ACE* (g.c.g).

Suy ra *BD*  *CE* (hai cạnh tương ứng).

1. Ta có *AB*  *AC*

(giả thiết), *AD*  *AE*

(vì *ABD*  *ACE* ).

Nên *AB*  *AE*  *AC*  *AD*  *BE*  *CD* .

Ta lại có *ABD*  *ACE* (cm câu a) *ADB*  *AEC*

(hai góc tương ứng).

Mặt khác:

*ADB*  *IDC*  180 (hai góc kề bù);

*AEC*  *IEB*  180 (hai góc kề bù) nên *IDC*  *IEB* .

Xét *EBI*

và *DCI*

có:

*B*1  *C*1

(chứng minh ở câu a),

*BE*  *CD* (chứng minh trên),

*IDC*  *IEB*

(chứng minh trên).

Do đó *EBI*  *DCI*

(g.c.g).

Suy ra *BI*  *IC* , *IE*  *ID* (hai cạnh tương ứng).

**Bài 5. MĐ3** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* chứa điểm *A* , vẽ tia *Bx* , *Cy* lần

lượt cắt hai cạnh *AC* , *AB* tại

1. Chứng minh *AD*  *AE* .

*D*, *E* sao cho *ABD*  *ACE* .

1. Gọi *I* là giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh *EBI*  *DCI* .
2. Chứng minh *AI*  *BC* .

# Lời giải:

***A***

***x***

***y E*** 1 1 ***D***

2 ***I*** 2

1. Xét

*ABD*

***B C***

***H***

và *ACE* có:

*BAC* là góc chung,

*AB*  *AC*

(giả thiết),

*ABD*  *ACE*

(giả thiết)

*ABD*  *ACE* (g – c – g)  *AD*  *AE*

(hai cạnh tương ứng).

1. Ta có *AB*  *AC*

(giả thiết), *AD*  *AE*

(cm câu a).

Nên *AB*  *AE*  *AC*  *AD*  *BE*  *CD* .

Ta lại có *ABD*  *ACE* (cm câu a)

*E*1  *D*1

(hai góc tương ứng).

Mặt khác:

*E*1  *E*2  180 ;

*D*1  *D*2  180 (hai góc kề bù) 

*E*2  *D*2 .

Xét *EBI* và *DCI* có

*EBI*  *DCI*

(giả thiết),

*BE*  *CD* (chứng minh trên),

*E*2  *D*2

(chứng minh trên),

*EBI*  *DCI*

(g.c.g).

1. Gọi *H* là giao điểm của *AI* và *BC* .

Xét *AEI*

và *ADI*

có:

*AI* là cạnh chung,

*AE*  *AD*

(chứng minh trên câu a),

*EI*  *DI* (vì *EBI*  *DCI* ).

*AEI*  *ADI*

(c.c.c)  *EAI*  *DAI*

(hai góc tương ứng) hay *BAH*  *CAH* .

Xét *ABH*

và *ACH*

có:

*AI* là cạnh chung,

*BAH*  *CAH*

(chứng minh trên),

*AB*  *AC*

(giả thiết).

*ABH*  *ACH*

(c.g.c)  *AHB*  *AHC*

(hai góc tương ứng).

Mà *AHB*  *AHC*  180 (hai góc kề bù)  *AHB*  *AHC*  180  90 .

2

Vậy *AH*  *BC* hay *AI*  *BC* .

**Bài 6. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có *M* và *N* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB* và *AC* . Trên tia đối của tia *NB* lấy điểm *D* sao cho *ND*  *NB* . Trên tia đối của tia *MC* lấy điểm *E* sao cho

*ME*  *MC* . Chứng minh :

1. *AD*  *BC* .
2. *AE* // *BC* .
3. *A* là trung điểm của *DE* .

# Lời giải:

***E A D***

1

2

***N***

***M***

1

2

1

***B*** *C*

1. Xét

*AND* và *CNB* , ta có :

*AN*  *NC* ( *N* là trung điểm của cạnh *AC* ),

*N*2  *N*1

(đối đỉnh),

*ND*  *NB* (giả thiết)

 *AND*  *CNB* (c.g.c)  *AD*  *BC* (hai cạnh tương ứng).

1. Chứng minh tương tự ta có: *AME*  *BMC*

(c.g.c), nên

*E*1  *C*1

(hai góc tương ứng).

Mà *E*1

và *C*1

ở vị trí so le trong nên

*AE* // *BC* .

1. Vì

*AND*  *CNB*

nên

*D*1  *B*2

(hai góc tương ứng).

Mà *D*1

và *B*2

ở vị trí so le trong nên

*AD* // *BC* .

Ta có:

*AD* // *BC* và

*AE*// *BC* suy ra

*D*, *A*, *E* thẳng hàng (theo tiên đề Ơclit).

Vì *AME*  *BMC AE*  *BC* (hai cạnh tương ứng).

Mà *AD*  *BC* (chứng minh trên) *AE*  *AD* . Suy ra *A* là trung điểm của *ED* .

**Bài 7. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AM*  *AB* ; *AM*  *AB*

sao cho *M* và

*C* khác phía đối với đường thẳng *AB* . Vẽ đoạn thẳng *AN*  *AC* và *AN*  *AC* sao cho *N* và *B* khác

phía đối với đường thẳng *AC* . Gọi *I* , *K* lần lượt là trung điểm của *BN* và *CM* . Chứng minh :

1. *AMC*  *ABN* .
2. *MC*  *BN* và *MC*  *BN*
3. *AI*  *AK*

# Lời giải:

và *AI*  *AK* .

***N***

***M***

***A***

1

***K***

***P***

***I***

***O***

1. Vì *AM*  *AB* (giả thiết) nên

***B***

*BAM*  90 ; *AN*  *AC*

***C***

(giả thiết) nên *CAN*  90 .

Ta có:

*MAC*  *BAM*  *A*1  90  *A*1

và *BAN*  *CAN*  *A*1  90  *A*1

*MAC*  *BAN* .

Xét *MAC* và *BAN* :

*AM*  *AB*

*AC*  *AN*

(giả thiết), (giả thiết),

*MAC*  *BAN* (chứng minh trên)

 *MAC*  *BAN*

(c.g.c).

1. Gọi *P* là giao điểm *AB* và *CM* ; *O* là giao điểm *BN* và *CM* .

Ta có:

*AMC*  *APM*  90 (vì *AMP*

vuông tại *A* ).

Lại có: *MAC*  *BAN*

*AMP*  *PBO*

(chứng minh trên)  *AMC*  *ABN* (hai góc tương ứng) hay

 *ABN*  *BPO*  90  *BN*  *CM* .

1. Ta có *K*, *I* lần lượt là trung điểm của *CM* , *BN* .

Mà *CM*  *BN* (chứng minh trên)  *MK*  *BI* .

Xét *AMK* và *ABI*

có:

*AMK*  *ABN* (chứng minh trên),

*AM*  *AB* (chứng minh trên),

*MK*  *BI*

(chứng minh trên)

 *AMK*  *ABI*

(c.g.c)

 *AK*  *AI* (hai cạnh tương ứng) và *MAK*  *BAI*

(hai góc tương ứng).

Mà *MAK*  *KAB*  90  *BAI*  *KAB*  90

hay *AI*  *AK* .

# PHIẾU BÀI TẬP

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

1. **Phương pháp giải:**

+ Xét hai tam giác.

+ Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh, góc – cạnh - góc.

+ Kết luận hai tam giác bằng nhau.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***M N***

***E***

***B C Q P D***

**Bài 2. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A E***

***F H***

***D***

***B C***

***G***

**Bài 3. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có hai tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***B E***

***G H K L***

***Q P N***

**GH // QP**

***M A C D F***

**Bài 4. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***M***

***N Q***

1 2

1 2

***P O***

**Bài 5. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp cạnh - góc - cạnh.

***A***

***P Q***

***E F***

***B***

***I***

***G***

***D***

***H***

***M N***

***C***

**Bài 6. MĐ2** Nêu thêm một điều kiện để mỗi hình dưới đây là hai tam giác bằng nhau theo trường hợp góc - cạnh - góc.

***M***

***A***

***O***

***B C***

***E***

***D N P***

**Bài 7. MĐ2** Qua trung điểm *I* của đoạn thẳng *AB* , kẻ đường thẳng vuông góc với *AB* , trên đường thẳng vuông góc đó lấy hai điểm *C* và *D* . Nối *CA*,*CB*, *DA*, *DB* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**Bài 8. MĐ2** Cho tam giác *ABC* , kẻ *AH* vuông góc với

*BC*, *H*  *BC*  . Trên. tia đối của tia *HA* lấy

điểm *K* sao cho *HK*  *HA* , nối

*KB*, *KC KB*, *KC* . Tìm các cặp tam giác bằng nhau.

**Bài 9. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

**Bài 10. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Gọi *AM* là tia phân giác góc *A* . Chứng minh

*ABM*  *ACM* .

**Bài 11. MĐ2** Cho *Oz* là tia phân giác góc *xOy* . Trên các tia *Ox*, *Oy*,*Oz* lần lượt lấy các điểm

*A*, *B*, *C*

(khác *O* ) sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh *OAC*  *OBC* .

**Bài 12. MĐ3** Cho góc *xOy* khác góc bẹt. Trên cạnh *Ox* lấy hai điểm *A* và *B* , trên cạnh *Oy* lấy hai điểm *C* và *D* , sao cho *OA*  *OC*;*OB*  *OD* .

1. Chứng minh *OAD*  *OCB* .
2. Chứng minh *ACD*  *CAB* .

**Bài 13. MĐ3** Cho *ABC* vuông ở *A* . Trên tia đối của tia *AC* lấy điểm *D* sao cho *AD*  *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *ABD* .
2. Trên tia đối của tia *AB* lấy điểm *M* . Chứng minh *MBD*

 *MBC* .

**Bài 14. MĐ3** Cho hình vẽ sau, trong đó

1. *OAB*  *ODC* .
2. *OAC*  *ODB* .

*AB* // *CD*, *AB*  *C*D . Chứng minh rằng:

**Bài 15. MĐ4** Cho góc nhọn *xOy* có tia *Oz* là tia phân giác. Qua điểm *A* thuộc tia *Ox* , vẽ đường thẳng song song với *Oy* cắt *Oz* tại *M* . Qua *M* kẻ đường thẳng song song với *Ox* cắt *Oy* tại *B* .

1. Chứng minh *OAM*  *MBO* .
2. Từ *M* vẽ *MH*  *Ox* ; *MK*  *Oy* . Chứng minh *MHO*  *MKO* .

**Bài 16. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có

*A*  90 và *AB*  *AC* . Trên các cạnh *AB* và *AC* lần lượt lấy

điểm *D* và *E* sao cho *AD*  *AE* . Qua *A* và *D* kẻ đường vuông góc với *BE* cắt *BC* lần lượt tại *M*

và *N* . Tia *ND* cắt tia *CA* tại *I* . Chứng minh rằng:

1. *AID*  *ABE* .
2. Chứng minh *CM*  *MN* .

**Bài 17. MĐ4** Cho *ABC* , kẻ *BD* vuông góc với *AC* , *CE* vuông góc với *AB* . Trên tia đối của tia *BD*

, lấy điểm *H* sao cho *BH*  *AC* . Trên tia đối của tia *CE* lấy điểm *K* sao cho *CK*  *AB* . Chứng minh

*AH*  *AK* .

# Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác

1. **Phương pháp giải:**

+ Chọn hai tam giác có cạnh (góc) là hai đoạn thẳng (góc) cần chứng minh bằng nhau.

+ Chứng minh hai tam giác ấy bằng nhau theo một trong hai trường hợp cạnh - góc - cạnh, góc - cạnh - góc rồi suy ra hai cạnh (góc) tương ứng bằng nhau.Kiểm tra ba điều kiện bằng nhau cạnh - góc - cạnh, góc - cạnh - góc .

+ Kết hợp với các tính chất đã học về tia phân giác, đường thẳng song song, đường trung trực, tổng ba góc trong một tam giác, ... để chứng minh một tính chất khác.

1. **Bài toán.**

**Bài 1. MĐ1** Cho tam giác *ABC* có *AB*  *AC* , tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *M* . Chứng minh:

*BM*  *CM* .

**Bài 2. MĐ1** Cho góc nhọn *xOy* có *Om* là tia phân giác, *C**Om* *C*  *O* . Trên tia *Ox* lấy điểm *A* , trên tia *Oy* lấy điểm *B* sao cho *OA*  *OB* . Chứng minh: *CA*  *CB* .

**Bài 3. MĐ1** Cho

*ABC*  *MNP* . Gọi *O* và *G* lần lượt là trung điểm của các cạnh *BC* và *NP* .

Chứng minh *AO*  *MG* .

**Bài 4. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có *B*  *C* . Tia phân giác của góc *A* cắt *BC* tại *D* .

1. Chứng minh *AB*  *AC* .
2. Chứng minh *AD*  *BC* .

**Bài 5. MĐ2** Cho

*ABC* có *AB*  *AC* . Phân giác của góc *A* cắt cạnh *BC* tại điểm *D* . Trên cạnh *AC*

lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *DA* là tia phân giác của góc *BDE* .

**Bài 6. MĐ2** Cho góc *xOy* khác góc bẹt và có *Ot* là tia phân giác. Lấy điểm *C* thuộc *Ot* *C*  *O* . Qua

*C* kẻ đường vuông góc với *Ot* , cắt *Ox*, *Oy* theo thứ tự ở

1. Chứng minh: *OA*  *OB* .

*A*, *B* .

1. Lấy điểm *D* thuộc *Ct* *D*  *C*  . Chứng minh: *DA*  *DB*

và *OAD*  *OBD* .

**Bài 7. MĐ2** Cho *ABC* , *M* là trung điểm của *BC* . Trên tia đối của tia *MA* lấy điểm *E* sao cho

*ME*  *MA* . Chứng minh:

1. *ABM*  *ECM* .
2. *AB*  *CE* và

*AC* // *BE* .

**Bài 8. MĐ3** Cho tam giác *ABC* có

*A*  80 . Dựng *AH* vuông góc với *BC* ( *H*  *BC* ). Trên tia đối

tia *HA* lấy điểm *D* sao cho *HD*  *HA* .

1. Chứng minh: *AC*  *DC* .
2. Chứng minh: *ABC*  *DBC* .
3. Xác định số đo góc *BDC* .

**Bài 9. MĐ3** Cho

*ABC*

trên nửa mặt phẳng bờ *AC* không chứa điểm *B* , lấy điểm *D* sao cho

*AD* // *BC* và *AD*  *BC* . Chứng minh:

1. *AB*  *CD* .
2. *AB* // *CD* và *ABD*  *CDB* .

**Bài 10. MĐ3** Cho *ABC* có

*B* cắt *AC* ở *D* .

*A*  90 , trên cạnh *BC* lấy điểm *E* sao cho *BA*  *BE* . Tia phân giác góc

1. Chứng minh: *ABD*  *EBD* .
2. Chứng minh: *DA*  *DE* .
3. Tính số đo *BED* .
4. Xác định độ lớn góc *B* để *EDB*  *EDC* .

# Bài 11. MĐ3 Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Kẻ tia phân giác *AD* của *BAC* *D*  *BC*  . Trên cạnh *AC*

lấy điểm *E* sao cho *AE*  *AB* , trên tia *AB* lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Chứng minh:

1. *BD*  *ED* .
2. *BF*  *EC*
3. *BDF*  *EDC* .
4. *AD*  *FC* .

**Bài 12. MĐ4** Cho tam giác *ABC*  *AB*  *AC*  , tia *Ax* đi qua trung điểm *M* của *BC* . Kẻ *BE* và *CF*

vuông góc với *Ax* (*E*, *F*  *Ax*) .

1. Chứng minh: *BE* // *CF* .
2. So sánh *BE* và *FC* ; *CE* và *BF* .
3. Tìm điều kiện về

*ABC*

để có *BE*  *CE* .

**Bài 13. MĐ4** Cho tam giác *ABC* . Đường thẳng qua *A* song song với *BC* cắt đường thẳng qua *C*

song song với *AB* ở *D* . Gọi *M* là giao điểm của *BD* và *AC* .

1. Chứng minh *ABC*  *CDA* .
2. Chứng minh *M* là trung điểm của *AC* .
3. Đường thẳng *d* qua *M* cắt các đoạn thẳng

của *IK* .

*AD*, *BC* lần lượt ở

*I* , *K* . Chứng minh *M* là trung điểm

**Bài 14. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AD* vuông góc với *AB* và *AD*  *AB*

( *D*, *C*

khác phía so với *AB* ). Vẽ đoạn thẳng *AE* vuông góc với *AC* và *AE*  *AC* ( *E*, *B* khác phía so với

*AC* ). Chứng minh:

1. *BE*  *DC* .
2. *BE*  *DC* .

**Bài 15. MĐ4** Cho tam giác *ABC* nhọn. Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của

*AB*, *AC* . Lấy điểm

*E*, *D*

sao cho *M* , *N* là trung điểm của *CE*, *BD* .

1. Chứng minh:
2. Chứng minh:

*AD* // *BC* .

*A*, *E*, *D* thẳng hàng.

# Phần III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Dạng 1. Tìm hoặc chứng minh hai tam giác bằng nhau**

**Bài 1. MĐ1** Trong các hình vẽ sau, có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***D M***

***A***

***B C E F N P***

**Bài 2. MĐ1** Trên mỗi hình 1, hình 2, hình 3 có các tam giác nào bằng nhau? Vì sao?

***A***

***E C***

***A***

***F***

***S***

***K***

**Hình 1**

***O B***

***G B D***

**Hình 2**

***C***

***H***

**Hình 3**

**Bài 3. MĐ1** Cho hình vẽ, chứng minh *ABC*  *MNP* .

***A M***

***B C N P***

**45°**

**70°**

**70°**

**65°**

**Bài 4. MĐ2** Cho

*ABC*  *MNP* . Gọi *AD* là đường phân giác góc *A* của tam giác *ABC* . Gọi *ME*

là đường phân giác góc *M* của tam giác *MNP* . Chứng *ABD*  *MNE*.

**Bài 5. MĐ3** Cho góc *xAy* . Lấy điểm *B* trên *Ax* , điểm *D* trên *Ay* sao cho *AB*  *AD*

. Trên tia *Bx*

lấy điểm *E* , trên tia *Dy* lấy điểm *C* sao cho *BE*  *DC* . Chứng minh *ABC*  *ADE* .

**Bài 6. MĐ4** Cho

*ABC*

có *D* là trung điểm của *BC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* không chứa điểm

*A* , vẽ tia *Bx* // *AC* , *Bx* cắt tia *AD* ở *E* .

1. Chứng minh *ADC*  *EDB* .
2. Trên tia đối của tia *AC* , lấy điểm *F* sao cho *AF*  *AC* . Gọi *I* là giao điểm của *AB* và *EF* . Chứng minh *AIF*  *BIE* .

# Dạng 2. Sử dụng trường hợp bằng nhau của tam giác để chứng minh một tính chất khác

**Bài 1. MĐ1** Cho *ABC* có *AB*  *AC* . Gọi *M* , *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AC* , *AB* . Chứng minh rằng : *BM*  *CN* .

**Bài 2. MĐ2** Cho *ABC*

1. *ABM* *ACM* .

có *AB*  *AC* , phân giác *AM* *M*  *BC*  . Chứng minh:

1. *M* là trung điểm của *BC* và *AM*  *BC* .

**Bài 3. MĐ2** Cho tam giác *ABC* có : *AB*  *AC*

và *M* là trung điểm của *BC* .

1. Chứng minh *AM* là tia phân giác của góc *BAC* .
2. Chứng minh *AM*  *BC* .
3. Qua *C* kẻ đường thẳng *d* song song với *AB* cắt tia *AM* tại *N* . Chứng minh *M* là trung điểm của

*AN* .

**Bài 4. MĐ2** Cho

*ABC* , có *B*  *C*

và *AB*  *AC* . Tia phân giác của góc *B* cắt *AC* ở *D* . Tia phân

giác của góc *C* cắt *AB* ở *E* .

1. So sánh độ dài các đoạn thẳng *BD* và *CE* .
2. Gọi *I* là giao điểm *BD* và *EC* . Chứng minh *BI*  *IC* , *IE*  *ID* .

**Bài 5. MĐ3** Cho

*ABC*

có *AB*  *AC* . Trên nửa mặt phẳng bờ *BC* chứa điểm *A* , vẽ tia *Bx* , *Cy* lần

lượt cắt hai cạnh *AC* , *AB* tại

1. Chứng minh *AD*  *AE* .

*D*, *E* sao cho *ABD*  *ACE* .

1. Gọi *I* là giao điểm của *BD* và *CE* . Chứng minh *EBI*  *DCI* .
2. Chứng minh *AI*  *BC* .

**Bài 6. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có *M* và *N* lần lượt là trung điểm của cạnh *AB* và *AC* . Trên tia đối của tia *NB* lấy điểm *D* sao cho *ND*  *NB* . Trên tia đối của tia *MC* lấy điểm *E* sao cho *ME*  *MC* Chứng minh :

1. *AD*  *BC* .
2. *AE* // *BC* .
3. *A* là trung điểm của *DE* .

**Bài 7. MĐ4** Cho tam giác *ABC* có ba góc nhọn. Vẽ đoạn thẳng *AM*  *AB* ; *AM*  *AB*

sao cho *M* và

*C* khác phía đối với đường thẳng *AB* . Vẽ đoạn thẳng *AN*  *AC* và *AN*  *AC* sao cho *N* và *B* khác

phía đối với đường thẳng *AC* . Gọi *I* , *K* lần lượt là trung điểm của *BN* và *CM* . Chứng minh :

1. *AMC*  *ABN* .
2. *MC*  *BN*
3. *AI*  *AK*

và *MC*  *BN* . và *AI*  *AI* .