

CHỦ ĐỀ 6

CỰC TRỊ CỦA HÀM HỢP LIÊN QUAN ĐẾN $f'(x), f'(u)$

DẠNG 1

XÉT CỰC TRỊ HÀM $g(x) = f(u(x))$

VẤN ĐỀ 1

XÉT CỰC TRỊ HÀM $g(x) = f(u(x))$ KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(3 - x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = x^2(x - 2028)(x - 2023)^2$. Khi đó hàm số $y = g(x) = f(x^2 + 2019)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

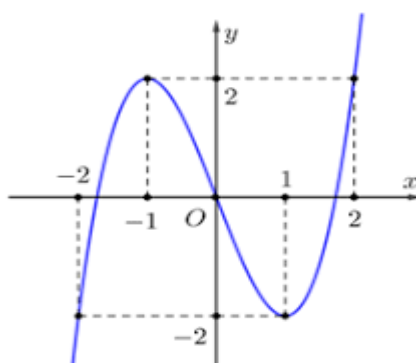
A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x + 2022)$ có mấy cực trị?

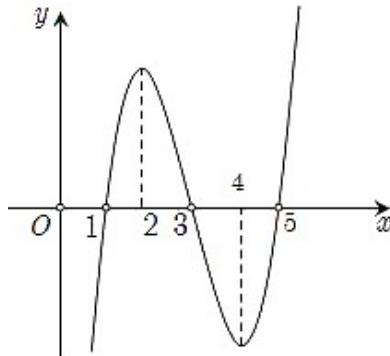
A. 1.

B. 2.

C. 3.

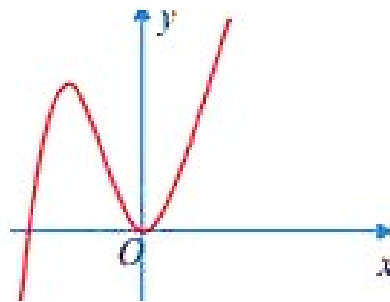
D. 4.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x - 1) - 2021$ đạt **cực đại** tại điểm nào dưới đây?



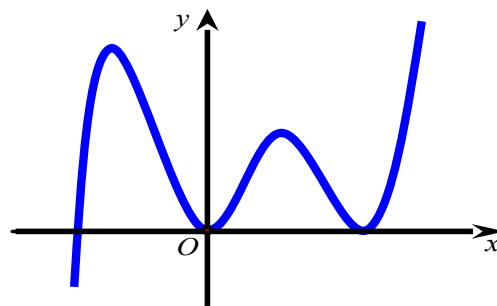
- A. $x = 2$ B. $x = 4$ C. $x = 1$ D. $x = 3$

Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K , biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên K như hình vẽ. Tìm số cực trị của hàm số $g(x) = f(x + 1)$ trên K ?



- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ của nó trên khoảng K như hình vẽ.



Khi đó trên K , hàm số $y = f(x - 2021) + 2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

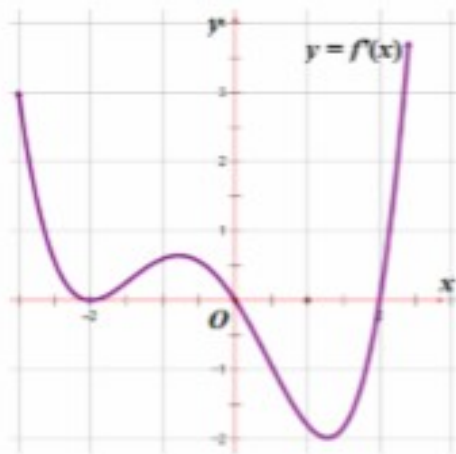
- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số $f'(x - 2021)$ là phép tịnh tiến của đồ thị hàm số $f'(x)$ theo phương trục hoành nên đồ thị hàm số $f'(x - 2021)$ vẫn cắt trục hoành 1 điểm.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(1 - x) - \frac{2022}{2021}$ là

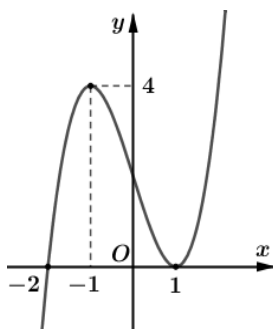
A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm $f'(x)$ như đồ thị hình bên dưới. Hỏi hàm số $g(x) = f(-x^2 + 3x) - 3$ có bao nhiêu điểm **cực đại**?



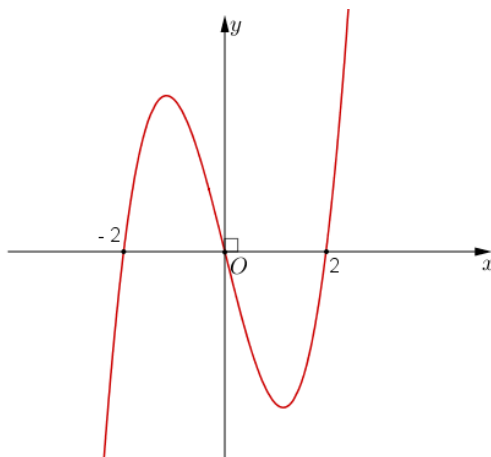
A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hàm số $y = f(x^2 - x) - 5$ có bao nhiêu điểm **cực tiểu**?

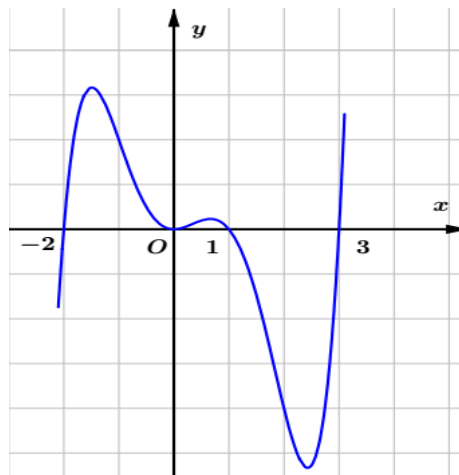
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x^2) - \sqrt{2021}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

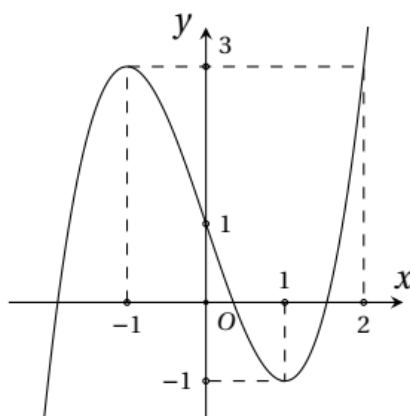
A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đúng hai điểm cực trị $x = -1, x = 1$, có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2x + 1) + 2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

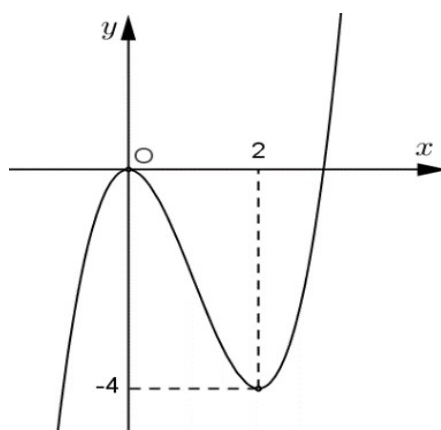
A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 12. Biết rằng hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.



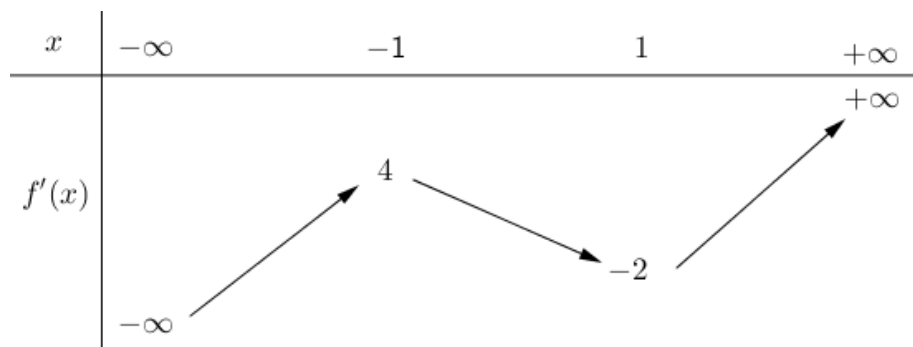
A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 4.

B. 5.

C. 1.

D. 7.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu sau

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = g(x) = f(x + \sqrt{x^2 + 1})$ là

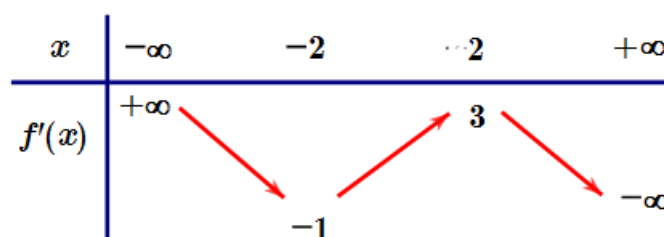
A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2 + 1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 8.

VẤN ĐỀ 2

XÉT CỰC TRỊ HÀM $g(x) = f(u(x))$ CÓ LIÊN QUAN THAM SỐ m

Câu 17. (Đề tham khảo của BGD năm 2022)

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 + 10x, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^4 - 8x^2 + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A. 16.

B. 9.

C. 15.

D. 10.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)^2(x^2 - 2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 1)(x^2 + 2mx + 5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị?

A. 7.

B. 0.

C. 6.

D. 5.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để $g(x) = f(x^2 - 2x - m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 10.

B. 15.

C. 20.

D. 21.

DẠNG 2

XÉT CỰC TRỊ HÀM SỐ $g(x) = f(x) + h(x)$

VẤN ĐỀ 1

CỰC TRỊ HÀM $g(x) = f(x) + h(x)$ KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{2}{9}x^3 - \frac{2}{9}x^2 - x + 3$. Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. **D. 3.**

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (x+1)(2x^2 - 3x - 9)$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + x^3 - 3x^2 - 9x + 6$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. **D. 3.**

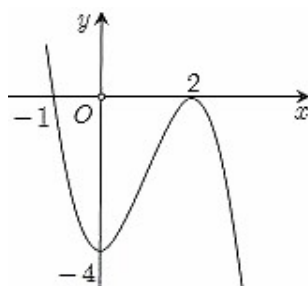
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3(x^2 - 1)(x - 2)$. Khi đó hàm số $g(x) = f(x) - x^3 + 3x$ đạt cực đại tại

- A. $x = 1$.** B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2019$ với $g(x) < 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2019x + 2020$ đạt cực đại tại

- A. $x_0 = 1$. B. $x_0 = 2$. C. $x_0 = 0$. **D. $x_0 = 3$.**

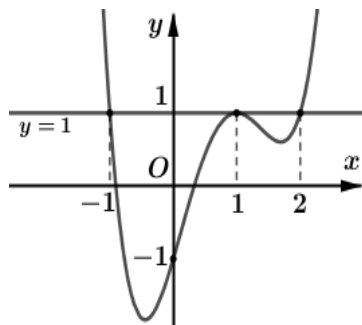
Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = g(x) = f(x) + 4x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.** B. 2. C. 3. D. 4.

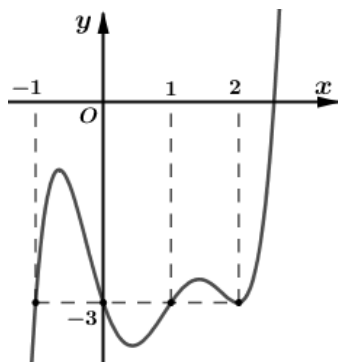
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau.



Đặt $g(x) = f(x) + x$. Tìm số cực trị của hàm số $g(x)$?

- A. 1. **B. 2.** C. 3. D. 4.

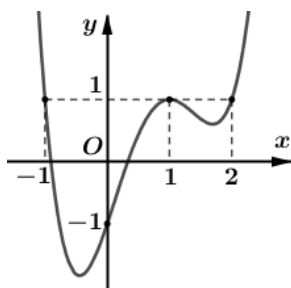
Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hình bên dưới là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$.



Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + 3x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. **B. 3.** C. 4. D. 7.

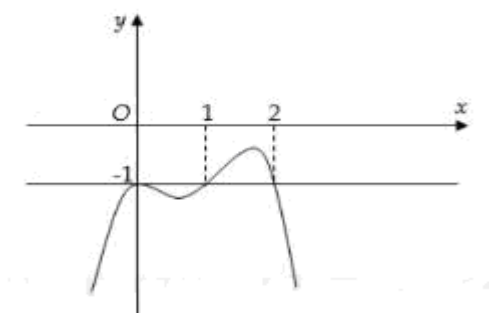
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(x) - x$ đạt cực đại tại

- A. $x = -1$.** B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)$. Biết đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Xác định điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x) + x$.

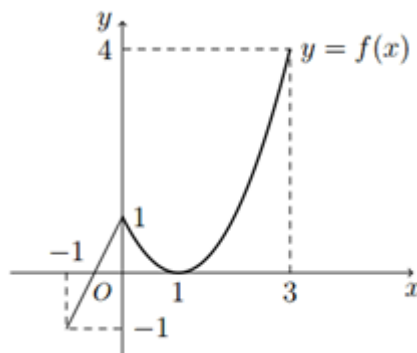
A. Không có cực tiểu.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x) - \frac{2020x - 1}{2021}$ có mấy cực trị ?

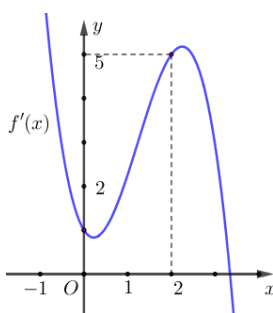
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

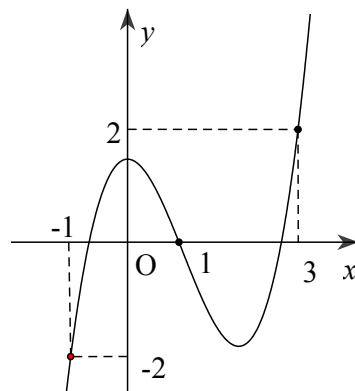
Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- B. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- C. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ không có cực trị.
- D. Hàm số $y = f(x) - x^2 - x + 2021$ không đạt cực trị tại $x = 0$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $g(x) = 2f(x) - x^2 + 2x + 2021$.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 3)$.
- B. Hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị đại.
- C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.
- D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(3; +\infty)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+

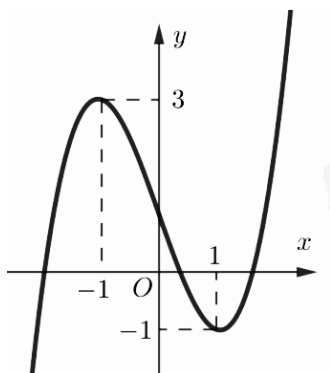
Hỏi hàm số $g(x) = f(x) + x^3 + 3x^2 - 9x - 5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

VẤN ĐỀ 2

XÉT CỰC TRỊ HÀM $g(x) = f(x) + h(x)$ CÓ LIÊN QUAN THAM SỐ m

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-12; 12)$ sao cho hàm số $y = f(x) + mx + 12$ có đúng một điểm cực trị?



- A. 5. B. 18. **C. 20.** D. 12.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 3)(x^2 + 1)$ với $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x) - mx$ có 4 điểm cực trị?

- A. 0.** B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^3 - 2x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x) + mx + 3$ có 3 điểm cực trị.

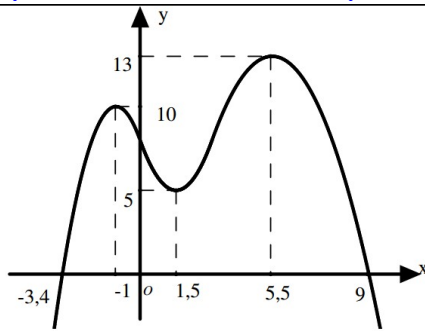
- A. 1.** B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x) = (x+3)(x-1)(x-2)$ và hàm số $y = g(x) = 6f(x) + 2x^3 + 3(m+1)x^2 - 6(m+2)x + 2021$. Gọi $S = (-\infty; a) \cup (b; c)$ là tập tất cả các giá trị

thực của tham số m để hàm số $y = g(x)$ có ba cực trị. Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 6. **D. 8.**

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (-\infty; -3, 4) \cup (9; +\infty)$.



Đặt $g(x) = f(x) - mx + 5$. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để hàm số $g(x)$ có **đúng** hai điểm cực trị?

A. 4.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

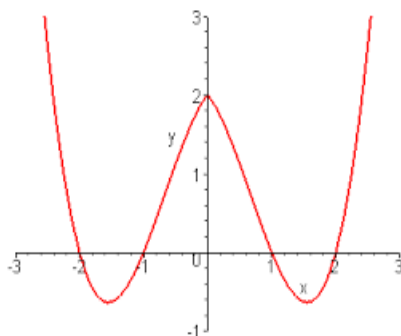
DẠNG 3

XÉT CỰC TRỊ HÀM SỐ $g(x) = f(u(x)) + h(x)$

VẤN ĐỀ 1

CỰC TRỊ HÀM $g(x) = f(u(x)) + h(x)$ KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x+1) - x$ có mấy cực đại ?

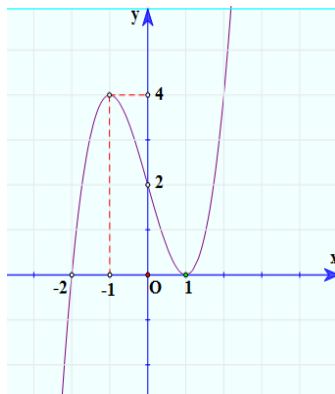
A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x) = f(x - 2019) + 2017x - 2018$.

A. 1.

B. 2.

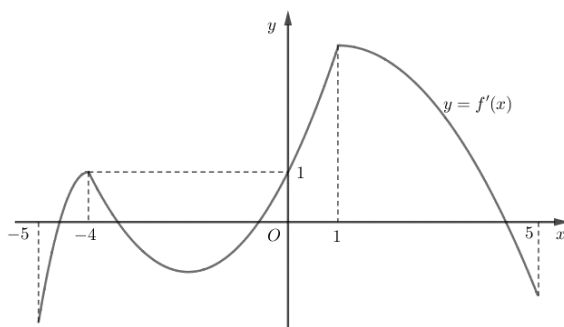
C. 3.

D. 4.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x^2-8)^{2019}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x^2-2) + \frac{1}{2}x^4 - 4x^2 + 2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

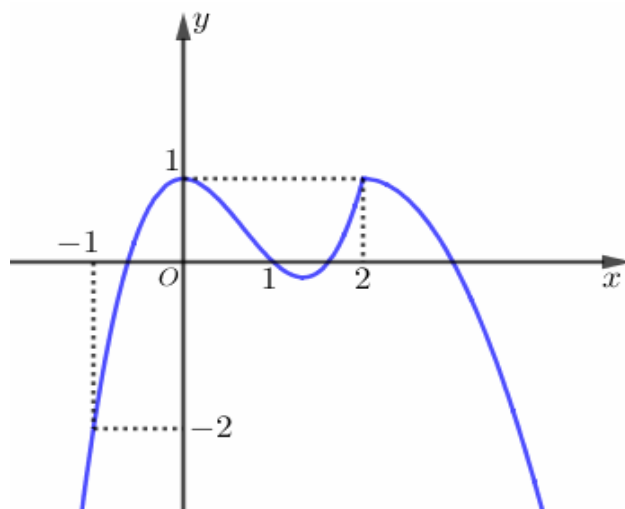
- A. 4. B. 2021. C. 5. D. 2020.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x^2+4x) - x^2 - 4x$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-5; 1)$?



- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 43. Cho hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x^2) - \frac{x^6}{3} + x^4 - x^2$ đạt cực tiểu tại bao nhiêu điểm?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Đặt $g(x) = f(x+2) + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2021$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- B. Hàm số $y = g(x)$ có 1 điểm cực trị.
- C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.
- D. $g(5) > g(6)$ và $g(0) > g(1)$.

DẠNG 4

XÉT CỰC TRỊ HÀM SỐ $g(x) = [f(u(x))]^k$

Lý thuyết:

Bước 1:

Tính $y' = g'(x) = k \cdot u'(x) \cdot [f(u(x))]^{k-1} \cdot f'(u(x))$

$$y' = g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = 0 \\ f(u(x)) = 0 \\ f'(u(x)) = 0 \end{cases}$$

+ Nếu: k chẵn:

$$y' = g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u'(x) = 0 \\ f'(u(x)) = 0 \end{cases}$$

+ Nếu k lẻ:

Bước 2: Giải tìm nghiệm:

$u'(x) = 0$ ta giải bình thường.

$f'(u(x)) = 0$ thì ta cho $u(x)$ bằng các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

$f(u(x)) = 0$ thì ta cho $u(x)$ bằng các nghiệm x_0 của phương trình $f(x) = 0$ hoặc điều kiện của x_0 để chứng minh được phương trình có bao nhiêu nghiệm cụ thể.

Kiểm chứng các nghiệm trên có nghiệm nào bội chẵn không

Bước 3: Kết luận

VẤN ĐỀ 1

CỰC TRỊ HÀM $g(x) = [f(u(x))]^k$ KHÔNG CHỨA THAM SỐ

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 3$ và $f(2) = 4$. Hàm số $g(x) = [f(1 - 2x)]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 4x$ và $f(0) = -1, f(-1) = -2$. Hàm số $g(x) = 2f^3(x) + 4f^2(x) + 1$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực tiểu?

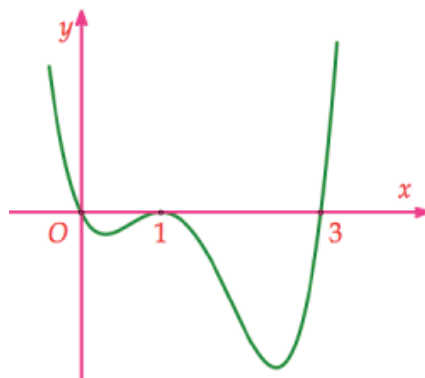
A. 4.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ



Đồ thị hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

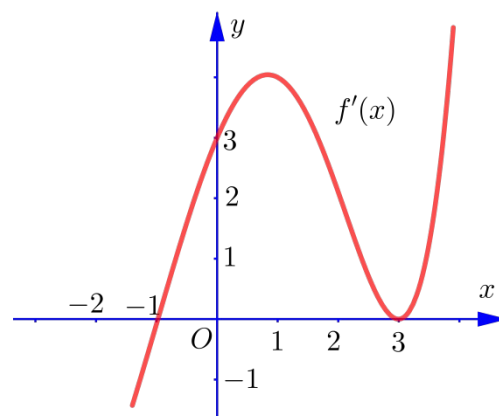
A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

B. 2 điểm cực tiểu, 3 điểm cực đại.

C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

D. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có $f(-1) = 0$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ là

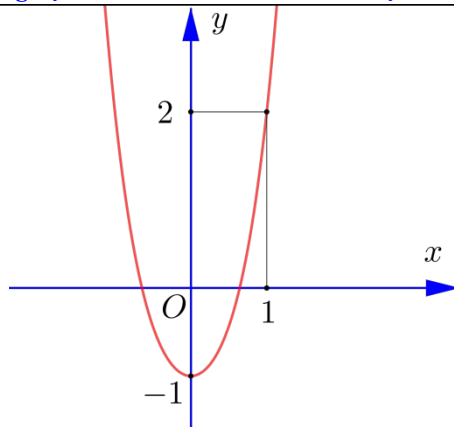
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

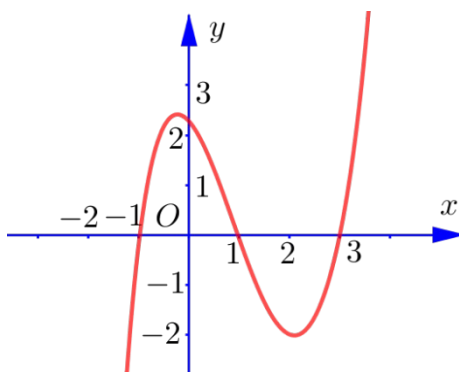
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x) = mx^5 + nx^3 + px$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x+2)]^5$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có $f(1) = 0$ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ

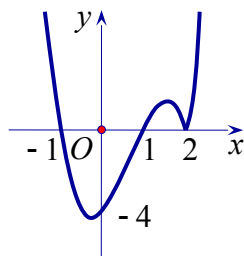


Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x^2 - 2x)]^4$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên tập $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên

. Số điểm cực trị của hàm số $y = f^{2019}(x^3 - 1)$ là



- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 52. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$+\infty$		3		$+\infty$
		-2		-2	

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4 [f(x+1)]^2$ là

- A. 11. B. 9. C. 7. D. 5.

Câu 53. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
f'(x)		-	0	+	0	-
f(x)	$-\infty$		2	5		$+\infty$

Số cực trị của hàm số $g(x) = f^2(2x^2 + x)$ là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$
$f(x)$								

Hỏi hàm số $y = [f(2-x)]^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 7.

Câu 55. Cho hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	1	$-\infty$

Hàm số $y = [f(4-x^2)]^3$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 56. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Biết rằng hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

Hỏi hàm số $y = f^2(x^2 - 2x)$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 57. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	0		1		2		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$			$+$	0	$-$
y								

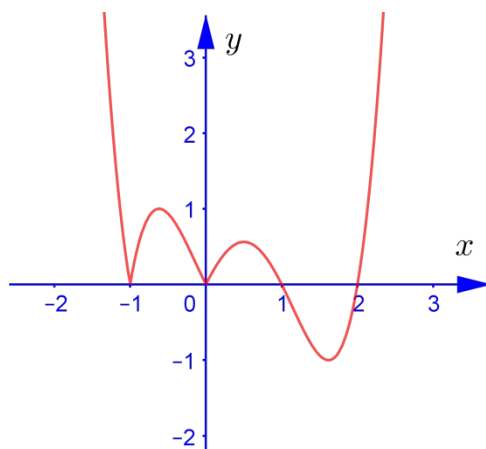
Hàm số $g(x) = \left(f\left(\frac{x-1}{x+2} \right) \right)^{2022}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 7 B. 3 C. 5 D. 6

VẤN ĐỀ 2

XÉT CỰC TRỊ HÀM $g(x) = [f(u(x))]^k$ LIÊN QUAN ĐẾN THAM SỐ m

Câu 58. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = [f(x+1)^3 + m]^7$ có 2 điểm cực trị?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. Vô số.

Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$[f'(x)]^2 + f(x)f''(x) = 15x^4 + 12x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(x).f'(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

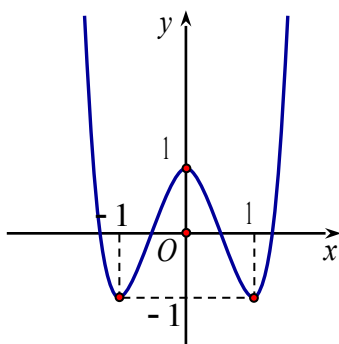
C. 3.

D. 4.

DẠNG 5

BIẾT HÀM $y = f'(u(x))$ TÌM CỰC TRỊ HÀM $y = f(x)$

Câu 60. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết rằng hàm số $y = f'(x-2) + 2$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị?



A. 1.

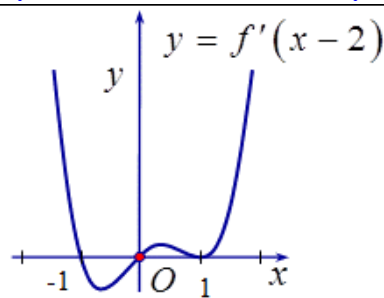
B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 61. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x-2)$ có đồ thị như hình dưới

i. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:



- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 62. Cho $y = f(x)$ là hàm số xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết bảng xác dấu của $y = f'(3-2x)$ như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	3	4	$+\infty$		
$f'(3-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 63. Cho $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết bảng xét dấu của $y = f'(\sqrt[3]{x})$ như sau

x	$-\infty$	-1	8	27	$+\infty$			
$f'(\sqrt[3]{x})$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

DẠNG 6

CỰC TRỊ LIÊN QUAN ĐẾN HÀM CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI

- Hàm số $y = f(x)$ có n số điểm cực trị dương thì hàm số $y = f(|x|)$ có $2n+1$ số điểm cực trị.
- Hàm số $y = f(x)$ có n số điểm cực trị và phương trình $f(x) = 0$ có m số nghiệm đơn và bội lẻ thì hàm số $y = |f(x)|$ có $n+m$ số điểm cực trị.
- Hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Khi đó hàm số $y = |f(x)|$ có:
 - + 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x_1).f(x_2) \geq 0$
 - + 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow f(x_1).f(x_2) < 0$

CỰC TRỊ LIÊN QUAN ĐẾN HÀM CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI KHÔNG CHỨA THAM SỐ m

Câu 64. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 9. B. 2018. C. 2022. D. 11.

Câu 65. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$. Hàm số $y=f(|x-3|)$ có bao nhiêu điểm cực trị

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 1.

Câu 66. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình vẽ bên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Hỏi hàm số $y=f(x^2-2|x|)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

- A. 4. B. 7. C. 9. D. 11.

Câu 67. Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

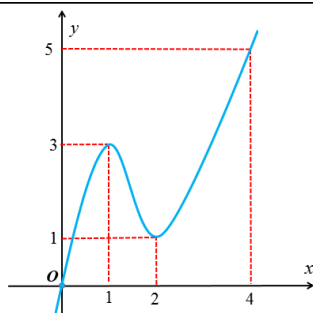
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x^2-|x|)$

- A. 5. B. 3. C. 1. D. 7.

Câu 68. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0; f(4)>4$. Biết hàm $y=f'(x)$ có

đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x^2)-2x|$.



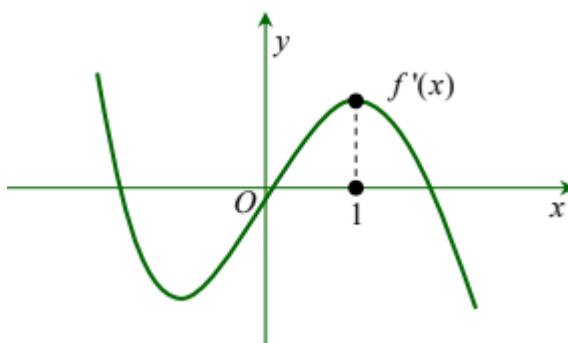
A. 5.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(|x| + |x - 1|)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



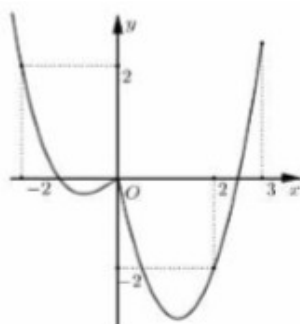
A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 70. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên.



Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$

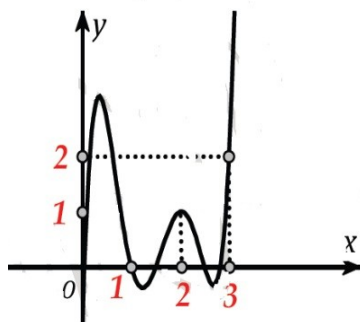
A. 6

B. 2

C. 5

D. 3

Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hình bên là đồ thị của đạo hàm $f'(x)$. Hỏi đồ thị của hàm số $g(x) = \left| 2f(x) - (x - 1)^2 \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị ?



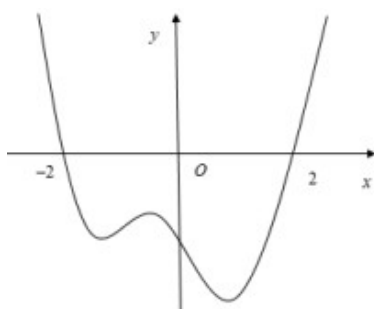
A. 9.

B. 11.

C. 8.

D. 7.

Câu 72. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(-2) < 0$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?



A. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ có hai cực tiểu.

C. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ có hai cực đại và một cực tiểu.

D. Hàm số $y = |f(1 - x^{2018})|$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

VẤN ĐỀ 2

HÀM CHỨA THAM SỐ

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m > -10$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Câu 74. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có **đúng** 1 điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

A. 3. **B. 4.** **C. 5.** **D. 6.**

A. 3. **B. 4.** **C. 5.** **D. 6.**

A. 9. **B.** 2022. **C.** 11. **D.** 2018.

A. 3. **B. 4.** **C. 5.** **D. Vô số.**

A. 2. **B. 3.** **C. 4.** **D. Vô số.**