**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN CHƯ SE**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN**

**NĂM HỌC 2020 – 2021 . MÔN TOÁN**

**Thời gian làm bài : 150 phút**

**Ngày thi :12/11/2020**

**Câu 1. (5,0 điểm)**

1. Tính giá trị biểu thức với 
2. Tìm các cặp số nguyên thỏa mãn 

**Câu 2. (5,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng không thể biểu diễn dưới dạng với là các số hữu tỉ và dương
2. Xét các số dương thỏa mãn Chứng minh rằng



**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho tam giác đường cao là trực tâm của tam giác. Gọi là một điểm trên sao cho theo thứ tự là diện tích các tam giác 

1. Chứng minh 
2. Chứng minh 

**Câu 4. (4,0 điểm)** Cho tam giác vuông cân tại A, trên cạnh lấy một điểm bất kỳ (M không trùng với và C). Từ kẻ vuông góc với tại E, vuông góc với AC tại 

1. Chứng minh rằng khi di chuyển trên cạnh thì đường thẳng qua và vuông góc với luôn đi qua một điểm cố định D
2. Xác định vị trí của điểm trên cạnh để diện tích tam giác có giá trị nhỏ nhất

**Câu 5. (3,0 điểm)**Cho 7 đoạn thẳng có độ dài lớn hơn 10 và nhỏ hơn 100. Chứng minh rằng luôn tìm được 3 đoạn để có thể ghép thành một tam giác.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. **Tính giá trị biểu thức với **
2. **Tìm các cặp số nguyên thỏa mãn **

Lời giải :

1. Ta có : 

Áp dụng hằng đẳng thức trên ta có :



Khi đó ta có, 

1. Ta có :



Do là các số nguyên nên ta có các trường hợp sau :



Vậy các cặp số nguyên cần tìm là 

**Câu 2.**

1. **Chứng minh rằng không thể biểu diễn dưới dạng với là các số hữu tỉ và dương**

Giả sử 



+)Nếu là số chính phương hoặc là số hữu tỉ có dạng 

với mọi số là số hữu tỉ

Điều này vô lý vì là số vô tỉ

+)Nếu không là số chính phương hoặc không là số hữu tỉ có dạng 

là số vô tỉ vô lý vì là số hữu tỉ với mọi số 

Vậy không thể biểu diễn dưới dạng với là các số hữu tỉ và dương.

1. **Xét các số dương thỏa mãn Chứng minh rằng**

****

Với ba số dương xét biểu thức :



Áp dụng bất đẳng thức cho hai bộ ba số và ta có :





**Câu 3.**

****

1. **Chứng minh **

Xét và có : (cùng phụ với 




(\*)
b) **Chứng minh **

 lại có : vuông ở M có đường cao 

(hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) 

Thay (3) vào (\*) ta được : 

**Câu 4.**

****

1. **Chứng minh rằng khi di chuyển trên cạnh BC thì đường thẳng qua và vuông góc với luôn đi qua một điểm cố định **

Kẻ 

Gọi D là điểm sao cho tứ giác là hình vuông.

cắt tại H. cắt tại K

Xét vuông tại E có 

vuông cân tại 

Tứ giác có và là hình vuông



Xét và có : ;

(hai góc tương ứng)

Mà 

Lại có : (hai góc so le trong) nên ta có:



Mà thẳng hàng

Vậy luôn đi qua một điểm D cố định

1. Đặt 

Ta có : 



đạt giá trị nhỏ nhất khi nhỏ nhất

Ta có : 

Vậy đạt giá trị nhỏ nhất là 

Khi đó là trung điểm cạnh 

**Câu 5. Cho 7 đoạn thẳng có độ dài lớn hơn 10 và nhỏ hơn 100. Chứng minh rằng luôn tìm được 3 đoạn để có thể ghép thành một tam giác**

Ta xếp các đoạn thẳng có độ dài tăng dần . Nếu tồn tại 3 đoạn thẳng thỏa mãn thì 3 đoạn thẳng này có thể lập thành một tam giác.

Giả sử ngược lại :



Khi đó theo giả thiết :



Mâu thuẫn với giả thiết cho độ dài mỗi đoạn thẳng nhỏ hơn 100.

Vậy tồn tại 3 đoạn thẳng mà . Do đó tồn tại 3 đoạn thẳng để có thể ghép thành tam giác