§Ò thi chän ®éi tuyÓn häc sinh giái líp 9

 N¨m häc 2008 – 2009 Thêi gian: 120 phót

**Bµi 1**: TÝnh gi¸ trÞ cña c¸c biÓu thøc sau

P =  Q = 

**Bµi 2**: BiÕt . Chøng minh r»ng: 

**Bµi 3**: Chøng minh r»ng víi α < 450, ta cã sin2α = 2sinα. cosα.

**Bµi 4**: Cho tam gi¸c ABC cã  (a, c lµ hai ®é dµi cho tr­íc). H×nh ch÷ nhËt MNPQ cã ®Ønh M trªn c¹nh AB, N trªn c¹nh AC, P vµ Q ë trªn c¹nh BC ®­îc gäi lµ h×nh ch÷ nhËt néi tiÕp trong tam gi¸c ABC.

 a/ T×m vÞ trÝ cña M trªn c¹nh AB ®Ó h×nh ch÷ nhËt MNPQ cã diÖn tÝch lín nhÊt.

 TÝnh diÖn tÝch lín nhÊt ®ã.

 b/ Dùng h×nh vu«ng EFGH néi tiÕp trong tam gi¸c ABC b»ng th­íc kÎ vµ com-pa.

 TÝnh diÖn tÝch cña h×nh vu«ng ®ã

**Bµi 5**: Cho a, b, c > 0. Chøng minh r»ng: 

**H­íng dÉn chÊm**

**Bµi 1**: TÝnh gi¸ trÞ cña c¸c biÓu thøc sau

 P = =  = 2

 Q = . §Æt x = 2008, khi ®ã

 Q =  =  = x + 1 = 2009

**Bµi 2**: Ta cã 10a2 - 3b2 + ab = 0 ⇔ 3(4a2 - b2) - a(2a - b) = 0

 ⇔ (2a - b)(5a + 3b) = 0 ⇔ 

 Víi b = 2a ⇒ 

**Bµi 3**: XÐt ΔABC cã 900; = . KÎ trung tuyÕn AM, ®­êng cao AH ⇒ 

§Æt BC = a; AC = b; AB = c; AH = h; MA = MB = MC = m = .

Ta cã sinα = ; cosα = ; sin2α = 

Do ®ã 2sinα. cosα = = sin2α



**Bµi 4**:

 a/ §Æt .

 Ta cã: 

 .

 Suy ra diÖn tÝch cña MNPQ lµ:

 

 + Ta cã bÊt ®¼ng thøc: 

 ¸p dông, ta cã: . DÊu ®¼ng thøc x¶y ra khi: .

 Suy ra: . VËy:  khi  hay M lµ trung ®iÓm cña c¹nh AB

 b/ Gi¶ sö ®· dùng ®­îc h×nh vu«ng EFGH néi tiÕp trong tam gi¸c ABC. Nèi BF, trªn ®o¹n BF lÊy ®iÓm F’. Dùng h×nh ch÷ nhËt E'F'G'H' 

 Ta cã: E'F'// EF vµ F'G'// FG, nªn: 

. Do ®ã E'F'G'H' lµ h×nh vu«ng

 + C¸ch dùng vµ chøng minh: Trªn c¹nh AB lÊy ®iÓm E' tuú ý, dùng h×nh vu«ng E'F'G'H' (G', H' thuéc c¹nh BC). Dùng tia BF' c¾t AC t¹i F. Dùng h×nh ch÷ nhËt EFGH néi tiÕp tam gi¸c ABC. Chøng minh t­¬ng tù trªn, ta cã EF = FG, suy ra EFGH lµ h×nh vu«ng

 + Ta cã: ;

.

 Suy ra: Tia BF' cè ®Þnh khi E' di ®éng trªn AB,

c¾t AC t¹i mét ®iÓm F duy nhÊt.

 VËy bµi to¸n cã mét nghiÖm h×nh duy nhÊt

 + §Æt . Ta cã ;

 

 EFGH lµ h×nh vu«ng, nªn 

 Suy ra diÖn tÝch h×nh vu«ng EFGH lµ: 

**Bµi 5**: Ta cã a2 + b2 - ab ≥ ab





 T­¬ng tù víi a, b, c > 0 th×: 

 Tõ ®ã ta cã B§T cÇn chøng minh. DÊu “=” x¶y ra khi a = b = c

