

TUYỂN TẬP 82 ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 9

ĐỀ 01

Bài 1: Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 5x + 4y = -2 \end{cases} \qquad b) x^2 - 5x + 6 = 0$$

Bài 2: Cho $(P): y = \frac{-x^2}{2}$ và $(D): y = -x - 4$

- Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 3: 2 vòi nước cùng chảy vào một bể cạn (không có nước), sau 1 giờ 30 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ chảy được 20% bể. Hỏi mỗi vòi chảy 1 mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể.

Bài 4: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) các đường cao AF và CE của tam giác ABC cắt nhau tại $H (F \in BC; E \in AB)$

- Chứng minh tứ giác $BEHF$ nội tiếp được đường tròn.
- Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) Chứng minh: Hai tam giác ABK và AFC đồng dạng.
- Kẻ FM song song với $BK (M \in AK)$. Chứng minh: CM vuông góc với AK

Bài 5: Cho a, b, c là các số lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a^2}{a-1} + \frac{2b^2}{b-1} + \frac{3c^2}{c-1}$$

ĐỀ 02

Câu 1: phương trình $x - 3y = 0$ có nghiệm tổng quát là:

A. $(x \in R; y = 3x)$ B. $(x = 3y; y \in R)$ C. $(x \in R; y = 3)$ D. $(x = 0; y \in R)$

Câu 2: Cặp số $(2; -3)$ là nghiệm của hệ phương trình nào ?

A. $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{3x}{2} + y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 0x - 2y = 6 \\ 2x + 0y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$

Câu 4: Một đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác có ba cạnh là $6; 8; 10$. Khi đó bán kính đường tròn này bằng

Câu 5: Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn có $\angle A = 40^\circ; \angle B = 60^\circ$. Khi đó $\angle C - \angle D$ bằng :

A. 30° B. 20° C. 120° D. 140°

Câu 6. Hệ phương trình : $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - 4y = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. Vô nghiệm B. Một nghiệm duy nhất C. Hai nghiệm D. Vô số nghiệm

II. TỰ LUẬN :

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau :

1) $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$

Bài 2: Hai công nhân cùng làm một công việc thì 6 ngày xong . Nhưng nếu người thứ nhất làm 4 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 6 ngày thì mới hoàn thành được $\frac{4}{5}$ công việc . Hỏi nếu làm một mình mỗi người làm xong công việc trong bao lâu?

Bài 3: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi C, D thuộc nửa đường tròn (C thuộc cung AD). AD cắt BC tại H , AC cắt BD tại E . Chứng minh rằng:

a) $\angle EHC$ vuông góc với AB

b) Vẽ tiếp tuyến với đường tròn tại D , cắt EH tại I . Chứng minh rằng : I là trung điểm của EH

ĐỀ 03

I. Trắc nghiệm

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất hai ẩn số

A. $xy + x = 3$

B. $x + y = xy$

C. $2x - y = 0$

D. Cả 3 phương án trên.

Câu 2. Công thức nghiệm tổng quát của phương trình : $x^2 - 2y = 0$

A. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = 2x \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{x}{2} \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y \in \mathbb{R} \end{cases}$

Câu 3. Điểm $A(-4; 4)$ thuộc đồ thị hàm số $y = ax^2$. Vậy a bằng:

A. $a = \frac{1}{4}$

B. $a = 4$

C. $a = -\frac{1}{4}$

D. $a = -4$

Câu 4. Góc có đỉnh ở trong đường tròn có số đo bằng :

- A. Tổng số đo hai cung bị chắn
- B. Nửa tổng số đo hai cung bị chắn
- C. Hiệu số đo hai cung bị chắn
- D. Nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

II. Tự luận

Bài 1. Giải hệ phương trình :

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

Bài 2. Cho $(P): y = \frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số trên

b) Tìm tọa độ điểm $A \in (P)$. Biết A có hoành độ là -2

Bài 3 Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp (O) . D, E theo thứ tự là điểm chính giữa của các cung AB, AC . Gọi giao điểm của DE với AB, AC theo thứ tự là M, N

- Chứng minh CD là phân giác của $\angle BCA$
- Gọi I là giao điểm của BE, CD . Chứng minh tứ giác $BDMI$ nội tiếp
- Chứng minh $AI \perp DE$
- Chứng minh $IM \parallel AC$

ĐỀ 04

I. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho hàm số $y = 4x^2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số :

- A. (4; 32) B. (-2; 16) C. (-2; -16) D. A, C đúng.

Câu 2. Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua gốc tọa độ

- A. $y = 2x - 1$
B. $y = 2x^2$
C. $y = 2x$
D. Hai câu B, C đều đúng

Câu 3. Cho ΔABC đều nội tiếp đường tròn tâm O. Tiếp tuyến Ax (A là tiếp điểm, cung ABC là cung bị chắn của $\angle CAx$), số đo $\angle CAx$ là :

- A. $\angle CAx = 30^\circ$ B. $\angle CAx = 90^\circ$ C. $\angle CAx = 60^\circ$ D. $\angle CAx = 120^\circ$

Câu 4. ΔABC nội tiếp đường tròn đường kính AB thì :

- A. $\angle A = 90^\circ$ B. $\angle C = 90^\circ$ C. $\angle B = 90^\circ$ D. A, B, C sai

II. Tự luận

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 2x - y = \sqrt{2} \\ 4x - 2y = 2\sqrt{2} \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = 3 \end{cases}$$

Bài 2. Cho Parabol $(P): y = -\frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(D): y = x$

- Vẽ $(P), (D)$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy
- Tìm tọa độ giao điểm của $(P), (D)$ bằng phép tính.

Bài 3. Cho ΔABC có 3 góc nhọn. Đường tròn đường kính BC cắt AB, AC lần lượt ở M, N . Gọi I là giao điểm của CM, BN

- Chứng minh $AI \perp BC$
- Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$
- Chứng minh $\angle BMN + \angle BCN = 180^\circ$
- Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Chứng minh $AO \perp MN$

ĐỀ 05

Câu 1: 1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

2. Giải phương trình sau : $x^2 - 7x + 6 = 0$

3. Cho hàm số $y = ax^2$ (1) xác định hệ số a , biết đồ thị hàm số (1) đi qua điểm $A(-2, 3)$

Câu 2: Cho phương trình $x^2 - x - m + 1 = 0$ (1) với m là tham số.

- Hãy tính giá trị của m , biết phương trình (1) có nghiệm bằng 2.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm kép, tìm nghiệm kép đó.

Câu 3: Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một trong 7 ngày rồi nghỉ, Người thứ hai làm tiếp

phần việc còn lại trong một ngày nữa thì xong công việc . Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc?

Câu 4 : Cho ΔABC có 3 góc nhọn ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H .

- 1 . Chứng minh : Tứ giác $CEHD$ nội tiếp.
- 2 . Vẽ đường kính AH của đường tròn (O) .Chứng minh : $AC \cdot AB = AK \cdot AD$.
- 3 . Kẻ KI vuông góc với $BC (I \in BC)$. Chứng minh :

$$a) \frac{AB}{BK} = \frac{IC}{IK} \qquad b) \frac{AC}{CK} + \frac{AB}{BK} = \frac{BC}{IK}$$

Câu 5 : Cho phương trình $x^2 - (m + 4)x + m^2 + 2m - 1 = 0$. Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình đã cho .Tìm giá trị lớn nhất , giá trị nhỏ nhất của x_0 .

ĐỀ 06

Bài 1 : Cho biểu thức $A = \frac{x + 2\sqrt{x} - 10}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

- a) Rút gọn A
- b) Tính giá trị của A khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$;
- c) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$

Bài 2. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y = 3m - 2 \\ x - y = 5 \end{cases}$ (m là tham số)

a) Giải hệ phương trình khi $m = -4$

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $x + y = 13$

Bài 3 : Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0(1)$

- 1) Giải phương trình (1) với $m = -3$
- 2) Chứng tỏ rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
- 3) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức

$$x_1^2 + x_2^2 = 8$$

Bài 4: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . C là một điểm nằm giữa O và A . Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại I . K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M , tia BM cắt tia CI tại D . Chứng minh:

- 1) Các tứ giác : $ACMD$; $BCKM$ nội tiếp đường tròn .
- 2) $CK \cdot CD = CA \cdot CB$
- 3) Gọi N là giao điểm của AD và đường tròn (O) chứng minh B, K, N thẳng hàng.
- 4) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD Nằm trên một đường thẳng cố định khi K di động trên đoạn thẳng CI

ĐỀ 07

Câu 1. Giải phương trình và hệ phương trình :

$$a) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ 5x + y = 10 \end{cases} \qquad b) x^2 - 5x + 6 = 0$$

Câu 2 :

a) Vẽ đồ thị các hàm số $y = -x^2$ (P) và $y = x - 2$ (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của các đồ thị đã vẽ ở trên bằng phép tính.

Câu 3 : Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình .

Tính kích thước của một hình chữ nhật, biết rằng : Nếu tăng chiều dài thêm $20m$ và giảm chiều rộng đi $1m$ thì diện tích không đổi . Nếu giảm chiều dài đi $10m$ và tăng chiều rộng thêm $1m$ thì diện tích tăng thêm $30m^2$

Câu 4 : Từ một điểm M ở ngoài đường tròn O bán kính R , vẽ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn O bán kính R (Với A, B là hai tiếp điểm). Qua A vẽ đường thẳng song song với MB cắt đường tròn tâm O tại E . Đoạn ME cắt đường tròn tâm O tại F . Hai đường thẳng AF và MB cắt nhau tại I

- Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp đường tròn.
- Chứng minh $IB^2 = IF \cdot IA$.
- Chứng minh $IM = IB$.

Câu 5 : Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $4xy = 1$.

$$A = \frac{2(x - y)^2 + 16xy}{x + y}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

ĐỀ 08 :

Câu 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

$$1) x^2 - 6x = 0 \quad 2) \begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases} \quad 3) x^2 - 9 = 0 \quad 4) x^2 - 5x + 6 = 0$$

Câu 2 : Cho phương trình bậc hai : $x^2 + 2x + m = 0$

- Tìm m để phương trình có nghiệm .
- Không giải phương trình hãy tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình khi $m = -1$

Câu 3 : Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình .

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc trong 16 ngày thì xong..Nếu đội thứ nhất làm một mình trong 6 ngày và đội thứ hai làm một mình trong 3 ngày thì

$\frac{1}{4}$ công việc . Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội hoàn thành công việc trong bao nhiêu lâu?

Câu 4 : Cho tam giác ABC (3 góc A, B, C nhọn và $AB > AC$), đường cao AH . Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC ($D \in AB, E \in AC$)

- 1) Chứng minh các tứ giác $ADHE, BDEC$ nội tiếp
- 2) Đường thẳng DE và BC cắt nhau tại F , Đường tròn đường kính AH cắt AF tại K . Chứng minh rằng $\angle ABC = \angle CKF$.

Câu 5 : Tìm m và n để đa thức $f(x) = mx^3 + (n - 2)x^2 - (m + 2n)x + 4m$ đồng thời chia hết cho $x - 1$ và $x + 1$

ĐỀ 09

Bài 1. Giải các phương trình, hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \qquad b) 2x^2 + 5x + 3 = 0$$

Bài 2 : a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 (P)$

b) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m) \in (P)$

Bài 3 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo . Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày , tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo . Biết rằng trong một ngày , tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo . Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 4 : Cho tam giác $ABC (AB < AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R .Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC .

- a) Chứng minh rằng $AEHF$ và $AEDB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn .
- b) Vẽ đường kính AK của đường tròn (O) Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau . Suy ra $AB.AC = 2R.AD$.
- c) Chứng minh rằng OC vuông góc với DE .

BÀI 5 : Với x, y không âm . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

ĐỀ 10

$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2}$$

Bài 1 : Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức khi cho $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$

c) Tìm giá trị của x để $A = -1$

Bài 2 : Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40km/h rồi đi tiếp từ B đến C với vận tốc 30km/h . Tổng thời gian ô tô đi từ A đến C là $4\text{h}45'$. Biết quãng đường BC ngắn hơn quãng đường AB là 15km . Tính các quãng đường $AB; BC$.

Bài 3 :

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P)

b) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m) \in (P)$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến BX với nửa đường tròn. Gọi C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung CB bằng cung CA , D là một điểm tùy ý trên cung CB (D khác C và B). Các tia AC, AD cắt tia BX theo thứ tự ở E và F .

a) Chứng minh tam giác ABE vuông cân.

b) Chứng minh $FB^2 = FD.FA$

c) Chứng minh tứ giác $CDFE$ nội tiếp được

Bài 5 : Với x, y không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

ĐỀ 11

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right);$$

Câu 1 : Cho biểu thức

với $x \geq 0$ $x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị của biểu thức A biết $x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

Câu 2 :

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P)

b) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m) \in (P)$

Câu 3: Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo . Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày , tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo . Biết rằng trong một ngày ,tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo . Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Câu 4: Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm). M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC . Kẻ $MI \perp AB, MH \perp BC, MK \perp AC$ (I, H, K là chân các đường vuông góc)

a) Chứng minh tứ giác $BIMH$ nội tiếp.

b) Chứng minh $MH^2 = MI.MK$

c) Gọi P là giao điểm của IH và MB . Q là giao điểm của KH và MC .
Chứng minh tứ giác $MPHQ$ nội tiếp.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}} \right) \left(\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}} \right); \text{ với } x > 0, a \text{ và } b \text{ là các hằng số dương cho trước.}$$

ĐỀ 12

Bài 1: Cho biểu thức $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ (với $x > 0; x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức Q

b) Tính giá trị của Q khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$

c) Tìm giá trị của x sao cho $Q > 2$

Bài 2 : Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian nhất định . Nếu xe chạy với vận tốc $35km/h$ thì đến B chậm 2 giờ .Nếu xe chạy với vận tốc $50km/h$ thì đến B sớm 1 giờ .Tính quãng đường AB và thời gian dự định.

Bài 3 : Cho đường tròn $(O;R)$ Có đường kính AB vuông góc với dây cung MN tại H (H nằm giữa O và B). Trên tia MN lấy điểm C nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ Sao cho đoạn thẳng AC cắt đường tròn $(O;R)$ tại điểm K khác A , hai dây MN và BK cắt nhau ở E .

- Chứng minh rằng : Tứ giác $AHEK$ là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh rằng $\triangle CAE$ đồng dạng $\triangle CHK$
- Qua N kẻ đường thẳng vuông góc với AC cắt tia MK tại F . Chứng minh rằng $\triangle NFH$ là tam giác cân.

Bài 4 : Tìm tất cả các số tự nhiên n để $A = n^4 + n^2 + 1$ là số nguyên tố .

ĐỀ 13

I. TRẮC NGHIỆM :

Câu 1 : Kết quả nào sau đây là căn bậc hai số học của 9 ?

- A.81 B. - 81 C.3 D. ± 3

Câu 2 : Cho hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$.Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị dương khi $x < 0$
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất là $y = 0$ khi $x = 0$
 C. Hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$
 D. Hàm số nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$

Câu 3 : Hai tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) cắt nhau tại M và tạo thành $\angle AMB = 50^\circ$. Khi đó số đo cung bị chắn bởi góc ở tâm $\angle AOB$ là bao nhiêu?

- A. 50° B. 40° C. 130° D. 80°

Câu 4. Tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong một đường tròn. Nếu $\angle BAC = 70^\circ$ thì số đo $\angle BDC$ bằng bao nhiêu ?

A. 110°

B. 70°

C. 160°

D. 140°

II. Tự luận

Câu 5. Cho biểu thức
$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}$$

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P

b) Tìm giá trị của biểu thức P khi $x=4$

c) Tìm x để biểu thức P có giá trị là $\frac{13}{3}$.

Câu 6. Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Tìm một số có hai chữ số, biết rằng chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 5 và nếu đem số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 7 và dư là 6.

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , trên cạnh AC lấy điểm D ($D \neq A, D \neq C$). Đường tròn tâm O đường kính DC cắt BC tại E ($E \neq C$)

a) Chứng minh tứ giác $ABED$ nội tiếp

b) Đường thẳng BD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I . Chứng minh ED là tia phân giác của $\angle AEI$

c) Giả sử $\tan ABC = \sqrt{2}$. Tìm vị trí của D trên AC để EA là tiếp tuyến của đường tròn đường kính DC

Câu 8. Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

ĐỀ 14

Bài I :

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$ với $x = 7 + 4\sqrt{3}$;

2. Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 4}{x - \sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$

Chứng minh rằng $B = \frac{3}{2 - \sqrt{x}}$;

3. Tìm x để $P = \frac{B}{A} < -1$

Bài II : Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Tìm số tự nhiên có hai chữ số của nó bằng 9 nếu lấy số đó chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 2 và còn dư 18 ?

Bài III :

1. Giải phương trình sau : $2x^2(2 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$

2. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = -mx + 2$.
 Chứng minh rằng : Với mọi m (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B và $S_{OAB} \geq 4$

Bài IV : Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A . Đường tròn đường kính AB cắt BC tại D (D khác B). Điểm M bất kì trên đoạn AD , kẻ MH, MI lần lượt vuông góc với AB và AC ($H \in AB; I \in AC$).

1) Chứng minh : Tứ giác $MDCI$ nội tiếp;

2) Chứng minh : $MID = MBC$;

3) Kẻ $HK \perp ID$ ($K \in ID$) Chứng minh : $K; M; B$ thẳng hàng;

4) Khi M di động trên đoạn AD , chứng minh rằng đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định

Bài V : Cho $a, b, c > 0$ Chứng minh : $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$;

ĐỀ 15

Câu 1 :

1. Cho hàm số $y = ax^2$ Tìm a biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;1)$
2. Giải các phương trình sau :
3. Giải các phương trình sau :

$$a) x^2 - 2x = 0$$

$$b) x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$c) \frac{1}{x-2} + 1 = \frac{5-x}{x-2}$$

Câu 2 (Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình)

Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $20m$. Nếu gấp đôi chiều dài và gấp 3 lần chiều rộng thì chu vi của hình chữ nhật là $480m$. Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của hình chữ nhật đó.

Câu 3 : Cho phương trình $x^2 - 2mx - 3 = 0$

- 1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m
- 2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Câu 4. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m+3)x - 2m + 2$

Chứng minh rằng với mọi m parabol (P) và đường thẳng (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm m sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.

ĐỀ 16

Câu 1 : Cho biểu thức : $$\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

- a) Rút gọn A
- b) Tìm x để $A < 0$

Câu 2 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình.

Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm

tiếp trong một ngày nữa thì xong công việc . Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc?

Câu 3 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \quad (I)$$

a) Giải hệ (I) với $m = 5$

b) Xác định giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất và thỏa mãn : $2x + 3y = 12$

Câu 4 : Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kì trên nửa đường tròn (M khác A và B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại I ; tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E ; cắt tia BM tại F ; Tia BE cắt Ax tại H ; cắt AM tại K .

1. Chứng minh rằng : AMB Là tứ giác nội tiếp và $AI^2 = IM \cdot MB$
2. Chứng minh BAF là tam giác cân
3. Chứng minh rằng tứ giác $AKFH$ là hình thoi

Câu 5 : Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1$

ĐỀ 17

Câu 1 : Giải các phương trình :

$$\begin{array}{ll} 1) x^2 + 8x = 0 & 2) x^2 - 2x\sqrt{2} + 2 = 0 \\ 3) 3x^2 - 10x + 8 = 0 & 4) 2x^2 - 2x + 1 = 0 \end{array}$$

Câu 2: Cho phương trình bậc hai : $x^2 - 6x + 2m - 1 = 0$ (1). Tìm m để :

- 1) Phương trình (1) có nghiệm kép . Tính nghiệm kép đó .
- 2) Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu .
- 3) Phương trình (1) có một nghiệm là $x = 2$. Tìm nghiệm còn lại .
- 4) Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . thỏa mãn : $|x_1 - x_2| = 4$

Câu 3 : Chứng tỏ rằng parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2mx + 1$ luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ giao điểm là x_1 và x_2 . Tính giá trị biểu thức :

$$A = |x_1| + |x_2| - \sqrt{x_1^2 + 2mx_2 + 3}$$

ĐỀ 18

Câu 1 : Cho đường tròn $(O; R)$ đi qua 3 đỉnh tam giác $ABC, A = 60^\circ ; B = 70^\circ$

- 1) Tính số đo các góc BOC, COA, AOB
- 2) So sánh các cung nhỏ BC, CA, AB .
- 3) Tính BC theo R .

Câu 2 : Từ một điểm S ở ngoài đường tròn (O) kẻ tiếp tuyến SA và cát tuyến SBC với đường tròn $(O), SB < SC$. Một đường thẳng song song với SA cắt dây AB, AC lần lượt tại N, M .

- 1) Chứng minh : Tam giác AMN đồng dạng với tam giác ABC .
- 2) Chứng minh : $BCMN$ là tứ giác nội tiếp.
- 3) Vẽ phân giác của góc BAC cắt dây BC tại D . Chứng minh: $SD^2 = SB \cdot SC$
- 4) Trên dây AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$ Chứng minh : AO vuông góc với DE .

ĐỀ 19

Bài 1 : Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \quad b) x^2 - 4x + 3 = 0$$

Bài 2 : Cho $(P): y = x^2$ và $(d): y = x + 2$

- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 3 : Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc đã định .Nếu ô tô đó tăng vận tốc thêm $10km$ mỗi giờ thì đến B sớm hơn dự định 1 giờ 24 phút, nếu ô tô giảm

vận tốc đi 5km mỗi giờ thì đến B muộn hơn 1 giờ. Tính độ dài quãng đường AB và vận tốc dự định.

Bài 4 : Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại M, N, P . Chứng minh rằng:

- Các tứ giác $AEHF, BCEF$ nội tiếp.
- $AE.AC = AH.AD; AD.BC = BE.AC$
- H và M đối xứng nhau qua BC .

Bài 5 : Cho phương trình : $(m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 2 = 0$ (1) (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

ĐỀ 20

Câu 1: Cho hai biểu thức $P = \frac{x+12}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{4}{\sqrt{x-2}}$ và $Q = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + 1$ với $x \geq 0, x \neq 4$

- Tính giá trị của biểu thức Q khi $x = 16$
- Rút gọn biểu thức P
- Tìm x để $\frac{Q}{P} = 1$.

Câu II : Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 3x - 7 = 0$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

c) $2x^2 - 5x + 7 = 0$

d)
$$\begin{cases} x^2 + x(y - 3) + 2 - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

Câu III: Cho parabol $(P) y = -2x^2$

- Tìm K để đường thẳng $(d) y = kx + 2$ tiếp xúc (P)

Câu 4 : Hệ phương trình
$$\begin{cases} (m-2)x + y = 1 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$
 vô nghiệm khi :

$A.m = \frac{1}{2}$ $B.m = -\frac{1}{2}$ $C.m = -\frac{3}{2}$ $D.m = \frac{3}{2}$

II. TỰ LUẬN :

Câu 5 : Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + ay = a^2 \\ x + ay = 2 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình trên với $a = 2$
- Tìm các giá trị của a để hệ có nghiệm duy nhất?

Câu 6 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $80m$. Nếu chiều rộng tăng thêm $5m$ và chiều dài tăng thêm $3m$ thì diện tích tăng thêm $195m^2$. Tính các kích thước của mảnh đất đó ?

Câu 7: Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} (x+y)(x+y+z) = 72 \\ (y+z)(x+y+z) = 120 \\ (z+x)(x+y+z) = 96 \end{cases}$$

ĐỀ 22

Câu 1 :

- Chứng minh rằng : $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = 2\sqrt{2}$
- Giải bất phương trình sau : $2x + 2016 < 0$

Câu 2 : Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx - y = m + 1 \\ x + my = 2m \end{cases}$$
 (với m là tham số)

- Giải hệ phương trình khi $m = 2$

- b) Chứng minh rằng hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi giá trị của m
- c) Giả sử $(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình, chứng minh biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào m : $A = (y + 1)(y - 2) + x(x - 1)$

Câu 3 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình: Hai ô tô A và B khởi hành cùng một lúc từ hai tỉnh cách nhau $150km$, đi ngược chiều và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô, biết rằng nếu vận tốc của ô tô A tăng thêm $5km/h$ và vận tốc của ô tô B giảm đi $5km/h$ thì vận tốc của ô tô A gấp 2 lần vận tốc của ô tô B

Câu 4 : Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. vẽ đường thẳng d là tiếp tuyến của (O) tại B . Trên cung AB lấy điểm M tùy ý (M khác A và B), tia AM cắt đường thẳng d tại N . Gọi C là trung điểm của AM , tia CO cắt đường thẳng d tại D .

- a) Chứng minh rằng : Bốn điểm O, B, N, C cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm đường tròn đó .
- b) Chứng minh rằng: $NO \perp AD$
- c) Chứng minh rằng : $CA.CN = CO.CD$
- d) Xác định vị trí điểm M để $(2AM + AN)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5 : Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$. Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức $P = \frac{a}{\sqrt{b^3 + 1}} + \frac{b}{\sqrt{c^3 + 1}} + \frac{c}{\sqrt{a^3 + 1}}$

ĐỀ 23

Câu 1 : Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau:

1. $3x + y = 5$

2. $7x + 0y = 21$

Câu 2 : Giải các hệ phương trình :

1. $\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x^2 - y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 18 \end{cases}$

Câu 3 : Xác định a, b để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ nhận cặp số $(1; -2)$ là nghiệm

Câu 4 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày, tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Câu 5 : Cho tam giác $ABC (AB < AC)$ có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R . Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC .

- 1 Chứng minh rằng $AEHF$ và $AEDB$ là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
- 2 Vẽ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau. Suy ra $AB \cdot AC = 2R \cdot AD$.
- 3 Chứng minh rằng OC vuông góc với DE .

ĐỀ 24

Bài 1 : Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 5x + 4y = -2 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 5x + 6 = 0$$

Bài 2 : Cho $(P) : y = \frac{-x^2}{2}$ và $(D) : y = -x - 4$

- a) Vẽ (P) và (D) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (D) bằng phép tính.

Bài 3 : Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, sau 1 giờ 30 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ chảy được 20% bể. Hỏi mỗi vòi chảy 1 mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể

Bài 4 : Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AF và CE của tam giác ABC cắt nhau tại H ($F \in BC; E \in AB$)

- Chứng minh tứ giác $AEEC$ nội tiếp được đường tròn
- Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh : Hai tam giác ABK và AFC đồng dạng.
- Kẻ FM song song với BK ($M \in AK$). Chứng minh : CM vuông góc với AK .

ĐỀ 25

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN :

Khoanh tròn vào các chữ cái đứng trước các câu trả lời đúng trong mỗi câu sau:

Câu 1 : Cho phương trình $2x - y = 5$. Phương trình nào sau đây kết hợp với phương trình đã cho để được một hệ phương trình có vô số nghiệm?

- A. $x - y = 5$ B. $-6x + 3y = 15$ C. $6x + 15 = 3y$ D. $6x - 15 = 3y$

Câu 2 : Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến khi $x < 0$?

- A. $y = -2x$ B. $y = -x + 10$ C. $y = (\sqrt{3} - 2)x^2$ D. $y = \sqrt{3}x^2$

Câu 3 : Cho hàm số $y = f(x) = 2ax^2$ (Với a là tham số). Kết luận nào sau đây là đúng?

- Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 khi $a < 0$
- Hàm số $f(x)$ nghịch biến với mọi $x < 0$ khi $a > 0$
- Nếu $f(-1) = 1$ thì $a = \frac{1}{2}$
- Hàm số $f(x)$ đồng biến khi $a > 0$

Câu 4 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị các hàm số $y = 2x^2$ và $y = 3x - 1$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ là :

- A. 1 và $\frac{1}{2}$ B. -1 và $\frac{1}{2}$ C. 1 và $-\frac{1}{2}$ D. -1 và $-\frac{1}{2}$

Câu 5 : Phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ có nghiệm khi:

- A. $m \geq 1$ B. $m \geq -1$ C. $m \leq 1$ D. $m \leq -1$

Câu 6 : Cho ΔABC đều nội tiếp đường tròn (O) . Số đo cung AB nhỏ là :

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

Câu 7 : Một hình vuông có cạnh $6cm$ thì đường tròn ngoại tiếp hình vuông có bán kính bằng:

- A. $6\sqrt{2}cm$ B. $\sqrt{6}cm$ C. $3\sqrt{2}cm$ D. $2\sqrt{6}cm$

Câu 8 : Mệnh đề nào sau đây là sai:

- A. Hình thang cân nội tiếp được một đường tròn.
- B. Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau
- C. Hai cung bằng nhau thì có số đo bằng nhau.
- D. Hai góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung.

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Bài 1 : Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình (1) với $m = -2$
- b) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
- c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 1 nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.

Bài 2 :

a, Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P)

b, Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m)$ thuộc đồ thị (P)

c, Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 0,5$ và parabol (P)

Bài 3 : Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn. Gọi C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung CB bằng cung CA , D là một điểm tùy ý trên cung CB (D khác C và B). Các tia AC, AD cắt tia Bx theo thứ tự là E và F .

a, Chứng minh tam giác ABE vuông cân.

b, Chứng minh $FB^2 = FD.FA$

c, Chứng minh tứ giác $CDFE$ nội tiếp được

Bài 4 : Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} |xy - 4| = 8 - y^2 \\ xy = 2 + x^2 \end{cases}$$

ĐỀ 26

Câu 1 : Cho biểu thức:
$$A = \left(\frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right)$$
 với $x \geq 0 \quad x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm giá trị của biểu thức A biết $x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

Câu 2. Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} (x + 3)(y - 1) = xy + 2 \\ (x - 1)(y + 3) = xy - 2 \end{cases}$$

Câu 3. Một người đi từ A đến B gồm quãng đường AC, CB hết 4 giờ 20 phút. Tính quãng đường AC, CB biết rằng vận tốc của người đó trên AC là 30 km/h , trên CB là 20 km/h và quãng đường AC ngắn hơn quãng đường CB là 20 km .

Câu 4. Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm). M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC . Kẻ $MI \perp AB, MH \perp BC, MK \perp AC$ (I, H, K là chân các đường vuông góc)

a) Chứng minh tứ giác $BIMH$ nội tiếp

b) Chứng minh $MH^2 = MI.MK$

c) Gọi P là giao điểm của IH và MB . Q là giao điểm của KH và MC . Chứng minh tứ giác $MPHQ$ nội tiếp

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}} \right) \left(\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}} \right) \text{ với } x > 0, a, b \text{ là các hằng số dương cho trước.}$$

ĐỀ 27

Bài I : Cho PT $2x^2 + 7x + 3 = 0$. Không giải PT, cho biết:

- Số nghiệm của PT
- Tổng và tích các nghiệm.
- Dấu của các nghiệm

Bài II: Tìm giao điểm của đường thẳng $y = 2x + 1$ với parabol $y = -x^2$ vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một hệ tọa độ.

Bài III: Hai người đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ A để đến B đường dài 120km . Biết rằng mỗi giờ người thứ hai đi ít hơn người thứ nhất là 6km , nên đến B chậm hơn người thứ nhất là 40 phút. Tính vận tốc của mỗi người.

Bài IV: Cho tam giác ABC vuông tại A . Trên AC lấy điểm D và dựng đường tròn đường kính DC . Nối B với D và kéo dài BD gặp đường tròn tại E . Đường thẳng EA gặp đường tròn tại F . Chứng minh rằng:

a) $ABCE$ là tứ giác nội tiếp.

b) CA là phân giác của góc FCB .

Bài V: Biết $a + b + c = 0$ và $a.b.c \neq 0$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = 0$$

ĐỀ 28

Bài I : Giải các PT

$$a) \frac{45}{x+6} - \frac{18}{x} = 1$$

$$b) x^4 - 7x^2 = 8$$

Bài II: Cho PT : $x^2 - 2x + m = 0$

a) Tìm m để PT có hai nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của PT, tìm giá trị của m để $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 5$

Bài III: (Giải bài toán bằng cách lập PT,)

Hai cạnh của hình chữ nhật hơn kém nhau 8cm , diện tích của nó bằng 48cm^2 . Tính các cạnh của hình chữ nhật.

Bài IV: Cho đường tròn tâm O . Hai dây AB, CD vuông góc với nhau tại điểm M nằm trong (O) . Từ A vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BC , cắt BC tại H , cắt đường thẳng CD tại E . Chứng minh rằng:

- Tứ giác $AHCM$ nội tiếp
- Góc MAH bằng góc MCB .
- Tam giác ADE là tam giác cân.

ĐỀ 29

Bài I: Giải các PT :

$$a. \frac{2x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x+1} = 2$$

$$b. x^3 = 16x$$

Bài II: Cho PT ẩn x : $x^2 - 6x + k = 0$.

Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của PT.

a. Cho $k = 5$, không giải phương trình hãy tính:

$$+) x_1 + x_2$$

$$+) x_1 \cdot x_2$$

$$+) x_1^2 + x_2^2$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 0$$

b. Tìm giá trị của k để

Bài III: Giải bài toán bằng cách lập PT:

Tìm hai số biết hiệu của chúng bằng 10 và tổng các bình phương của chúng bằng 178 .

Bài IV: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB , bán kính $R = 5\text{cm}$. Từ O vẽ bán kính OC vuông góc với AB , M là điểm thuộc cung BC sao cho góc CAM bằng 15° . Gọi giao điểm của AM với BC là E , giao điểm của AM với OC là N . Gọi K là giao điểm của AC với BM .

- Chứng minh các tứ giác $OBMN$ và $CEMK$ nội tiếp.
- Chứng minh $KE // CO$
- Tính độ dài cung ON của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $OBMN$.

ĐỀ 30

Bài I: Cho PT: $x^2 - 11x + 3 = 0$. Không giải phương trình, hãy tính:

- Tổng các nghiệm.
- Tích các nghiệm
- Tổng các bình phương các nghiệm

Bài II. Giải các phương trình :

$$a) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = \frac{26}{3} \qquad b) x^4 - 3 = 2x^2$$

Bài III. Giải bài toán bằng cách lập phương trình :

Hai người đi xe máy khởi hành cùng một lúc từ A để đến B, đường dài 120km . Biết rằng mỗi giờ người thứ hai đi ít hơn người thứ nhất 6km nên người thứ 2 đến B chậm hơn người thứ nhất là 40 phút. Tính vận tốc của mỗi người

Bài IV. Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh AB lấy điểm E . Từ B kẻ tia Bx vuông góc với DE , cắt DE ở H, cắt DC ở K

- Chứng minh các tứ giác $BHCD$ nội tiếp, $CEHK$ nội tiếp
- Chứng minh $\angle CHK = 45^\circ$
- Tứ giác $ACK E$ là hình gì ? Vì sao ?

ĐỀ 31

Bài I.

1) Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của phương trình $2x - 3y = 5$

A. (- 1; - 1) B. (2; 3) C. (1; - 1) D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{4}{3}\right)$

2) Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

A. (- 1; - 3) B. $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$ D. (1; - 2)

3) Nối mỗi ý ở cột A với một ý ở cột B để được một khẳng định đúng :

A	B
1. Số đo góc ở tâm bằng	a. Nửa hiệu số đo hai cung bị chắn
2. Số đo góc nội tiếp bằng	b. Hai lần số đo của cung bị chắn
3. Số đo góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng	c. Nửa số đo của cung bị chắn
4. Số đo góc có đỉnh bên ngoài đường tròn bằng	d. Số đo của cung bị chắn
	e. Nửa tổng số đo của hai cung bị chắn

Bài II. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x - y = 2 \\ mx + y = 3 \end{cases}$

- Giải hệ phương trình với $m = 2$
- Tìm m để nghiệm của hệ phương trình là các số dương.

Bài III. Một người đi từ A đến B gồm các quãng đường AC và CB hết 4 giờ 20 phút. Tính quãng đường AC và CB biết rằng vận tốc của người đó trên AC là 30km/h , trên CB là 20km/h và quãng đường AC ngắn hơn quãng đường CB là 20km.

Bài IV. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung AB lấy hai điểm C, D sao cho $\widehat{ED} = 60^\circ$. C thuộc cung AD nhỏ. Gọi E là giao điểm của AC và BD, F là giao điểm của AD và BC

- Tính $\angle AFB$
- Chứng minh tứ giác ECFB nội tiếp, xác định tâm O' đường tròn ngoại tiếp tứ giác ECFD
- Chứng minh OD là tiếp tuyến của (O')

ĐỀ 32

Bài I. Chọn câu trả lời đúng trong các câu sau :

Câu 1. Hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$$

- A. Có vô số nghiệm
- B. Vô nghiệm
- C. Có nghiệm duy nhất $(x = 3, y = -1)$
- D. Có nghiệm duy nhất $\left(x = 4; y = -\frac{3}{2}\right)$

Câu 2. Hàm số $y = -2x^2$

- A. Đồng biến với mọi $x > 0$
- B. Nghịch biến với mọi x
- C. Đồng biến với mọi x
- D. Nghịch biến với mọi $x > 0$

Câu 3. Nối mỗi ý ở cột A với một ý ở cột B để được một khẳng định đúng

<p>A.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Góc nội tiếp có số đo bằng 2) Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung có số đo bằng 3) Góc có đỉnh bên ngoài đường tròn có số đo bằng 4) Góc có đỉnh bên trong đường tròn có số đo bằng 	<p>B.</p> <ol style="list-style-type: none"> a) Nửa hiệu số đo của hai cung bị chắn b) Số đo của cung bị chắn c) Nửa số đo của cung bị chắn d) Nửa tổng số đo của hai cung bị chắn
--	--

Bài II. Cho hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = x - 1$

- a) Vẽ đồ thị của hai hàm số này trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- b) Tìm tọa độ của các giao điểm của hai đồ thị trên.

Bài III. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40km/h rồi đi tiếp từ B đến C với vận tốc 30km/h . Tổng thời gian ô tô đi từ A đến C là $4\text{h}45'$. Biết quãng đường BC ngắn hơn quãng đường AB là 15km . Tính các quãng đường AB, BC

Bài IV. Cho (O) , dây AB. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C. Gọi D là trung điểm của AB, đường thẳng OD cắt đường tròn tại E, F ($E \in \overline{AB}$ lớn). Gọi I là giao điểm của CE và (O) ; K là giao điểm của IF và AB.

- a) Chứng minh tứ giác EDKI nội tiếp đường tròn

- b) Chứng minh IF là phân giác của $\angle AIB$. Từ đó suy ra IC là phân giác ngoài tại đỉnh I của tam giác AIB và $CA.KB = CB.KA$
- c) Chứng minh : $CACB = CK.CD$

ĐỀ 33

Bài I. Chọn câu trả lời đúng

- 1) Hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ có nghiệm là :
 A. $x = 2, y = 1$ B. $x = -2, y = 5$ C. $x = 1, y = 2$
- 2) Với giá trị nào của a thì hệ phương trình $\begin{cases} y = (2 - a)x + 1 \\ y = ax - 3 \end{cases}$ vô nghiệm
 A. $a = 0$ B. $a = 1$ C. $a = 2$ D. $a = 3$
- 3) Biết đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua điểm $M(2; -2)$, khi đó a bằng:
 A. $a = -\frac{1}{2}$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = -2$ D. $a = -8$
- 4) Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^2$. Kết luận nào sau đây là đúng ?
 A. Hàm số luôn luôn đồng biến
 B. Hàm số luôn luôn nghịch biến
 C. Hàm số đồng biến khi $x > 0$, nghịch biến khi $x < 0$
 D. Hàm số đồng biến khi $x < 0$, nghịch biến khi $x > 0$

Bài II. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} ax - 5y = 3 \\ 2x - ay = 8 \end{cases} (I)$

- a) Giải hệ phương trình với $a = 1$
 b) Tìm điều kiện của a để hệ phương trình trên có nghiệm duy nhất

Bài III. Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $130m$. Biết hai lần chiều dài hơn ba lần chiều rộng là $35m$. Tính diện tích của mảnh vườn đó.

Bài IV. Cho đường tròn (O) có cung AB cố định và có số đo bằng 90° . Một điểm C di động trên cung lớn AB sao cho tam giác CAB luôn là tam giác nhọn. Kẻ $BN \perp AC$ ($N \in AC$), BN cắt đường tròn tại $(O) E$ và B). $AM \perp BC$ ($M \in BC$),

($N \in AC$), đường thẳng BN cắt (O) ở E (E khác B). Kẻ $AM \perp BC$ ($M \in BC$), đường thẳng AM cắt (O) ở D , (D khác A). Đường thẳng AE và BD cắt nhau ở I

- Tính $\angle ACB$ và chứng tỏ tứ giác $ANMB$ là tứ giác nội tiếp
- Chứng minh E, O, D thẳng hàng và tứ giác $ACBI$ là hình bình hành
- AM cắt BN ở H , IH cắt ED ở K . Chứng tỏ rằng điểm K di động trên một đường tròn cố định.

ĐỀ 34

Bài 1 : Cho biểu thức
$$A = \frac{x + 2\sqrt{x} - 10}{x - \sqrt{x} - 6} - \frac{1}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$$
 với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

- Rút gọn A
- Tính giá trị của A khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$
- Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$.

Bài 2 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} 2x + y = 3m - 2 \\ x - y = 5 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

- Giải hệ phương trình khi $m = -4$
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x + y = 13$

Bài 3 : Cho phương trình: $x^2 - 2(m - 1)x - m - 3 = 0$ (1)

- Giải phương trình (1) với $m = -3$
- Chứng tỏ rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m
- Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 8$

Bài 4 : Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . C là một điểm nằm giữa O và A . Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn trên tại I . K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn (O) tại M , tia BM cắt tia CI tại D . Chứng minh:

- Các tứ giác : $ACMD$; $BCKM$ nội tiếp đường tròn

2) $CK \cdot CD = CA \cdot CB$

3) Gọi N là giao điểm của AD và đường tròn (O) chứng minh B, K, N thẳng hàng.

4) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD nằm trên một đường thẳng cố định khi K duy động trên đoạn thẳng CI

ĐỀ 35

Câu 1 : Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau :

1. $3x + y = 5$

2. $7x + 9y = 21$

Câu 2 : Giải các hệ phương trình :

1.
$$\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3x^2 - y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 18 \end{cases}$$

Câu 3 : Xác định a, b để hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$$
 nhận cặp số $(1, -2)$ là nghiệm.

Câu 4 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày, tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Câu 5 : Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R . Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC .

1. Chứng minh rằng $AEHF$ và $AEDB$ là tứ giác nội tiếp đường tròn
2. Vẽ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau. Suy ra $AB \cdot AC = 2R \cdot AD$
3. Chứng minh rằng OC vuông góc với DE .

ĐỀ 36

Câu 1 :

- 1) Cho hàm số $y = ax^2$. Tìm a biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;1)$
- 2) Giải các phương trình sau :
 - a) $x^2 - 2x = 0$
 - b) $x^2 + 3x + 2 = 0$
 - c) $\frac{1}{x-2} + 1 = \frac{5-x}{x-2}$

Câu 2 : (Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình)

Một hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng $20m$. Nếu gấp đôi chiều dài và gấp 3 lần chiều rộng thì chu vi của hình chữ nhật là $480m$. Tính chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đó.

Câu 3 : Cho phương trình $x^2 - 2mx - 3 = 0$

- 1) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m .
- 2) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = 10$

Câu 4 : Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2(m+3)x - 2m + 2$

Chứng minh rằng với mọi m parabol (P) và đường thẳng (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm m sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.

ĐỀ 37

- Bài I:**
1. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x = 7 + 4\sqrt{3}$
 2. Cho biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+4}{x-\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$
Chứng minh rằng $B = \frac{3}{2-\sqrt{x}}$

3. Tìm x để $P = A$ $\frac{B}{-1} < -1$;

Bài II. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết tổng hai chữ số của nó bằng 9, nếu lấy số đó chia cho số viết theo thứ tự ngược lại thì được thương là 2 và còn dư 18 ?

Bài III.

1) Giải phương trình sau : $2x^2 + (2 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$

2) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình : $y = -mx + 2$

Chứng minh rằng : Với mọi m , (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B và $S_{OAB} \geq 4$

Bài IV. Cho tam giác ABC vuông cân đỉnh A. Đường tròn đường kính AB cắt BC tại D ($D \neq B$). Điểm M bất kỳ trên đoạn AD, kẻ MH, MI lần lượt vuông góc với AB, AC ($H \in AB, I \in AC$)

1) Chứng minh: Tứ giác MDKI nội tiếp

2) Chứng minh: $\angle MID = \angle MBC$

3) Kẻ $HK \perp ID$ ($K \in ID$). Chứng minh K, M, B thẳng hàng

4) Khi M di động trên đoạn AD. Chứng minh rằng đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định

Bài V. Cho $a, b, c > 0$. Chứng minh : $\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$

ĐỀ 38

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ II QUẬN ĐỒNG ĐA

Năm học 2017 – 2018

Bài 1 : Cho các biểu thức

$$A = \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \quad \text{và} \quad B = \left(\frac{15 - \sqrt{x}}{x - 25} + \frac{2}{\sqrt{x} + 5} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 5} \quad \text{với } x \geq 0; x \neq 25$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

2) Rút gọn B .

3) Tìm a để phương trình $A - B = a$ có nghiệm.

Bài 2 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Để hoàn thành một công việc theo dự định thì cần một số công nhân làm trong một số ngày nhất định . Nếu tăng thêm 10 công nhân thì công việc hoàn thành sớm được 2 ngày. Nếu bớt đi 10 công nhân thì phải mất thêm 3 ngày nữa mới hoàn thành công việc . Hỏi theo dự định thì cần bao nhiêu công nhân và làm trong bao nhiêu ngày?

Bài 3 :

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{y+2} = 3 \\ \frac{3}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{y+2} = -1 \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình sau

2) Cho *Parabol* $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + 3$

a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) cắt *parabol* (p) tại hai điểm phân biệt A, B và tìm tọa độ của A, B .

b) Xác định điểm C thuộc cung nhỏ AB của *parabol* (p) sao cho diện tích ΔABC lớn nhất .

Bài 4 : Cho đường tròn (O, R) với dây $AB < 2R$ cố định Gọi C là điểm thuộc cung lớn AB sao cho ΔABC nhọn , M và N lần lượt là điểm chính giữa cung nhỏ AB và cung nhỏ AC . Gọi I là giao của BN và CM . Dây MN cắt AB và AC lần lượt tại H và K . Chứng minh rằng :

1) Tứ giác $BMHI$ nội tiếp.

2) $NI \cdot NB = NH \cdot NM$

3) KH là phân giác củ góc AKI , IA là phân giác của góc KIH .

4) Khi điểm C di động trên cung lớn AB và thỏa mãn điều kiện đề bài thì tổng hai bán kính của hai đường tròn ngoại tiếp ΔNAH và ΔNBH có giá trị không đổi .

ĐỀ 39

I. TRẮC NGHIỆM:

Chọn câu trả lời em cho là đúng nhất:

Câu 1 : Trong các cặp số sau đây, cặp số nào là nghiệm của phương trình $3x + 5y = -3$?

- A. (- 2;1) B.(0 - 1) C.(- 1;0) D.(1;0)

Câu 2 : Cho đường tròn $(O; 2cm)$, độ dài cung 60° của đường tròn này là:

- A. $\frac{\pi}{3}cm$ B. $\frac{3\pi}{2}cm$ C. $\frac{\pi}{2}cm$ D. $\frac{2\pi}{3}(cm)$

Câu 3. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$ là:

- A.(2;1) B.(3;1) C.(1;3) D.(3; - 1)

Câu 4. Đường kính vuông góc với một dây cung thì:

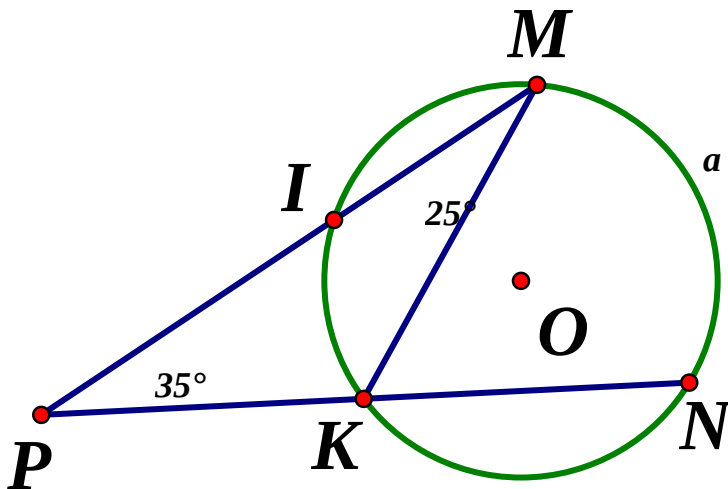
A đi qua trung điểm của dây cung ấy.

B. Không đi qua trung điểm của dây

Câu 5. Phương trình $x^2 - 7x - 8 = 0$, có tổng hai nghiệm là:

- A.8 B. - 7 C.7 D.3,5

Câu 6. Cho hình vẽ $\angle P = 35^\circ, \angle IMK = 25^\circ$. Số đo của cung \widehat{MaN} bằng:



A. 60^0

B. 70^0

C. 120^0

D. 130^0

Câu 7 : Phương trình của *parabol* có đỉnh tại gốc tọa độ và đi qua điểm $(-1;3)$ là:

A. $y = x^2$

B. $y = -x^2$

C. $y = -3x^2$

D. $y = 3x^2$

Câu 8 : Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn có $\angle A = 50^\circ, \angle B = 70^\circ$. Khi đó $\angle C - \angle D$ bằng:

A. 30^0

B. 20^0

C. 120^0

D. 140^0

II. Điền đúng (Đ), sai (S)

1. Phương trình : $7x^2 - 12x + 5 = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = \frac{-5}{7}$
2. $x^2 + 2x = mx + m$ là một phương trình bậc hai một ẩn số với mọi $m \in \mathbb{R}$
3. Trong một đường tròn hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau
4. Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng số đo của góc nội tiếp

II. Tự luận

Bài 1.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x - 4y = -7 \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình :

b) Giải phương trình : $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Bài 2. Tìm các giá trị của m để phương trình $2x^2 - (4m + 3)x + 2m^2 - 1 = 0$ có nghiệm

Bài 3. Một xe khách và một xe du lịch khởi hành cùng một lúc từ A đến B. Xe du lịch có vận tốc lớn hơn vận tốc của xe khách là 20km/h, do đó nó đến B trước xe khách 25 phút. Tính vận tốc mỗi xe, biết khoảng cách AB là 100km.

Bài 4. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi E, D lần lượt là giao điểm của các tia phân giác trong và ngoài của hai góc B và C. Đường thẳng ED cắt BC tại I, cắt cung nhỏ BC ở M. Chứng minh :

a) Ba điểm A, E, D thẳng hàng

b) Tứ giác $BECD$ nội tiếp được trong đường tròn

c) $BI \cdot IC = ID \cdot IE$

ĐỀ 40

Bài 1 : Cho hai biểu thức : $A = \frac{1}{\sqrt{x-3}} + \frac{\sqrt{x+11}}{x-9}$ và $B = \frac{\sqrt{x-3}}{2}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

- $x = \frac{9}{16}$
- 1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = \frac{9}{16}$
 - 2) Rút gọn biểu thức $M = A.B$
 - 3) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức M .

Bài 2 : Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và mở tiếp vòi II chảy trong 3 giờ thì được $\frac{3}{10}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể ?

Bài 3 :

- 1) Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} x + my = 2 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$$
 - a) Giải hệ phương trình khi $m = 3$
 - b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện x và y là hai số đối nhau .
- 2) Cho hàm số $y = -x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = x - 2$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Gọi A và B là giao điểm của (d) với (P) . Tính diện tích tam giác OAB .

Bài 4 : Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB và K là điểm chính giữa cung AB . Trên cung KB lấy một điểm M (khác K, B). Trên tia AM lấy điểm N sao cho $AN = BM$. Kẻ dây $BP // KM$. Gọi Q là giao điểm của các đường thẳng AP và BM ; E là giao điểm của PB và AM .

- 1) Chứng minh rằng : Tứ giác $PQME$ nội tiếp đường tròn.
- 2) Chứng minh: $\triangle AKN = \triangle BKM$.
- 3) Chứng minh: $AM \cdot BE = AN \cdot AQ$

- 4) Gọi R, S lần lượt là giao điểm thứ hai của QA, QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP . Chứng minh rằng khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên một đường cố định

Bài 5. Cho $x > 0$, tìm GTNN của biểu thức $A = x^2 + 3x + \frac{1}{x}$

ĐỀ 41

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6\sqrt{x}-4}{1-x} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

- Rút gọn P
- Tìm giá trị của x để $P = -1$
- So sánh P với 1

Bài 2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B. Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20km/h . Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100km .

Bài 3. Cho hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

- Xác định a để parabol (P) đi qua điểm $A(-1;1)$
- Vẽ đồ thị hàm số $y = ax^2$ với a vừa tìm được ở câu trên
- Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 3$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) với hệ số a tìm được ở câu a
- Tính diện tích tam giác AOB với $A; B$ là giao điểm của (d) và (P)

Bài 4. Cho đường thẳng d và đường tròn $(O;R)$ không có điểm chung. Kẻ OH vuông góc với đường thẳng d tại H . Lấy điểm M bất kỳ thuộc d . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn $(O;R)$. Nối AB cắt OH, OM lần lượt tại K và I

- Chứng minh 5 điểm M, H, A, O, B cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh $OK.OH = OI.OM$

- c) Chứng minh khi M di chuyển trên d thì đường thẳng AB đi qua một điểm cố định.
 d) Tìm vị trí của M để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

$$A = \frac{x + 3\sqrt{x-2}}{x + 4\sqrt{x-2} + 1}$$

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

ĐỀ 42

Bài 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $3x^2 + 15 = 0$

b) $x^2 - (2\sqrt{3} - 1)x - 2\sqrt{3} = 0$

c) $3x^4 - 10x^2 - 8 = 0$

Bài 2. Cho phương trình : $x^2 + 3x + m - 1 = 0$ (x là ẩn số)

Định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$ và x_1x_2 theo m

Bài 3. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các tiếp tuyến tại B, tại C của đường tròn (O) cắt nhau tại M

- a) Chứng minh rằng tứ giác $OBMC$ nội tiếp đường tròn và xác định tâm K của đường tròn này
 b) Gọi D là giao điểm của MA và đường tròn (O) ($D \neq A$), H là giao điểm của OM và BC . Chứng minh rằng $MB^2 = MD \cdot MA$
 c) Chứng minh rằng tứ giác $OADH$ nội tiếp và $\angle AHO = \angle MHD$
 d) Chứng minh rằng $\angle BAD = \angle CAH$

ĐỀ 43

Bài 1. Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a) $6x^2 - 7x - 3 = 0$

b) $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$

c) $x^4 - 7x^2 - 8 = 0$

Bài 2. Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^2$ có đồ thị là (P) và hàm số $y - x = m$ có đồ thị (D)

- Vẽ đồ thị (P)
- Tìm m sao cho đồ thị (P) và đồ thị (D) cắt nhau tại điểm B có hoành độ là 2

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - 2x - m + 3 = 0$ (m là tham số)

- Tìm m để phương trình có nghiệm.
- Tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình trên theo m .

Bài 4. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn nội tiếp $(O; R)$. Gọi H là giao điểm của 3 đường cao BE, CF, AD

- Chứng minh tứ giác $BEFC$ và $AEHF$ nội tiếp
- Vẽ đường kính AK của (O) . Chứng minh: $AK \cdot AD = AB \cdot AC$.
- Gọi N là giao điểm của OA và EF . Chứng minh: tứ giác $NHDK$ nội tiếp
- Gọi Q, V lần lượt là hình chiếu của H lên EF, QV cắt AD tại I, EI cắt DF tại S . Chứng minh: $SI = IE$

ĐỀ 44

Bài 1 : Giải các hệ phương trình sau :

$$a. \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \quad b. \begin{cases} 3(x + y) + 9 = 2(x - y) \\ 2(x + y) = 3(x - y) - 11 \end{cases}$$

Bài 2 : Tìm giá trị của a và b để đường thẳng $ax - by = 4$ đi qua 2 điểm $A(4;3)$ và $B(-6;7)$

Bài 3 : Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Hai người thợ cùng làm chung một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 6 giờ thì hoàn thành $\frac{1}{2}$ công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu?

Bài 4 : Từ một điểm A Ở ngoài đường tròn vẽ tiếp tuyến AB và cát tuyến ACD . Tia phân giác của góc BAC cắt BC, BD lần lượt tại M và N . vẽ dây BF vuông góc với MN cắt MN tại H , cắt CD tại E . Chứng minh :

- Tam giác ABE cân.
- BE là tia phân giác của góc CBD .
- $FD^2 = FE.FB$

Bài 5 : Cho 3 số dương a, b, c thỏa mãn hệ thức: $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \geq 2$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $M = abc$

ĐỀ 45

Câu 1 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình với $m = 2$
- Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ dương.

Bài 2. Giải toán bằng cách lập hệ phương trình :

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi $34m$. Nếu tăng chiều dài thêm $3m$ và tăng chiều rộng thêm $2m$ thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng mảnh vườn ?

Bài 3. Cho hàm số $y = ax^2$

- Xác định a biết rằng đồ thị của nó đi qua điểm $A(3;3)$
- Tìm giá trị của m, n để các điểm $B(2; m), C(n; 1)$ thuộc đồ thị hàm số trên

Bài 4. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và một điểm C trên nửa đường tròn đó ($AC < BC$), H là một điểm bất kỳ trên dây BC nhưng không trùng với B, C ; AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là D , AC cắt đường thẳng BD tại E .

- Chứng minh tứ giác $CHDE$ nội tiếp
- Vẽ tiếp tuyến Bx của đường tròn (O) . Tia CD cắt Bx tại M . Chứng minh $MB^2 = MC.MD$

c) Chứng minh $\angle CHE = \angle BAC$

ĐỀ 46

Bài 1 : Cho biểu thức
$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2}$$

d) Rút gọn biểu thức A

e) Tính giá trị của biểu thức khi cho $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$

f) Tìm giá trị của x để $A = -1$

Bài 2 : Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40km/h rồi đi tiếp từ B đến C với vận tốc 30km/h . Tổng thời gian ô tô đi từ A đến C là $4\text{h}45'$. Biết quãng đường BC ngắn hơn quãng đường AB là 15km . Tính các quãng đường $AB; BC$.

Bài 3 :

c) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P)

d) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m) \in (P)$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến BX với nửa đường tròn. Gọi C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung CB bằng cung CA , D là một điểm tùy ý trên cung CB (D khác C và B). Các tia AC, AD cắt tia BX theo thứ tự ở E và F .

a) Chứng minh tam giác ABE vuông cân.

b) Chứng minh $FB^2 = FD \cdot FA$

c) Chứng minh tứ giác $CDFE$ nội tiếp được

Bài 5 : Với x, y không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

ĐỀ 47

Câu 1 : Tìm nghiệm tổng quát của các phương trình sau:

1. $3x + y = 5$

2. $7x + 0y = 21$

Câu 2 : Giải các hệ phương trình :

1.
$$\begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 3x^2 - y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 18 \end{cases}$$

Câu 3 : Xác định a, b để hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$$
 nhận cặp số $(1; -2)$ là nghiệm

Câu 4 : Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình :

Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày, tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Câu 5 : Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R . Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC .

- 1 Chứng minh rằng $AEHF$ và $AEDB$ là các tứ giác nội tiếp đường tròn.
- 2 Vẽ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh tam giác ABD và tam giác AKC đồng dạng với nhau. Suy ra $AB \cdot AC = 2R \cdot AD$.
- 3 Chứng minh rằng OC vuông góc với DE .

ĐỀ 48

Bài 1.

Góc ở tâm là gì? Góc nội tiếp là gì?

Bài 2. Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Bài 3. Giải phương trình : $3x^2 - 4x + 1 = 0$

Bài 4. Cho hàm số $y = ax^2$

- a) Tìm hệ số a , biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1; 2)$

b) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$

Bài 5. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng đơn vị lớn hơn hai lần chữ số hàng chục 1 đơn vị, và nếu viết ngược lại thì được số mới (hai chữ số) lớn hơn số cũ là 36 đơn vị.

Bài 6. Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến SA, SB của đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Biết $\angle AOB = 120^\circ$, vẽ đường kính BC

a) Chứng minh $OS \parallel AC$

b) Biết OS cắt đường tròn $(O; R)$ tại D . Chứng minh rằng tứ giác $AOBD$ là hình thoi.

ĐỀ 49

Câu 1. Cho
$$P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \quad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P biết $x = \frac{2}{2 - \sqrt{3}}$

c) Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$

Câu 2. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $72m$. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của khu vườn mới là $194m$. Hãy tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn đã cho lúc ban đầu.

Câu 3. Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \quad (1)$$

a) Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 1$

b) Tìm m để hệ (1) có cặp nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn $x^2 + y^2 = 5$

Câu 4. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (a - 2b)x + b$. Tìm a, b để (d) đi qua $A(1; 2)$ và $B(-4; -3)$

Câu 5. Cho đường tròn O đường kính AB . Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F

Chứng minh:

- $BEFI$ là tứ giác nội tiếp
- $IA \cdot IB = IC \cdot ID$ và $AE \cdot AF = AC^2$
- Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCEF luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 6. Cho $a, b, c, d, e > 0$. Chứng minh $a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$

ĐỀ 50

Câu 1. Cho $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \left(\begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right)$

- Rút gọn biểu thức P
- Tính giá trị của P biết $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$
- Tìm các giá trị của x để $P < \frac{1}{2}$

Câu 2. Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $72m$. Nếu tăng chiều rộng lên gấp ba và chiều dài lên gấp đôi thì chu vi của khu vườn mới là $176m$. Hãy tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn đã cho lúc ban đầu.

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \quad (1)$$

- Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 2$
- Tìm m để hệ (1) có cặp nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn $x^2 + y^2 = 13$

Câu 4. Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (a - 2b)x + b$. Tìm a, b để (d) đi qua $A(1; 0); B(-2; 3)$

Câu 5. Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại K (K nằm giữa A và O). Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), AM cắt CD tại N . Chứng minh :

- a) $BMNK$ là tứ giác nội tiếp
- b) $KA.KB = KC.KD$ và $AM.AN = AC^2$
- c) Khi M chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCMN luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 6. Cho $a, b, c, d, e > 0$. Chứng minh $a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$

ĐỀ 51

I. TRẮC NGHIỆM:

Câu 1. Nghiệm của hệ phương trình : $\begin{cases} 3x = 6 \\ 2y + 3y = 7 \end{cases}$ là

- A. $x = 2; y = 2$ B. $x = 2; y = 1$ C. $x = 2; y = 3$ D. $x = 2; y = 4$

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy $5cm$ và chiều cao bằng $12cm$. Khi đó độ dài đường sinh của hình nón đó là:

- A. $13cm$ B. $17cm$ C. $169cm$ D. $60cm$

Câu 3. Nếu $m + n = 4$ và $m.n = 1$ thì m, n là nghiệm của phương trình.

- A. $x^2 + x + 4 = 0$ B. $x^2 + 4 - 1 = 0$
 C. $x^2 + 5x + 1 = 0$ D. $x^2 - 4x + 1 = 0$

Câu 4. Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn O bán kính R . Biết góc $A = 120^\circ$. Vậy số đo của góc C là:

- A. 120° B. 65° C. 55° D. 180°

Câu 5. Điền đúng (Đ) hoặc sai (S) vào ô vuông ở cùn mỗi câu sau:

1. Phương trình $7x^2 - 12x + 5 = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = \frac{-5}{7}$.

2. $x^2 + 2x = mx + m$ là một phương trình bậc hai một ẩn số với mọi $m \in \mathbb{R}$ \square
3. Trong một đường tròn hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau \square
4. Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng số đo của góc nội tiếp \square

II. PHẦN TỰ LUẬN:

Câu 1 : Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $3x^2 + 6x - 9 = 0$

b)
$$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Câu 2 : Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m - 2 = 0$

- a) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt trái dấu.
- b) Tìm m để phương trình đã cho hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 4$

Câu 3 : Cho mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $360m^2$. Nếu chiều rộng tăng $2m$ và giảm chiều dài $6m$ thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính các kích thước của mảnh đất lúc đầu ?

Câu 4 : Cho hàm số $y = x^2 (P)$ và $y = kx - 4 (d)$ với giá trị nào của K thì (P) và (d) tiếp xúc nhau. Tìm tọa độ tiếp điểm?

Câu 5 : Cho ΔABC vuông tại A $AB < AC$. Kẻ đường cao AH , trên tia HC .

- a) Tứ giác $AHEC$ nội tiếp
- b) $\angle BAH = \angle ACB$ suy ra CB là phân giác của $\angle ACE$

ĐỀ 52

Câu I.

Cho hai biểu thức $P = \frac{x+12}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} - \frac{4}{\sqrt{x-2}}$ và $Q = \frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + 1 \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

- a) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x = 16$
- b) Rút gọn biểu thức P

c) Tìm x để $\frac{Q}{P} = 1$

Câu II. Giải phương trình và hệ phương trình sau :

a) $x^2 - 3x - 7 = 0$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

c) $2x^2 - 5x + 7 = 0$

d) $\begin{cases} x^2 + x(y - 3) + 2 - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

Câu III. Cho Parabol $(P): y = -2x^2$

a) Tìm k để đường thẳng $(d) y = kx + 2$ tiếp xúc (P)

b) Chứng minh điểm $E(m; m^2 + 1)$ không thuộc P với mọi giá trị của m

Câu IV. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình :

Trong quý I năm 2016, hai đội thuyền đánh cá bắt được tổng cộng 360 tấn cá. Sang quý I năm 2017, đội thứ nhất vượt mức 10% và đội thứ hai vượt mức 8% nên cả hai đội đánh bắt được 393 tấn. Hỏi quý I mỗi năm mỗi đội đánh bắt được bao nhiêu tấn cá

Câu V. Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn. Trên Ax lấy điểm $K (AK \geq R)$. Qua K kẻ tiếp tuyến KM tới đường tròn (O) . Đường thẳng d vuông góc AB tại O , d cắt MB tại E

a) Chứng minh $KAOM$ là tứ giác nội tiếp

b) OK cắt AM tại I , chứng minh $OI \cdot OK = OA^2$

c) Gọi H là trực tâm tam giác KMA . Tìm quỹ tích điểm H khi K chuyển động trên tia Ax

ĐỀ 53

Bài 1. Cho biểu thức $A = \left[1 + \frac{\sqrt{x}}{x+1} \right] : \left[\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + \sqrt{x} - x - 1} \right]$

a) Rút gọn A

b) Tìm giá trị của x sao cho $A > 3$

c) Tìm giá trị của x khi $A = 7$

Bài 2. Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 5x + 4y = -2 \end{cases} \quad b) x^2 - 5x + 6 = 0$$

Bài 3. Cho $(P): y = -\frac{x^2}{2}$ và $(D): y = -x - 4$

- Vẽ $(P), (D)$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- Tìm tọa độ giao điểm của $(P), (D)$ bằng phép tính.

Bài 4. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn, sau 1 giờ 30 phút thì đầy bể. Nếu mở vòi thứ nhất trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ hai chảy tiếp trong 20 phút thì sẽ chảy được 20% bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình sau bao lâu sẽ đầy bể.

Bài 5. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AF, CE của tam giác ABC cắt nhau tại $H (F \in BC, E \in AB)$

- Chứng minh tứ giác $A E F C$ nội tiếp được đường tròn
- Kẻ đường kính AK của đường tròn (O) . Chứng minh $\Delta ABK \sim \Delta AFC$
- Kẻ $FM // BK (M \in AK)$. Chứng minh $CM \perp AK$

ĐỀ 54

Bài 1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2}$

- Rút gọn biểu thức A
- Tính giá trị của biểu thức khi cho $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$
- Tìm giá trị của x để $A = -1$

Bài 2. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h rồi đi tiếp từ B đến C với vận tốc 30 km/h . Tổng thời gian ô tô đi từ A đến C là $4 \text{ h } 45'$. Biết quãng đường BC ngắn hơn quãng đường AB là 15 km . Tính các quãng đường AB, BC

Bài 3.

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 (P)$

b) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m) \in (P)$

c) Giải hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} (x+3)(y-1) = xy + 2 \\ (x-1)(y+3) = xy - 2 \end{cases}$$

Bài 4. Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC (B, C là các tiếp điểm). M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC . Kẻ $MI \perp AB, MH \perp BC, MK \perp AC$ (I, H, K là chân các đường vuông góc)

a) Chứng minh tứ giác $BIMH$ nội tiếp

b) Chứng minh $MH^2 = MI \cdot MK$

c) Gọi P là giao điểm của IH và MB . Q là giao điểm của KH và MC . Chứng minh tứ giác $MPHQ$ nội tiếp.

Bài 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left(\sqrt{x} + \frac{a}{\sqrt{x}} \right) \cdot \left(\sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}} \right)$ với $x > 0, a$ và b là các hằng số dương cho trước.

ĐỀ 55

Bài 1.

Góc ở tâm là gì ? Góc nội tiếp là gì ?

Bài 2. Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Bài 3. Giải phương trình : $3x^2 - 4x + 1 = 0$

Bài 4. Cho hàm số $y = ax^2$

c) Tìm hệ số a , biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(1; 2)$

d) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$

Bài 5. Tìm số tự nhiên có hai chữ số biết rằng chữ số hàng đơn vị lớn hơn hai lần chữ số hàng chục 1 đơn vị, và nếu viết ngược lại thì được số mới (hai chữ số) lớn hơn số cũ là 36 đơn vị.

Bài 6. Từ một điểm S nằm ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến SA, SB của đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Biết $\angle AOB = 120^\circ$, vẽ đường kính BC

c) Chứng minh $OS \parallel AC$

d) Biết OS cắt đường tròn $(O; R)$ tại D . Chứng minh rằng tứ giác $AOBD$ là hình thoi.

ĐỀ 56

Câu 1.

1. Giải các hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$

$$A = \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

2. Cho biểu thức

a) Rút gọn A

b) Tìm x để $A < 0$

c) Tìm x nguyên để A có giá trị nguyên.

Câu 2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình :

Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc ?

$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \quad (I)$$

Câu 3. Cho hệ phương trình :

Xác định giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất và thỏa mãn:
 $2x + 3y = 12$

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn ($M \neq A, B$). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax .

Tia BM cắt Ax tại I; tia phân giác của $\angle IAM$ cắt nửa đường tròn tại E ; cắt tia BM tại F; tia BE cắt Ax tại H, cắt AM tại K

- 1) Chứng minh rằng : $AEMB$ là tứ giác nội tiếp và $AI^2 = IM \cdot IB$
- 2) Chứng minh $\triangle BAF$ là tam giác cân
- 3) Chứng minh rằng tứ giác $AKFH$ là hình thoi.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1$

ĐỀ 57

Bài 1. Giải các hệ phương trình :

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} \quad b) \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}$$

Bài 2. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình :

Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21%. Vì vậy, trong cùng thời gian quy định hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Bài 3.

- a) Vẽ parabol $(P): y = 2x^2$
- b) Viết phương trình đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm A, B có hoành độ lần lượt là $-1; 2$

Bài 4. Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D ($D \neq B$), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D).

- A) chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp
- B) chứng minh : $AE \cdot AD = AB^2$
- C) chứng minh $\angle CEA = \angle BEC$

D) giả sử $OA = 3R$. tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, BD theo R

Bài 5. Giải phương trình : $x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$

ĐỀ 58

Câu 1 : Cho biểu thức : $A = \left(\frac{x\sqrt{x} - 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x}} \right) : \frac{2(x - 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$

- Rút gọn A
- Tìm x để $A < 0$

Câu 2 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình.

Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong công việc. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc ?

Câu 3 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \quad (I)$$

- Giải hệ (I) với $m = 5$
- Xác định giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất và thỏa mãn: $2x + 3y = 12$

Câu 4 : Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn (M khác A và B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại H cắt AM tại K .

- Chứng minh rằng : $AEMB$ là tứ giác nội tiếp và $AI^2 = IM \cdot MB$
- Chứng minh BAF là tam giác cân.
- Chứng minh rằng tứ giác $AKFH$ là hình thoi.

Câu 5 : Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1$

ĐỀ 59

Bài 1 : Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$a. \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$$

$$b. x^2 - 4x + 3 = 0$$

Bài 2 : Cho $(P): y = x^2$ và $(d): y = x + 2$

a. Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

ĐỀ 60

Câu 1 : Tính $2\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + 2\sqrt{27}$

Câu 2 : Cho biểu thức:
$$A = \frac{x\sqrt{x+1}}{x - \sqrt{x+1}} - \frac{2(x-1)}{\sqrt{x+1}}$$

- Rút gọn biểu thức A
- Tìm X để $A > 0$

Câu 3 : Xác định hàm số bậc nhất $y = ax + 3$ biết rằng đồ thị hàm số của nó đi qua điểm $(-2; 3)$

Câu 4 : Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$a. \sqrt{10 - x^2} + \sqrt{x^2 + 3} = 5$$

$$b. \begin{cases} 5x - y = 7 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$$

Câu 5 : Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Tìm các kích thước của một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu tăng chiều dài thêm $3m$ và tăng chiều rộng thêm $2m$ thì diện tích tăng thêm $48m^2$. Nếu giảm chiều dài đi $2m$ và giảm chiều rộng đi $1m$ thì diện tích giảm đi $22m^2$

Câu 6. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Từ một điểm M trên nửa đường tròn ta vẽ tiếp tuyến xy . Vẽ AD, BC vuông góc với xy ($C, D \in xy$).

- a) Chứng minh rằng $MC = MD$
- b) Chứng minh rằng $AD + BC$ có giá trị không đổi khi điểm M di động trên nửa đường tròn
- c) Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn (O) để cho diện tích tứ giác $ABCD$ lớn nhất.

ĐỀ 61

Câu 1. Tính $3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 7\sqrt{18}$

Câu 2. Cho biểu thức
$$A = \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} - \frac{2(x\sqrt{x}-1)}{x+\sqrt{x+1}}$$

- Rút gọn biểu thức A
- Tìm x để $A > 0$

Câu 3. Xác định hàm số bậc nhất $y = ax - 3$, biết rằng đồ thị hàm số của nó đi qua điểm $(-2; 1)$

Câu 4. Giải hệ phương trình :

$$a) \sqrt{10-x^2} + \sqrt{x^2+3} = 5 \qquad b) \begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases}$$

Câu 5. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Tìm các kích thước của một mảnh vườn hình chữ nhật. Biết rằng nếu tăng chiều dài thêm $3m$ và tăng chiều rộng thêm $2m$ thì diện tích tăng thêm $48m^2$; nếu giảm chiều dài đi $2m$ và giảm chiều rộng đi $1m$ thì diện tích giảm đi $22m^2$.

Câu 6. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính CD . Từ một điểm N trên nửa đường tròn ta vẽ tiếp tuyến xy . Vẽ CB, DA vuông góc với xy ($A, B \in xy$)

- Chứng minh rằng : $NA = NB$
- Chứng minh rằng $AD + BC$ có giá trị không đổi khi điểm N di động trên nửa đường tròn
- Xác định vị trí của điểm N trên nửa đường tròn (O) để cho diện tích tứ giác $ABCD$ lớn nhất.

ĐỀ 62

Bài 1. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -2mx + y = 5 \\ mx + 3y = 1 \end{cases}$$

- a) Giải hệ phương trình với $m = 2$
 b) Tìm m để hệ có nghiệm $(x; y)$ dương.

Bài 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là $34m$. Nếu tăng chiều dài thêm $3m$ và tăng chiều rộng thêm $2m$ thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng mảnh đất đó

Bài 3. Cho hàm số $y = ax^2$

- a) Xác định a biết đồ thị của nó đi qua điểm $A(3; 3)$
 b) Tìm giá trị của m, n để các điểm $B(2; m)$ và $C(n; 1)$ thuộc đồ thị hàm số trên.

Bài 4. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và một điểm C trên nửa đường tròn đó ($AC < BC$), H là một điểm bất kỳ trên dây BC nhưng không trùng với B, C . AH cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai là D ; AC cắt đường thẳng BD tại E

- a) Chứng minh tứ giác $CDHE$ nội tiếp
 b) Vẽ tiếp tuyến Bx của đường tròn (O) ; Tia CD cắt Bx tại M . Chứng minh $MB^2 = MC \cdot MD$
 c) Chứng minh $\angle CHE = \angle BAC$

Bài 5. Cho $x > 0, y > 0$ và $x + y \leq \frac{4}{3}$

$$S = x + y + \frac{3}{4x} + \frac{3}{4y}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

ĐỀ 63

Bài 1 : Cho biểu thức
$$A = \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2}$$

- a) Rút gọn biểu thức A
 b) Tính giá trị của biểu thức khi cho $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$
 c) Tìm giá trị của x để $A = -1$

Bài 2 : Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc $40\text{km}/h$ rồi đi tiếp từ B đến C với vận tốc $30\text{km}/h$. Tổng thời gian ô tô đi từ A đến C là $4\text{h}45'$. Biết quãng đường BC ngắn hơn quãng đường AB là 15km . Tính các quãng đường $AB; BC$.

Bài 3 :

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ (P)

b) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m) \in (P)$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến BX với nửa đường tròn. Gọi C là điểm trên nửa đường tròn sao cho cung CB bằng cung CA , D là một điểm tùy ý trên cung CB (D khác C và B). Các tia AC, AD cắt tia BX theo thứ tự ở E và F .

a) Chứng minh tam giác ABE vuông cân.

b) Chứng minh $FB^2 = FD.FA$

c) Chứng minh tứ giác $CDFE$ nội tiếp được

Bài 5 : Với x, y không âm. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = x - 2\sqrt{xy} + 3y - 2\sqrt{x} + 2009,5$$

ĐỀ 64

Bài 1. Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x}}{x - 1} \right) \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 1}$ ($x \geq 0$, $x \neq 1$)

a) Tính giá trị của A khi $x = \frac{9}{4}$

b) Rút gọn B

c) Với $x \in \mathbb{N}$ và $x \neq 1$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = A.B$

Bài 2. Cho ba đường thẳng $d_1: 5x - 17y = 8, d_2: 15x + 7y = 82$ và $d_3: (2m - 1)x - 2my = m + 2$

Tìm các giá trị của m để ba đường thẳng đồng quy.

Bài 3. Một tổ sản xuất có kế hoạch làm 600 sản phẩm với năng suất dự định. Sau khi làm xong 400 sản phẩm, tổ sản xuất tăng năng suất lao động, mỗi ngày làm thêm 10

sản phẩm nên hoàn thành sớm kế hoạch 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm ?

Bài 4. Cho điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Qua A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với (O) (B, C là tiếp điểm). Kẻ cát tuyến AMN với (O) (M nằm giữa A và N)

- Chứng minh $AB^2 = AM \cdot AN$
- Gọi $H = AO \cap BC$. Chứng minh $AH \cdot AO = AM \cdot AN$
- Đoạn thẳng AO cắt đường tròn (O) tại I . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Bài 5. Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn $xy = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{6}{3x+2y}$$

ĐỀ 65

Bài 1. Cho biểu thức
$$A = \left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} \right) : \frac{2(x-2\sqrt{x}+1)}{x-1} \quad \left(\begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right)$$

- Rút gọn A
- Tìm x để $A < 0$

Bài 2. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \quad (I)$$

- Giải hệ (I) với $m = 5$
- Xác định giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất và thỏa mãn $2x + 3y = 12$

Bài 3. Tháng giêng hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy, tháng hai do cải tiến kỹ thuật tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng giêng, vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng giêng mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy ?

Bài 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn (M khác A và B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến

Ax. Tia BM cắt Ax tại I; tia phân giác của $\angle IAM$ cắt nửa đường tròn tại E , cắt tia BM tại F. Tia BE cắt Ax tại H, cắt AM tại K

- Chứng minh rằng $AEMB$ là tứ giác nội tiếp và $AI^2 = IM \cdot MB$
- Chứng minh BAF là tam giác cân
- Chứng minh rằng tứ giác $AKFH$ là hình thoi.

Bài 5. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + 2y + 3z \geq 20$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức
$$A = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$$

ĐỀ 66

Bài 1: Giải hệ phương trình :

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} \quad a) \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases}$$

Bài 2 : Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21% . Vì vậy trong cùng một thời gian quy định hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

Bài 3 :

a) vẽ *parabol*(P): $y = 2x^2$

b) Viết phương trình đường thẳng (d) cắt *parabol*(P) tại hai điểm A và B có hoành độ lần lượt là -1 và 2

Bài 4 : Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến $AB; AC$ với đường tròn (O) (B, C là hai tiếp điểm). Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D (D khác B), đường thẳng AD cắt (O) tại E (E khác D)

- Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp.
- Chứng minh $AE \cdot AD = AB^2$
- Chứng minh $\angle CEA = \angle BEC$
- Giả sử $OA = 3R$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BD theo R .

Bài 5 : Giải phương trình : $x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$

ĐỀ 67

Câu 1 : Cho $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0, x \neq 1$)

a. Rút gọn biểu thức P .

b. Tính giá trị của (P) biết $x = \frac{2}{2 - \sqrt{3}}$.

c. Tìm các giá trị của x để $P > \frac{1}{2}$

Câu 2 : Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $72m$. Nếu tăng chiều rộng lên gấp đôi và chiều dài lên gấp ba thì chu vi của khu vườn mới là $194m$. Hãy tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn đã cho lúc ban đầu.

$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \quad (1)$$

Câu 3 : Cho hệ phương trình :

a. Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 1$

b. Tìm m để hệ (1) có cặp nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 5$.

Câu 4 Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (a - 2b)x + b$. Tìm a, b để (d) đi qua $A(1; 2)$ và $B(-4; -3)$

Câu 5 : Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại I (I nằm giữa A và O). Lấy điểm E trên cung nhỏ BC (E khác B và C), AE cắt CD tại F . Chứng minh :

- $BEFH$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- $IA.IB = IC.ID$ và $AE.AF = AC^2$
- Khi E chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CEF$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 6 : Cho $a, b, c, d, e > 0$ Chứng minh :
 $a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$

ĐỀ 68

Câu 1 : Cho $P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1}$ (với $x > 0, x \neq 1$)

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tính giá trị của (P) biết $x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}}$.

c) Tìm các giá trị của x để $P < \frac{1}{2}$

Câu 2 : Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi bằng $72m$. Nếu tăng chiều rộng lên gấp ba và chiều dài lên gấp đôi thì chu vi của khu vườn mới là $172m$. Hãy tìm chiều dài, chiều rộng của khu vườn đã cho lúc ban đầu.

Câu 3 : Cho hệ phương trình :
$$\begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \quad (1)$$

a) Giải hệ phương trình đã cho khi $m = 2$

b) Tìm m để hệ (1) có cặp nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 13$.

Câu 4 Trong hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (a - 2b)x + b$. Tìm a, b để (d) đi qua $A(1; 0)$ và $B(-2; 3)$

Câu 5 : Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Vẽ dây cung CD vuông góc với AB tại K (K nằm giữa A và O). Lấy điểm M trên cung nhỏ BC (M khác B và C), AM cắt CD tại N . Chứng minh :

- $BMNK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.
- $KA.KB = KC.KD$ và $AM.AN = AC^2$
- Khi M chạy trên cung nhỏ BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CMN$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 6 : Cho $a, b, c, d, e > 0$ Chứng minh :
 $a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$

ĐỀ 69

Bài 1 : Cho biểu thức
$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$$
 với $x \geq 0; x \neq 1$

- Rút gọn P
- Tìm giá trị của x để $P = -1$
- So sánh P với 1

Bài 2 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B . Biết vận tốc của xe du lịch lớn hơn vận tốc của xe khách là 20 km/h . Do đó nó đến B trước xe khách 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km .

Bài 3 : Cho hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$ có đồ thị là $\text{parabol}(P)$

- Xác định a biết $\text{parabol}(P)$ đi qua điểm $A(-1; 1)$
- Vẽ đồ thị của hàm số $y = ax^2$ với a vừa tìm được ở trên
- Cho đường thẳng $(d): y = 2x + 3$. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) với hệ số a tìm được ở câu a.
- Tính diện tích tam giác AOB với A và B là giao điểm của (P) và (d)

Bài 4 : Cho đường thẳng d và đường tròn $(O;R)$ không có điểm chung. Kẻ OH vuông góc với đường thẳng d tại H . lấy điểm M bất kỳ thuộc d . Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn $(O;R)$. Nối AB cắt OH, OM lần lượt tại K và I

- Chứng minh 5 điểm M, H, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $OK.OH=OI.OM$.
- Chứng minh khi M duy chuyển trên d thì đường thẳng AB đi qua một điểm cố định
- Tìm vị trí của M để diện tích tam giác OIK đạt giá trị lớn nhất.

$$A = \frac{x + 3\sqrt{x-2}}{x + 4\sqrt{x-2} + 1}$$

Bài 5 : Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

ĐỀ 70

Bài 1 : Cho hai biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-5}}$ và $\frac{3}{\sqrt{x+5}} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$

b. Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x-5}}$

- Tìm tất cả giá trị của x để $A = B \cdot |x-4|$

Bài 2: Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4h48'$ thì đầy bể. Biết lượng nước vòi I chảy một mình trong $1h20'$ bằng lượng nước của vòi II chảy một mình

trong 30 phút và thêm $\frac{1}{8}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì đầy bể?

Bài 3 :

- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2-y+\sqrt{x+1}}=4 \\ \sqrt{2-y}-3\sqrt{x+1}=-5 \end{cases}$$
- Cho *parabol* $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=mx+3$
 - Chứng tỏ d luôn cắt P tại hai điểm phân biệt

- b. Tìm tọa độ các giao điểm A, B của $parabol(P)$ và đường thẳng (d) khi $m = 2$. Tính diện tích ΔAOB
- c. Gọi giao điểm của d và P là C và D . Tìm m để độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất.

Bài 4 : Cho (O) đường kính AB, M là một điểm cố định trên tiếp tuyến tại A của (O) . Vẽ tiếp tuyến MC và cát tuyến MHK (H nằm giữa M và K ; tia MK nằm giữa hai tia MB, MO). Các đường thẳng BH, BK cắt đường thẳng OM tại E và F .

- a. Chứng minh rằng tứ giác $AMCO$, tứ giác $MGKC$ và tứ giác $MCHE$ nội tiếp
- b. Qua A kẻ đường thẳng song song với MK , cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N . Chứng minh $HN = NK$
- c. $OE = OF$.

Bài 5 : Cho a, b, c dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm GTNN của

$$A = \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{1}{c^2 + 1}$$

ĐỀ 71

Bài 1 :

1. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x-1}}{2}$ ($x \geq 0$) khi $x = 25$
2. Rút gọn biểu thức $B = \frac{x+2}{x\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ ($x \geq 0, x \neq 1$)
3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $\frac{B}{A}$

Bài 2 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xe ô tô cần chạy quãng đường $80km$, trong thời gian đã dự định. Vì trời mưa nên một phần từ quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là $15km/h$ nên quãng đường còn lại xe phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là $10km/h$. Tính thời gian dự định của xe ô tô đó?

$$\begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y+x-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y+x-1} = 5 \end{cases}$$

Bài 3 : Giải hệ phương trình sau

3. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số)
- Tìm m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó
 - Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1(x_1 + 3) + x_2(x_2 + 3) = 8$

Bài 4 : Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. M là trung điểm của OA , N là điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn tâm O (N khác A và B). Đường thẳng qua N và vuông góc với MN cắt tiếp tuyến tại A và B của nửa đường tròn tâm O lần lượt tại C và D .

- Chứng minh tứ giác $CAMN$ nội tiếp
- Chứng minh $\angle CMD = 90^\circ$

Bài 5 : Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y + xy = 8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = x^2 + y^2$$

ĐỀ 72

Bài 1 : Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(p): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = -x + 2$

- Tìm tọa độ giao điểm của (p) và (d)
- Gọi A, B là hai giao điểm của (p) và (d) . Tính diện tích tam giác OAB .

Bài 2 : Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trong tháng đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy. Đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, Tổ II vượt mức 10%. Do đó, tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được trong tháng đầu.

Bài 3 : Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Dây CD vuông góc với AB tại E (E nằm giữa A và O ; E không trùng A , không trùng O). Lấy điểm M thuộc cung nhỏ BC sao cho cung MB nhỏ hơn cung MC . Dây AM cắt CD tại F . Tia BM cắt đường thẳng CD tại K

- Chứng minh tứ giác $BMFE$ nội tiếp
- Chứng minh BF vuông góc với AK và $EK \cdot EF = EA \cdot EB$
- Tiếp tuyến của (O) tại M cắt tia KD tại I . Chứng minh $IK = IF$

Bài 4. Với các số $a, b, c > 0$ và thỏa mãn $a + b + c = 1$

Chứng minh $\frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq \frac{1}{2}$

ĐỀ 73

Bài 1. Chọn câu đúng nhất

- Phương trình $2x - y = 0$ có nghiệm tổng quát là :
 $A. x \in \mathbb{R}, y = 2x$ $B. x = 2y, y \in \mathbb{R}$ $C. x = 1, y = 2$ $D. x = 0, y \in \mathbb{R}$
- Phương trình $x - y = 1$ có thể kết hợp với phương trình nào sau đây để được hệ phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm ?
 $A. 2x - 2 = -2y$ $B. 2x - 2 = 2y$ $C. 2y = 3 - 2x$ $D. y = 1 + x$
- Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 5y = 3 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$
 $A. (2; 1)$ $B. (-2; -1)$ $C. (2; -1)$ $D. (3; 1)$
- Hệ phương trình $\begin{cases} ax + 3y = 1 \\ x + by = -2 \end{cases}$ nhận cặp số $(-2; 3)$ là nghiệm khi :
 $A. a = 4, b = 0$ $B. a = 0, b = 4$ $C. a = 2, b = 2$ $D. a = -2, b = -2$

Bài 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2(x+3) - 3y = 5 \\ \frac{x}{2} - 2y = -1 \end{cases}$

Bài 3. Cho đường thẳng $(d_1): 2x - 3y = -5$ và $(d_2): 3x + y = -2$

- Tìm tọa độ giao điểm A của (d_1) và (d_2)

- b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (d_1)
- c) Cho đường thẳng $(d_3): y = (m+2)x + m$. Tìm m để đường thẳng (d_1) và (d_3) cắt nhau tại điểm nằm bên trái trục tung.

Bài 4. Tìm một số có hai chữ số biết rằng hiệu của ba lần chữ số hàng chục và hai lần chữ số hàng đơn vị là 11. Nếu đổi chỗ chữ số hàng chục và hàng đơn vị cho nhau thì sẽ được số mới nhỏ hơn số cũng là 18 đơn vị.

Bài 5. Cho hệ phương trình :

$$\begin{cases} mx - 4y = 10 \\ x - my = -5 \end{cases} \quad (1)$$

Tìm m để hệ phương trình (1) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho x và y là độ dài hai cạnh kề của một hình chữ nhật có diện tích bằng $0,5$

ĐỀ 74

GIỮA KỲ II YÊN THẾ 2015 – 2016

Câu 1.

- 1) Rút gọn : $\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{50}$
- 2) Giải các phương trình sau :
 - a) $3x^2 - 27 = 0$
 - b) $0,3x^2 - 0,6x = 0$
- 3) Đồ thị hàm số $y = 3x^2$ có đi qua điểm $M(-2; -12)$ không? Vì sao?

Câu 2. Hai tổ sản xuất cùng may một loại quần áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày, tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai là 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo?

Câu 3. Rút gọn biểu thức

$$\left(\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} \right) + \left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y} \right) \begin{cases} x \geq 0; y \geq 0 \\ x \neq y \end{cases}$$

Câu 4. Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp trong đường tròn tâm O , bán kính R . Gọi H là giao điểm của ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC . Vẽ đường kính AK của đường tròn (O)

- 1) Chứng minh rằng $\angle ABC = \angle AKC$

- 2) Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle AKC$
 3) Chứng minh $AB.AC = 2R.AD$

ĐỀ 75

GIỮA KỲ II TOÁN 9 YÊN THẾ

Câu 1. Giải phương trình và hệ phương trình

a) $\begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ 5x - 6y = 20 \end{cases}$ b) $5x^2 - 15 = 0$ c) $4x - 5x^2 = 0$

Câu 2. Cho biểu thức
$$P = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{2\sqrt{a}} \quad \left(\begin{matrix} a > 0 \\ a \neq 1 \end{matrix} \right)$$

- a) Rút gọn biểu thức P
 b) Tìm a để $P < -1$

Câu 3.

- 1) Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi $46m$, nếu tăng chiều dài $5m$ và giảm chiều rộng $3m$ thì chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Hỏi kích thước khu vườn đó là bao nhiêu ?

- 2) Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2$. Tính $f(-1), f(2), f\left(-\frac{1}{2}\right), f(\sqrt{3})$

Câu 4. Cho hai đường tròn bằng nhau $(O), (O')$ cắt nhau tại hai điểm A, B . Kẻ các đường kính $AOC, AO'D$. Gọi E là giao điểm thứ hai của AC với đường tròn (O')

- a) So sánh các cung nhỏ BC, BD
 b) Chứng minh rằng B là điểm chính giữa của cung EBD (tức là điểm B chia cung EBD thành hai cung bằng nhau : $\widehat{BE} = \widehat{BD}$)

ĐỀ 76

Câu 1.

- 1) Giải các hệ phương trình sau :

a) $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases};$ b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$

2) Giải phương trình : $3x^2 - 4x + 1 = 0$

$$M = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{a}}, a \geq 0, a \neq 1$$

3) Rút gọn biểu thức

Câu 2. Hai công nhân cùng sơn cửa cho một công trình trong 4 ngày thì xong công việc. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 9 ngày rồi người thứ hai đến cùng làm tiếp trong 1 ngày nữa thì xong. Hỏi mỗi người làm một mình thì bao lâu xong việc ?

Câu 3. Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \quad (I)$$

Xác định giá trị của m để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất, khi đó hãy tìm nghiệm duy nhất đó.

Câu 4. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kỳ trên nửa đường tròn ($M \neq A, B$). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại I; tia phân giác của $\angle IAM$ cắt nửa đường tròn tại E, cắt tia BM tại F; tia BE cắt Ax tại H, cắt AM tại K

- 1) Chứng minh rằng : $AI^2 = IM \cdot IB$
- 2) Chứng minh BAF là tam giác cân
- 3) Chứng minh rằng tứ giác $AKFH$ là hình thoi.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1$

ĐỀ 78

Bài 1. Giải hệ phương trình và phương trình :

$$a) \begin{cases} x + y = 5 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \quad b) x^2 - 7x = 8$$

Bài 2.

1) Xác định hàm số $y = ax^2$. Biết đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;5)$

2) Cho biểu thức
$$B = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \cdot \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right) \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

- a) Rút gọn B
 b) Tìm a để $B = -4$

Bài 3. Chu vi của một tam giác bằng 48cm . Biết cạnh lớn nhất bằng 20cm , hai cạnh còn lại hơn kém nhau 2 đơn vị. Tìm độ dài hai cạnh đó.

Bài 4. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) , các tiếp tuyến tại B, C với đường tròn (O) cắt nhau tại E, AE cắt đường tròn tại D (khác điểm A).

- a) Chứng minh rằng tứ giác $OBEC$ nội tiếp
 b) Từ E kẻ đường thẳng d song song với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) , d cắt các đường thẳng AB, AC lần lượt tại P, Q . Chứng minh rằng $AC \cdot AQ = AD \cdot AE$
 c) Chứng minh rằng $EP = EQ$

Bài 5. Biết $a + b + c = 0$ và $abc \neq 0$. Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} = 0$$

ĐỀ 87

Bài 1.

Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 3a - 3 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \quad (a \text{ là tham số})$$

- Giải hệ phương trình khi $a = 4$
- Tìm a để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho :
 a) $x^2 + 3y + 2 = 0$
 b) Điểm $M(x; y)$ thuộc đường phân giác góc phần tư thứ II của hệ tọa độ.

Bài 2. Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong một ngày, tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo, hỏi mỗi tổ trong một ngày may được bao nhiêu chiếc áo ?

Bài 3. Cho parabol $(P)y = -2x^2$ và đường thẳng $d: y = 4x + 2a + b$, O là gốc tọa độ

- 1) Chứng minh điểm $M(m; m^2 + 1)$ không thể thuộc parabol (P) với mọi m
- 2) Trong trường hợp (P) và d tiếp xúc nhau tại N , tính độ dài đoạn thẳng ON
- 3) Khi $2a + b = 8$, tìm hai điểm E, F tương ứng thuộc (P) và d sao cho độ dài EF ngắn nhất.

Bài 4. Cho phương trình $mx^2 - 2(m - 2)x + m + 2 = 0$ (m là tham số)

- 1) Tìm điều kiện của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt
- 2) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $3(x_1 + x_2) + 4x_1x_2 = 5$

Bài 5. Cho đường tròn $(O; R)$, từ điểm A nằm ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn, B, C là hai tiếp điểm. Từ B kẻ đường thẳng song song với AC cắt (O) tại D , D khác B . Đường thẳng AD cắt (O) tại E , E khác D

- 1) Chứng minh tứ giác $ABOC$ nội tiếp và $AE \cdot AD = AB^2$
- 2) Chứng minh $\angle CEA = \angle CEB$
- 3) Giả sử $OA = 3R$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC, BD theo R

ĐỀ 88

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - (m + 3)x - 5 = 0$ (1) (m là tham số)

- 1) Chứng minh phương trình đã cho luôn luôn có hai nghiệm trái dấu
- 2) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn
 - a) $x_1 \in \mathbf{Z}, x_2 \in \mathbf{Z}$
 - b) $3x_1 + 4x_2 = -11$
 - c) Biểu thức $Q = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 2.

1. Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian đã định. Do cải tiến kỹ thuật nên tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch 18% và tổ II sản xuất vượt mức kế hoạch 21%. Vì vậy trong cùng thời gian quy định hai tổ đã

hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm. Tính số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch.

$$\begin{cases} x^3 - 8y^3 = 0 \\ x^4 - 80y^2 + 96 = 0 \end{cases}$$

2. Giải hệ phương trình :

Bài 3. Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = x - 2$, (P) cắt d tại hai điểm phân biệt A, B

- 1) Tính độ dài đoạn thẳng AB và diện tích tam giác OAB , O là gốc tọa độ
- 2) Tìm a để $y = -x + a$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt C, D sao cho $CD = AB$
- 3) Tìm tâm và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

Bài 4. Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB , K là điểm chính giữa cung AB . Trên cung KB lấy một điểm $M (M \neq K, B)$. Trên tia AM lấy điểm N sao cho $AN = BM$. Kẻ dây BP song song với KM , Q là giao điểm của AP với BM , E là giao điểm của BP và AM

- 1) Chứng minh $PQME$ là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh hai tam giác AKN, BKM bằng nhau và $AM \cdot BE = AN \cdot AQ$
- 3) Gọi R, S lần lượt là giao điểm thứ hai của QA, QB với đường tròn ngoại tiếp tam giác OMP . Chứng minh khi M di động trên cung KB thì trung điểm I của RS luôn nằm trên một đường cố định

Bài 5.

$$\sqrt{9 - \frac{9}{x}} = x - \sqrt{x - \frac{9}{x}}$$

1) Giải phương trình

2) Cho ba số dương x, y, z . Chứng minh $27(x^2y + y^2z + z^2x + xyz) \leq 4(x + y + z)^3$

ĐỀ 89

Bài 1.

$$A = \frac{\sqrt{x} - 1}{2} (x \geq 0) \quad \text{khi } x = 25$$

1) Tính giá trị của biểu thức

$$B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

2) Rút gọn biểu thức

$$3) \text{ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức } \frac{B}{A}$$

Bài 2. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Một xe ô tô cần chạy quãng đường 80km trong thời gian đã định, Vì trời mưa nên một phần tư quãng đường đầu xe phải chạy chậm hơn vận tốc dự định là 15km/h nên quãng đường còn lại x phải chạy nhanh hơn vận tốc dự định là 10km/h . Tính thời gian dự định của xe ô tô đó

Bài 3.

$$1) \text{ Giải hệ phương trình sau : } \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y+x-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y+x-1} = 5 \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình sau :

2) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1(x_1 + 3) + x_2(x_2 + 3) = 8$

Bài 4. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. M là trung điểm của OA , N là điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn tâm O ($N \neq A, B$). Đường thẳng qua N và vuông góc với MN cắt tiếp tuyến tại A và B của nửa đường tròn tâm O lần lượt tại C và D

1) Chứng minh tứ giác $CAMN$ nội tiếp

2) Chứng minh $\angle CMD = 90^\circ$

Bài 5. Cho $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $x + y + xy = 8$. Tìm GTNN của biểu thức $A = x^2 + y^2$

ĐỀ 90

$$\text{Bài 1. Cho hai biểu thức } A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} \text{ và } B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 25 \end{cases}$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$

b) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B \cdot |x - 4|$

Bài 2. Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4h48'$ thì đầy bể. Biết lượng nước vòi I chảy một mình trong 1 giờ 20 phút bằng lượng nước vòi II chảy 1 mình thêm $30\frac{1}{8}$ phút và thêm $\frac{1}{8}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy riêng trong bao lâu thì đầy bể ?

Bài 3.

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2-y} + \sqrt{x+1} = 4 \\ \sqrt{2-y} - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases}$$

2) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = mx + 3$

a) Chứng tỏ d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Tìm tọa độ các giao điểm A, B của parabol (P) và đường thẳng (d) khi $m = 2$. Tính diện tích ΔAOB

c) Gọi giao điểm của d và (P) là C, D . Tìm m để độ dài đoạn thẳng CD nhỏ nhất

Bài 4. Cho (O) đường kính AB, M là một điểm cố định trên tiếp tuyến tại A của (O) . Vẽ tiếp tuyến MC và cát tuyến MHK (H nằm giữa M và K ; tia MK nằm giữa hai tia MB, MO). Các đường thẳng BH, BK cắt đường thẳng MO tại E, F

a) Chứng minh rằng tứ giác $AMCO$, tứ giác $MGKC$ và tứ giác $MCHE$ nội tiếp

b) Qua A kẻ đường thẳng song song với MK , cắt (O) tại I, CI cắt MK tại N . Chứng minh $NH = NK$

c) Chứng minh $OE = OF$

Bài 5. Cho a, b, c dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm GTNN của

$$A = \frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{1}{c^2 + 1}$$

ĐỀ 91

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{x - 1} \right)$ $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

1) Tính giá trị của A khi $x = 16$

2) Chứng minh rằng $B = \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$

3) Tìm x nguyên để $P = A : B$ đạt giá trị lớn nhất

Bài 2.

- Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình : Quãng đường Thanh Hóa – Hà Nội dài 150km . Một ô tô từ Hà Nội vào Thanh Hóa, nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10km/h
- Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 6cm , chiều cao 9cm . Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Bài 3.

1) Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} \frac{7}{x-1} - \frac{4}{y} = \frac{5}{13} \\ \frac{5}{x-1} + \frac{3}{y} = \frac{13}{6} \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m + 3 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = 3$

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2) - 2$

Bài 4. Cho nửa đường tròn (O) , đường kính AB . Lấy M bất kỳ thuộc nửa đường tròn (không trùng với A, B) và C là điểm chính giữa cung AM . Gọi D là giao điểm của AC và BM ; H là giao điểm của AM và BC

1) Chứng minh tứ giác $CHMD$ nội tiếp

2) Chứng minh $DA \cdot DC = DB \cdot DM$

3) Gọi Q là giao điểm của DH và AB . Chứng minh khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn thì đường tròn ngoại tiếp $\triangle CMQ$ luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. Với a, b, c là các số dương thỏa mãn $ab + bc = 2ac$. Tính giá trị nhỏ nhất của

biểu thức :
$$P = \frac{a+b}{2a-b} + \frac{c+b}{2c-b}$$

ĐỀ 92

Câu 1. Giải phương trình và hệ phương trình sau :

a)
$$\begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ 5x - 6y = 20 \end{cases} \quad \text{b) } 5x^2 - 15 = 0 \quad \text{c) } 4x - 5x^2 = 0$$

Câu 2. Cho biểu thức
$$P = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{2\sqrt{a}} \quad \left(\begin{array}{l} a > 0 \\ a \neq 1 \end{array} \right)$$

- Rút gọn biểu thức P
- Tìm a để $P < -1$

Câu 3.

- Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi $46m$, nếu tăng chiều dài 5m và giảm chiều rộng $3m$ thì chiều dài gấp 4 chiều rộng. Hỏi kích thước khu vườn đó là bao nhiêu ?

2) Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2$. Tính $f(-1); f(2); f\left(-\frac{1}{2}\right); f(\sqrt{3})$

Câu 4. Cho hai đường tròn bằng nhau (O) và (O') cắt nhau tại hai điểm A và B . Kẻ các đường kính $AOC, AO'D$. Gọi E là giao điểm thứ hai của AC với đường tròn (O')

- So sánh các cung nhỏ BC, BD
- Chứng minh rằng B là điểm chính giữa của cung EBD (tức là điểm B chia cung EBD thành hai cung bằng nhau $\widehat{BE} = \widehat{BD}$)

ĐỀ 93

Bài 1. Cho Parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 3$

- Vẽ Parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d)

Bài 2. Hai tổ sản xuất cùng nhận chung được một đơn hàng, nếu hai tổ cùng làm thì sau 15 ngày sẽ xong. Tuy nhiên, sau khi cùng làm được 6 ngày, thì tổ I có việc bận phải chuyển công việc khác, do đó tổ II là 1 mình 24 ngày nữa thì hoàn thành. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi tổ làm xong trong bao nhiêu ngày ?

Bài 3. Cho $(O; R)$, MN là dây không đi qua tâm. C, D là hai điểm bất kỳ thuộc dây MN (C, D không trùng với M, N). A là điểm chính giữa của cung nhỏ MN . Các đường thẳng AC, AD lần lượt cắt (O) tại điểm thứ hai là E, F

- Chứng minh $\angle ACD = \angle AFE$ và tứ giác $CDFE$ nội tiếp
- Chứng minh $AM^2 = AC \cdot AE$
- Kẻ đường kính AB . Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MCE . Chứng minh M, I, B thẳng hàng.

Bài 4. Với x, y, z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy + yz + zx = 5$

$$P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

ĐỀ 94

Câu 1.

1) Tính giá trị biểu thức : $A = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1}$ khi $x = 9$

2) Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{x} + 5}{\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{1 - \sqrt{x}} + \frac{8}{x - 1} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

3) Tìm x để $P = A \cdot B$ có giá trị nguyên

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases}$$

Câu 3. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 12 giờ đầy bể, Nếu người ta mở cả hai vòi chảy trong 4 giờ rồi khóa lại và để vòi I chảy tiếp 14 giờ nữa thì mới đầy bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Câu 4. Cho đường tròn $(O;R)$ và đường thẳng d không có điểm chung với đường tròn. Từ điểm M thuộc đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn, Hạ OH vuông góc với đường thẳng d tại H. Nối AB cắt OH tại K, cắt OM tại I . Tia OM cắt đường tròn $(O;R)$ tại E

- a) Chứng minh $AOBM$ là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $OI \cdot OM = OK \cdot OH$
- c) Chứng minh E là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB
- d) Tìm vị trí của M trên đường thẳng d để diện tích tam giác OIK có diện tích lớn nhất.

Câu 5. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $x + y = 1$

$$A = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{y}\right)^2$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

ĐỀ 95

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho phương trình $2x - y = 5$. Phương trình nào sau đây kết hợp với phương trình đã cho để được một hệ phương trình có vô số nghiệm ?

- A. $x - y = 5$ B. $-6x + 3y = 15$ C. $6x + 15 = 3y$ D. $6x - 15 = 3y$

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến khi $x < 0$?

- A. $y = -2x$ B. $y = -x + 10$ C. $y = (\sqrt{3} - 2)x^2$ D. $y = \sqrt{3}x^2$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = 2ax^2$ (với a là tham số). Kết luận nào sau đây là đúng ?

- A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 khi $a < 0$
- B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến với mọi $x < 0$ khi $a > 0$

C. Nếu $f(-1) = 1$ thì $a = \frac{1}{2}$

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến khi $a > 0$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đồ thị các hàm số $y = 2x^2$ và $y = 3x - 1$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ là :

A. 1 và $\frac{1}{2}$ B. -1 và $\frac{1}{2}$ C. 1 và $-\frac{1}{2}$ D. -1 và $-\frac{1}{2}$

Câu 5. Phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ có nghiệm khi :

A. $m \geq 1$ B. $m \geq -1$ C. $m \leq 1$ D. $m \leq -1$

Câu 6. Cho ΔABC đều nội tiếp đường tròn (O) . Số đo cung AB nhỏ là :

A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

Câu 7. Một hình vuông có cạnh $6cm$ thì đường tròn ngoại tiếp hình vuông có bán kính bằng :

A. $6\sqrt{2}cm$ B. $\sqrt{6}cm$ C. $3\sqrt{2}cm$ D. $2\sqrt{6}cm$

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A. Hình thang cân nội tiếp được một đường tròn
- B. Hai cung có số đo bằng nhau thì bằng nhau
- C. Hai cung bằng nhau thì có số đo bằng nhau
- D. Hai góc nội tiếp bằng nhau thì cùng chắn một cung

II. TỰ LUẬN

Bài 1. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình (1) với $m = -2$
- b) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m
- c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có 1 nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.

Bài 2.

a) Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 (P)$

b) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m)$ thuộc đồ thị (P)

c) Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = x - 0,5$ và parabol (P)

Bài 3. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Bx với nửa đường tròn. Gọi C là điểm trên nửa đường tròn sao cho $\widehat{CB} = \widehat{CA}$, D là một điểm tùy ý trên cung $CB (D \neq C, B)$. Các tia AC, AD cắt tia Bx theo thứ tự là E, F

a) Chứng minh tam giác ABE vuông cân

b) Chứng minh $FB^2 = FD \cdot FA$

c) Chứng minh tứ giác $CDFE$ nội tiếp được

Bài 4. Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} |xy - 4| = 8 - y^2 \\ xy = 2 + x^2 \end{cases}$$

ĐỀ 96

Câu 1 : phương trình $x - 3y = 0$ có nghiệm tổng quát là:

A. $(x \in R; y = 3x)$ B. $(x = 3y; y \in R)$ C. $(x \in R; y = 3)$ D. $(x = 0; y \in R)$

Câu 2: Cặp số $(2; -3)$ là nghiệm của hệ phương trình nào ?

A. $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{3x}{2} + y = 0 \\ x - y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 0x - 2y = 6 \\ 2x + 0y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$

Câu 4 : Một đường tròn đi qua ba đỉnh của một tam giác có ba cạnh là $6; 8; 10$. Khi đó bán kính đường tròn này bằng

Câu 5 : Tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn có $\angle A = 40^\circ; \angle B = 60^\circ$. Khi đó $\angle C - \angle D$ bằng :

A. 30° B. 20° C. 120° D. 140°

Câu 6. Hệ phương trình : $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - 4y = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. Vô nghiệm B. Một nghiệm duy nhất C. Hai nghiệm D. Vô số nghiệm

II. TỰ LUẬN :

Bài 1. Giải các hệ phương trình sau :

$$1) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \qquad 2) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases}$$

Bài 2 : Hai công nhân cùng làm một công việc thì 6 ngày xong . Nhưng nếu người thứ nhất làm 4 ngày rồi nghỉ, người thứ hai làm tiếp 6 ngày thì mới hoàn thành được $\frac{4}{5}$ công việc . Hỏi nếu làm một mình mỗi người làm xong công việc trong bao lâu?

Bài 3 : Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi C, D thuộc nửa đường tròn (C thuộc cung AD). AD cắt BC tại H , AC cắt BD tại E . Chứng minh rằng:

a) $\angle EHA$ vuông góc với AB

b) Vẽ tiếp tuyến với đường tròn tại D , cắt EH tại I . Chứng minh rằng : I là trung điểm của EH

ĐỀ 97

Bài 1. Cho biểu thức
$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{a} + 2} + \frac{1}{\sqrt{a} - 2} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a}} \quad \begin{matrix} a > 0 \\ a \neq 4 \end{matrix}$$

a) Rút gọn P b) Tìm các giá trị của a để $P > \frac{1}{3}$

c) Tìm tất cả các giá trị của a để $Q = \frac{9}{4}P$ có giá trị nguyên.

Bài 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một trường A có tổng số giáo viên là 80 , hiện tại tuổi trung bình của giáo viên là 35 . Trong đó tuổi trung bình của giáo viên nữ là 32 và tuổi trung bình của giáo viên nam là 38 . Hỏi trường A có bao nhiêu giáo viên nữ và bao nhiêu giáo viên nam ?

Bài 3.

- $$\begin{cases} 3\sqrt{x} - 4\sqrt{y} = -8 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$
- 1) Giải hệ phương trình sau :
 - 2) Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - 2$
 - a) Tìm tọa độ tiếp điểm của (d) và (P)
 - b) Viết phương trình đường thẳng (d') có hệ số góc m và đi qua $A(1; 2)$. Chứng minh (d') cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi $m \neq 4$

Bài 4. Cho đường tròn (O) . Một điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm). Kẻ đường kính AOC và dây AB vuông góc với OM tại H

- a) Chứng minh $BC // OM$ và tứ giác $AOBM$ nội tiếp đường tròn
- b) Kẻ dây CN của đường tròn (O) đi qua H . Tia MN cắt (O) tại điểm thứ hai D .
Chứng minh $MA^2 = MN \cdot MD$
- c) Giả sử $\angle AOB = 120^\circ$. Tính độ dài cung nhỏ AB và diện tích hình quạt tròn AOB
- d) Chứng minh : Ba điểm B, O, D thẳng hàng

Bài 5. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn : $(x + y - 1)^2 = xy$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức
$$P = \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{x + y}$$

ĐỀ 98

Bài 1. Cho các biểu thức :

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} \quad \text{và} \quad B = \frac{x}{x - 4} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 3 - 2\sqrt{2}$

2) Rút gọn B

3) Tìm x thỏa mãn $x.P \leq 10\sqrt{x} - 29 - \sqrt{x-25}$ với $P = \frac{A}{B}$

Bài 2. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình :

Một ca nô đi xuôi theo một khúc sông trong 3 giờ rồi đi ngược khúc sông đó trong 1 giờ thì được 190km . Một lần khác, cũng trên khúc sông này, ca nô đi xuôi dòng trong 2 giờ và ngược dòng trong 3 giờ thì được 227km . Hãy tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc của dòng nước, biết vận tốc riêng của cano và vận tốc của dòng nước ở hai lần là như nhau.

Bài 3.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{1}{x-y} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \frac{2}{x-y} = 4 \end{cases}$$

1) Giải hệ phương trình sau :

2) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m+1)x - m^2 - m + 2$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của $(P), (d)$ với $m = 3$

b) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt Parabol (P) tại hai điểm phân

biệt với mọi giá trị của m . Gọi x_1, x_2 là hoành độ của hai giao điểm đó, tìm m để $-3 < x_1 < x_2 < 3$

Bài 4. Cho 3 điểm A, B, C cố định và thẳng hàng theo thứ tự đó. Một đường tròn (O) thay đổi nhưng luôn đi qua B và C sao cho B, O, C không thẳng hàng. Từ A vẽ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) ($M, N \in (O)$) sao cho N thuộc cung nhỏ BC

1) Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp

2) Chứng minh $AB.AC = AN^2$

3) Gọi D là trung điểm của BC , đường thẳng ND cắt (O) tại điểm thứ hai E . Chứng minh $ME // AC$

4) Gọi G, H theo thứ tự là giao điểm của AC, AO . Chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định và tâm đường tròn ngoại tiếp ΔOHG luôn nằm trên một đường thẳng cố định.

Bài 5. Cho $x, y > 0$ và $x + y = 1$. Tìm GTNN của biểu thức $A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy}$

ĐỀ 99

I. Trắc nghiệm

Câu 1. Cho phương trình $2x - y = 5$. Phương trình nào sau đây kết hợp với phương trình đã cho được một hệ phương trình có vô số nghiệm ?

A. $x - y = 5$ B. $-6x + 3y = 15$ C. $6x + 15 = 3y$ D. $6x - 15 = 3y$

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến khi $x < 0$?

A. $y = -2x$ B. $y = -x + 10$ C. $y = (\sqrt{3} - 2)x^2$ D. $y = \sqrt{3}x^2$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = 2ax^2$ (với a là tham số). Kết luận nào sau đây là đúng

A. Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 0 khi $a < 0$

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến với mọi $x < 0$ khi $a > 0$

C. Nếu $f(-1) = 1$ thì $a = \frac{1}{2}$

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến khi $a > 0$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đồ thị các hàm số $y = 2x^2$ và $y = 3x - 1$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ là :

A. $1 \& \frac{1}{2}$ B. $-1 \& \frac{1}{2}$ C. $1 \& -\frac{1}{2}$ D. $-1 \& -\frac{1}{2}$

Câu 5. Phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ có nghiệm khi :

A. $m \geq 1$ B. $m \geq -1$ C. $m \leq 1$ D. $m \leq -1$

Câu 6. Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O) . Số đo cung AB nhỏ là :

- A. 30^0 B. 60^0 C. 90^0 D. 120^0

Câu 7. Một hình vuông có cạnh $6cm$ thì đường tròn ngoại tiếp hình vuông có bán kính bằng:

- A. $6\sqrt{2}cm$ B. $\sqrt{6}cm$ C. $3\sqrt{2}cm$ D. $2\sqrt{6}cm$

II. Tự luận

Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

- Giải phương trình (1) với $m = -2$
- Chứng tỏ phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m
- Tìm giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.

ĐỀ 100

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{4x}{x - 9}$ $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$
- Rút gọn biểu thức B
- Cho $M = A.B$, hãy so sánh M và \sqrt{M} (với điều kiện \sqrt{M} có nghĩa)

Bài 2. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai vòi cùng chảy vào một bể không chứa nước thì sau 6 giờ 40 phút sẽ đầy bể. Nếu chảy một mình thì vòi thứ hai chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ nhất là 3 giờ. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu sẽ đầy bể ?

Bài 3.

$$\begin{cases} 6\sqrt{x+2} = \sqrt{x+y} \\ \frac{3}{\sqrt{x+y}} + \frac{2}{\sqrt{x+2}} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình :
- Cho đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 2m$ và parabol $(P): y = x^2$

- a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt
- b) Giả sử đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.
 Tìm m để $y_1 y_2 = -10x_1 x_2 - 9$

Bài 4. Cho đường tròn tâm O đường kính AB . Điểm C bất kỳ trên nửa đường tròn (O) (C khác A , C khác B). Kẻ đường kính CD của (O) . Tiếp tuyến tại B của (O) cắt các tia AC, AD lần lượt tại M, N

- 1) Chứng minh tứ giác $CDNM$ nội tiếp
- 2) Gọi H là trung điểm của BN , chứng minh O là trực tâm $\triangle MAH$
- 3) Kéo dài MO cắt AH tại K . Chứng minh
 - a) $OK \cdot OM = OA^2$

- b) K thuộc đường tròn đi qua 4 điểm M, C, D, N . Tính tỉ số $\frac{EF}{AB}$

Bài 5. Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn đồng thời các điều kiện :

$$a < b < c, a + b + c = 6, ab + bc + ca = 9$$

- a) Chứng minh rằng a, c là hai nghiệm của phương trình bậc hai $x^2 - (6 - b)x + (3 - b)^2 = 0$
- b) Chứng minh rằng $0 < a < 1 < b < 3 < c < 4$

111Equation Chapter 1 Section 1ĐÁP ÁN 82 ĐỀ THI GIỮA HỌC KỲ II KHỐI 9
MÔN TOÁN

ĐỀ 01

Bài 1.

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -3 \\ 5x + 4y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases} \quad b) x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ $(P), (d)$

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$\frac{-x^2}{2} + x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow y = -8 \\ x = -2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

Tọa độ là $(4; -8), (-2; -2)$

Bài 3.

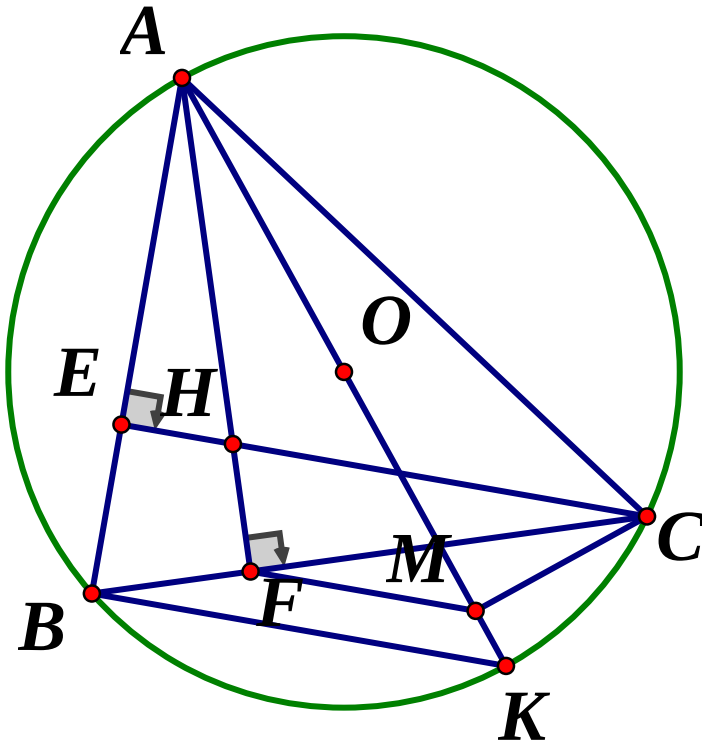
Gọi x (giờ) là thời gian chày đầy của vòi I, y (giờ) là thời gian chày đầy của vòi II

$$(x, y > 1,5), 1h30' = 1,5h \quad 15' = \frac{1}{4}h, 20' = \frac{1}{3}h$$

$$\text{Theo bài ta có hệ : } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} (tm)$$

Vậy vòi I: $\frac{15}{4}h$, vòi II: $\frac{5}{2}h$

Bài 4.



- a) Có : $\angle AEC = \angle AFC = 90^\circ \Rightarrow AEFC$ là tứ giác nội tiếp
- b) $\angle AKB = \angle ACF$ (cùng chắn \widehat{AB}); $\angle AFC = \angle ABK = 90^\circ$
 $\Rightarrow \Delta ABK \sim \Delta AFC (g.g)$
- c) $\angle CAM = \angle CFB$ (cùng chắn \widehat{CK})
 $\Rightarrow AFMC$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle AFC = \angle AMC = 90^\circ \Rightarrow CM \perp AK$

Bài 5.

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{a^2}{a-1} + \frac{2b^2}{b-1} + \frac{3c^2}{c-1} \\
 &= \frac{a^2 - 1 + 1}{a-1} + \frac{2b^2 - 2 + 2}{b-1} + \frac{3c^2 - 3 + 3}{c-1} \\
 &= \left(a + 1 + \frac{1}{a-1} \right) + \left[2(b+1) + \frac{2}{b-1} \right] + 3 \left[(c-1) + \frac{3}{c-1} \right] + 12 \\
 &\Rightarrow P \geq 2\sqrt{(a-1) \cdot \frac{1}{a-1}} + 2\sqrt{2(b-1) \cdot \frac{2}{b-1}} + 2\sqrt{3(c-1) \cdot \frac{3}{c-1}} + 12 = 24 \\
 &\Rightarrow \text{Min} P = 24 \Leftrightarrow a = b = c = 2
 \end{aligned}$$

ĐỀ 02

I. TRẮC NGHIỆM

1B 2D 3C 4.5cm 5B 6B

II. TỰ LUẬN

Bài 1.

$$1) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 4y = -10 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = \frac{5 - x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 5 \end{cases}$$

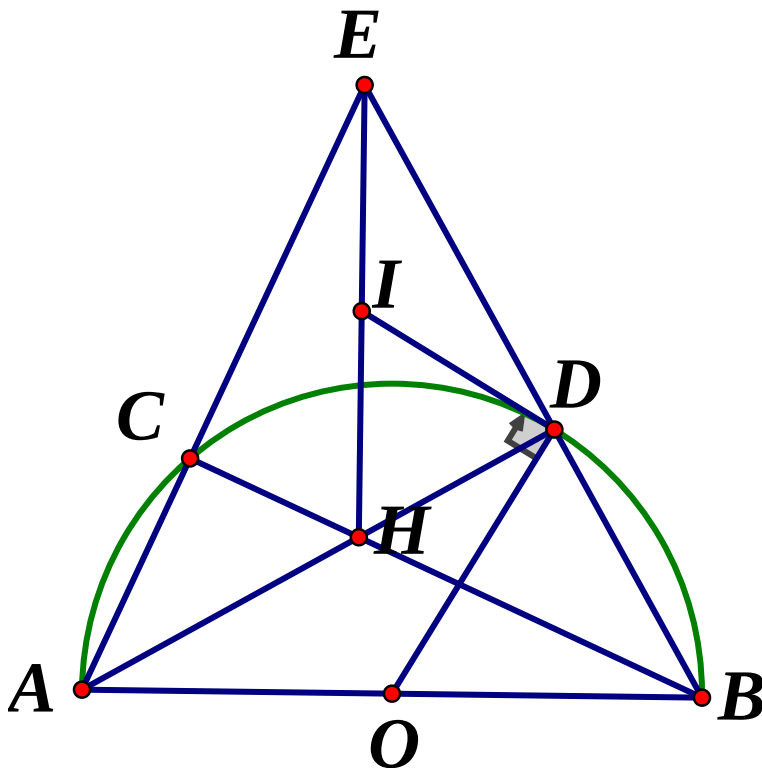
Bài 2. Gọi x, y là số ngày mỗi đội làm 1 mình xong công việc ($x, y > 6$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{4}{x} + \frac{6}{y} = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy người 1: 10 ngày, người 2: 15 ngày.

Bài 3.



a) ΔABC nội tiếp $\left(O; \frac{AB}{2}\right) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C $\Rightarrow AC \perp BC$

ΔADB nội tiếp $\left(O; \frac{AB}{2}\right) \Rightarrow \Delta ABD$ vuông tại D $\Rightarrow AD \perp BD$

ΔEAB có ; $AD \perp EB, BC \perp AE, AD \cap BC = \{H\}$

Nên H là trực tâm $\Delta AEB \Rightarrow EH \perp AB$

b) Có $\angle IDA = \angle DAB$ (cùng chắn \overline{AD}) (1)

$EH \perp AB \Rightarrow \angle DBA + \angle E_1 = 90^\circ$

ΔEHD vuông tại D $\Rightarrow \angle EHD + \angle E_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle DBA = \angle EHD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle IDA = \angle EHD \Rightarrow \Delta IHD$ cân tại $I \Rightarrow ID = IH$

Lại có : $\angle IDA + \angle IDE = 90^\circ, \angle EHD + \angle E_1 = 90^\circ$ mà $\angle IDA = \angle EHD$

$\Rightarrow \angle IDE = \angle E_1 \Rightarrow \Delta IED$ cân tại $I \Rightarrow IE = ID$

Mà $ID = IH \Rightarrow IE = IH \Rightarrow I$ là trung điểm EH

ĐỀ 03

I. Trắc nghiệm

1D 2B 3A 4C

II. Tự luận

Bài 1.

$$a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$

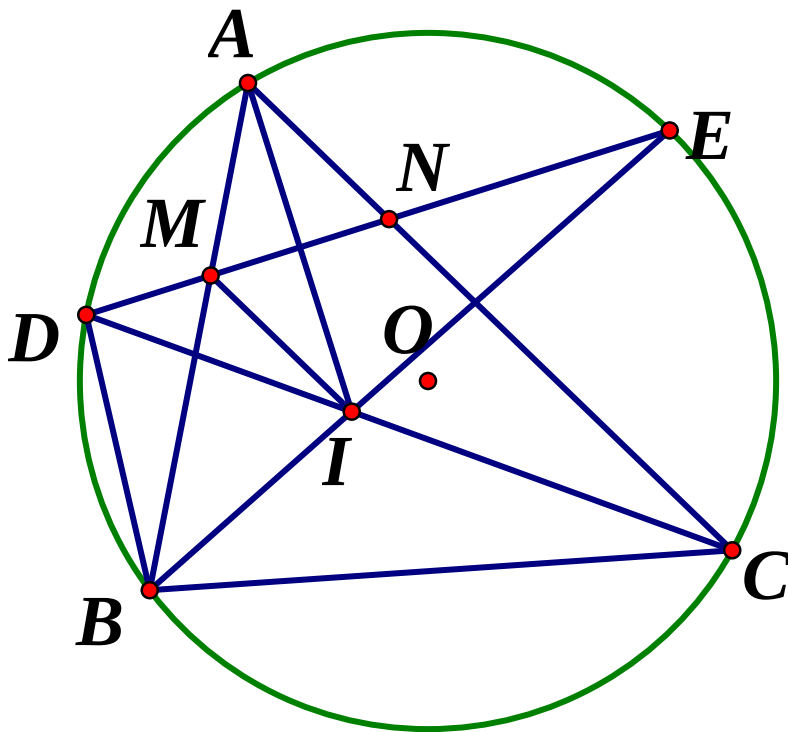
$$b) \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ -4x + 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ (P)

$$b) x_A = -2 \Leftrightarrow y_A = \frac{1}{2}(-2)^2 = 2 \Rightarrow A(-2; 2)$$

Bài 3.



D là điểm chính giữa cung $AB \Rightarrow \widehat{DA} = \widehat{DB}$ mà $\angle ACD = sd \frac{\widehat{AB}}{2}; \angle DCB = sd \frac{\widehat{BD}}{2}$
 $\Rightarrow \angle DCB = \angle ACD \Rightarrow DC$ là phân giác của $\angle ACB$

• Ta có: $\angle MBI = \frac{1}{2} sd \widehat{AE}, \angle MDI = \frac{1}{2} sd \widehat{EC}$

Mà $\widehat{AE} = \widehat{EC} \Rightarrow \angle MBI = \angle MDI$, mà 2 góc trên cùng nhìn $MI \Rightarrow DMIB$ là tứ giác nội tiếp

• Ta có: $\angle AED = \angle DEI (\widehat{AD} = \widehat{DB}); \angle ADI = \angle EDI (\widehat{AE} = \widehat{EC})$

$\Rightarrow \triangle ADE = \triangle IDE \Rightarrow \begin{cases} AE = EI \\ AD = DI \end{cases} \Rightarrow DE$ là trung trực của $AI \Rightarrow AI \perp DE$

• Ta có: $\angle ACD = \angle ABD = \frac{1}{2} sd \widehat{AD}$ mà $\angle ABD = \angle DIM = \frac{1}{2} sd \widehat{DM}$

$\Rightarrow \angle DIM = \angle ACD$ mà chúng đồng vị nên $IM \parallel AC$

ĐỀ 05

Câu 1.

$$1) \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$2) x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$3) y = ax^2 \text{ qua } A(-2;3) \Rightarrow a \cdot (-2)^2 = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

Câu 2.

$$1) (1) \text{ có nghiệm } x = 2 \Leftrightarrow 2^2 - 2 - m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

$$2) x^2 - x - m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow 1 + 4(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$$

Phương trình có nghiệm kép

$$\text{Khi đó } x = \frac{1}{2}$$

Câu 3.

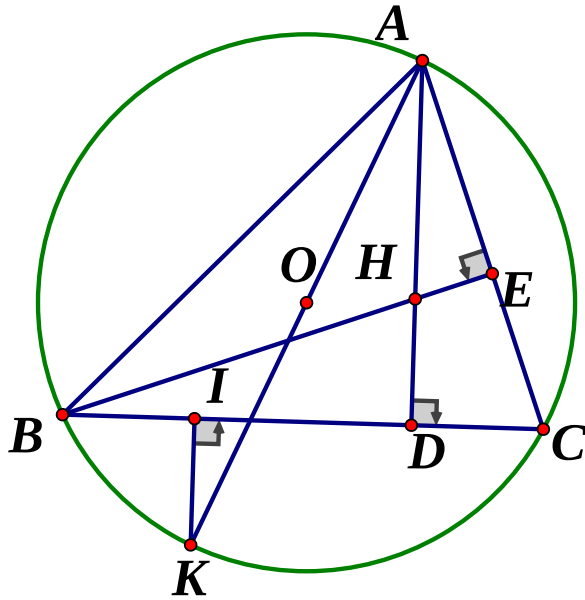
Gọi x, y là số ngày hai công nhân làm ($x, y > 4$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{7}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 8 \end{cases} (tm)$$

Vậy người thứ nhất : 8 ngày, người thứ hai : 8 ngày.

Câu 4.



1) $\angle CEH + \angle HDC = 180^\circ \Rightarrow CEHD$ là tứ giác nội tiếp
 2) $\angle ADC = \angle ABK = 90^\circ$; $\angle ACD = \angle AKB$ (cùng chắn cung AB)

$$\Rightarrow \Delta DCA \sim \Delta BKA (g - g) \Rightarrow \frac{AC}{AK} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AC \cdot AB = AK \cdot AD$$

$$3) a) c / m \Delta BAK \sim \Delta ICK (g - g) \Rightarrow \frac{AB}{BK} = \frac{IC}{IK}$$

$$C/m \Delta CAK \sim \Delta IBK (g-g) \Rightarrow \frac{AC}{CK} = \frac{IB}{IK} \quad (1) \quad \frac{AB}{BK} = \frac{IC}{IK} \quad (2)$$

$$\text{Cộng (1) và (2)} \Rightarrow \frac{AK}{CK} + \frac{AB}{BK} = \frac{BC}{IK}$$

Câu 5. Do x_0 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m+4)x + m^2 + 2m - 1 = 0$ nên tồn tại m

$$\text{để } x_0^2 - (m+4)x_0 + m^2 + 2m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + (2 - x_0)m + x_0^2 - 4x_0 - 1 \text{ có nghiệm}$$

$$\Leftrightarrow (2 - x_0)^2 - 4(x_0^2 - 4x_0 - 1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -3x_0^2 + 12x_0 + 8 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{6 - 2\sqrt{15}}{3} \leq x_0 \leq \frac{6 + 2\sqrt{15}}{3}$$

ĐỀ 06

Bài 1.

$$\begin{aligned}
 a) A &= \frac{x+2\sqrt{x}-10}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{x+2\sqrt{x}-10-\sqrt{x}+3-(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{x+\sqrt{x}-7-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}
 \end{aligned}$$

$$b) x = \sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{5}-2$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{5}-2+2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$c) A = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{x}+2=3 \Leftrightarrow x=1(\text{tmdk})$$

Bài 2.

$$m = -4, \text{hpt} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y = -14 \\ x-y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -8 \end{cases}$$

a) Khi

$$b) \begin{cases} 2x+y = 3m-2 \\ x-y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3m+3 \\ y = x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+1 \\ y = m-4 \end{cases}$$

$$x+y=13 \Leftrightarrow m+1+m-4=13 \Leftrightarrow m=8$$

Bài 3.

$$x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8 \end{cases}$$

1) Khi $m = -3$, phương trình thành

$$2) x^2 - 2(m-1)x - m - 3 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (m-1)^2 - (-m-3) = m^2 - m + 4 > 0$$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$$3) \text{Áp dụng định lý Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = -m - 3 \end{cases}$$

Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAKD thì O' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp $AKDE \Rightarrow O'A = O'E \Rightarrow O' \in$ trung trực của AE cố định

ĐỀ 07

Câu 1.

$$a) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ 5x + y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases} \quad b) x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm $(1; -1), (-2; -4)$

Câu 3.

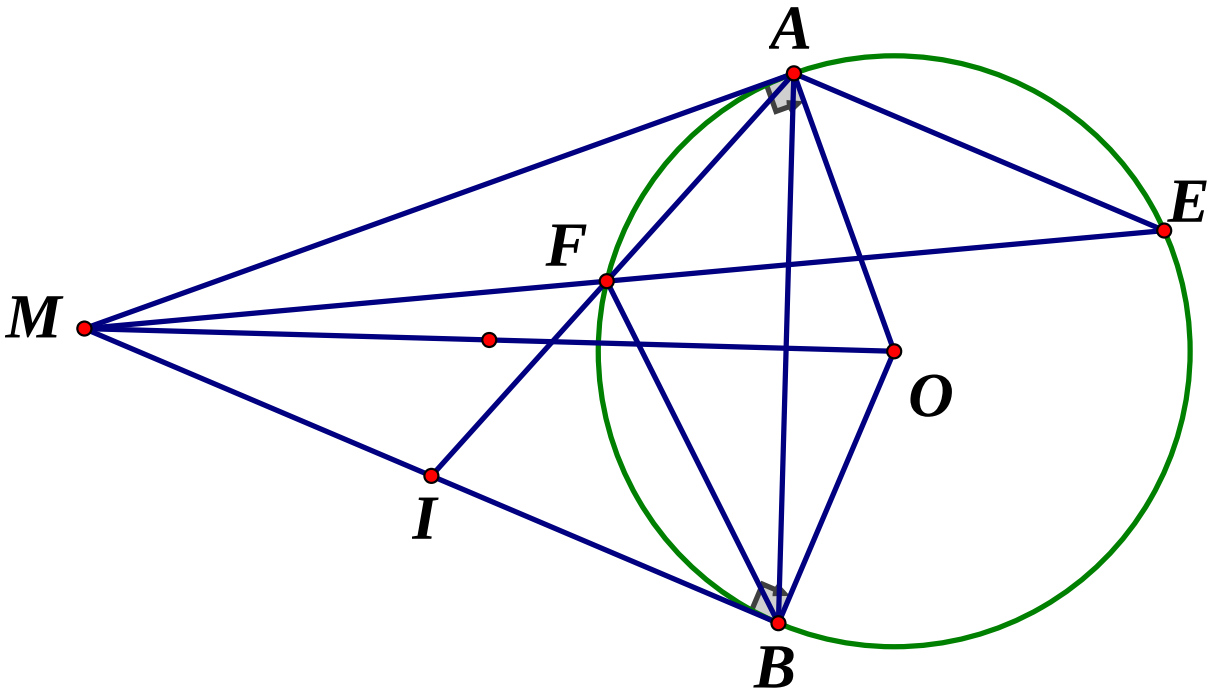
Gọi $x(m)$ là chiều dài, $y(m)$ là chiều rộng $(x > 10, y > 1)$

Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} (x + 20)(y - 1) = xy \\ (x - 10)(y + 1) = xy + 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 20y = 20 \\ x - 10y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 6 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài : $100m$, chiều rộng : $6m$

Câu 4.



a) Ta có: MA là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow OA \perp MA \Rightarrow \angle OAM = 90^\circ$
 MB là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow OB \perp MB \Rightarrow \angle OBM = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle OAM + \angle OBM = 180^\circ \Rightarrow MAOB$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle IBA$ và $\triangle IFB$ có: $\angle BIA$ chung, $\angle IAB = \angle IBF$ (cùng chắn \widehat{BF})

$$\Rightarrow \triangle IBA \sim \triangle IFB \Rightarrow \frac{IB}{IF} = \frac{IA}{IB} \Rightarrow IB^2 = IF \cdot IA \quad (1)$$

c) Ta có: $AE \parallel MB$ (gt) $\Rightarrow \angle IMF = \angle FAM$ (cùng chắn \widehat{AF})

$$\Rightarrow \angle IMF = \angle FAM \Rightarrow \triangle IMF \sim \triangle IAM \Rightarrow \frac{IM}{IF} = \frac{IA}{IM} \Rightarrow IM^2 = IA \cdot IF \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $IB^2 = IM^2 \Rightarrow IB = IM$

Câu 5. Ta có:

$$A = \frac{2(x-y)^2 + 16xy}{x+y} = \frac{2(x^2 - 2xy + y^2) + 16xy}{x+y}$$

$$= \frac{2x^2 - 4xy + 2y^2 + 16xy}{x+y} = \frac{2x^2 + 2y^2 + 12xy}{x+y}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2x^2 + 2y^2 + 3 \cdot 4xy}{x+y} = \frac{2x^2 + 2y^2 + 3}{x+y} \text{ (do } 4xy = 1) \\
&= \frac{2[(x+y)^2 - 2xy] + 3}{x+y} = \frac{2(x+y)^2 - 4xy + 3}{x+y} \\
&= \frac{2(x+y)^2 - 1 + 3}{x+y} = \frac{2(x+y)^2 + 2}{x+y} = \frac{2[(x+y)^2 + 1]}{x+y} = 2 \left[(x+y) + \frac{1}{x+y} \right] \\
&\geq 2 \sqrt{(x+y) \cdot \frac{1}{x+y}} = 2(\text{Co - si}) \Rightarrow A = 2 \left[(x+y) + \frac{1}{x+y} \right] \geq 4
\end{aligned}$$

$$\text{Min} A = 4 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

Vậy

ĐỀ 08

Câu 1.

$$1) x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{PTVN}$$

$$3) x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \quad 4) x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Câu 2.

$$x^2 + 2x + m = 0 \quad (1) \quad \Delta' = 1 - m$$

1) Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$

$$2) \text{Áp dụng Vi et : } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$$

Câu 3.

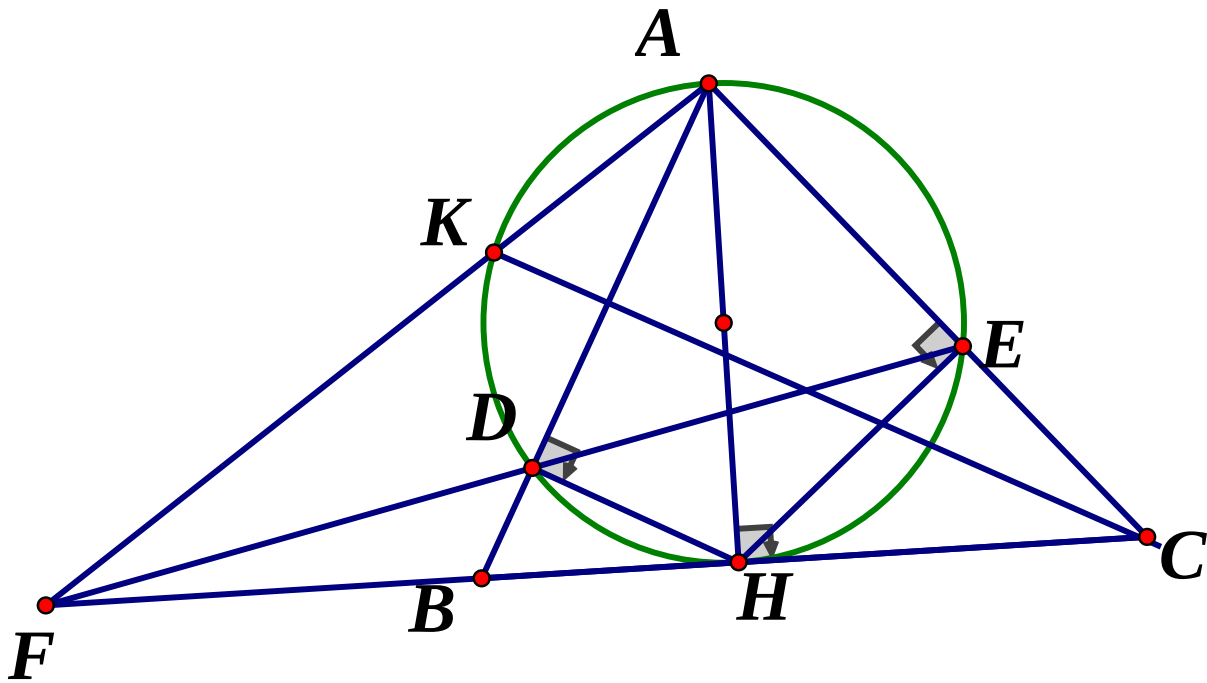
Gọi x, y lần lượt là số ngày đội I, II làm xong $(x, y \in \mathbb{N}^*, x, y > 16)$

Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{6}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 48 \\ y = 24 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy đội I: 48 ngày, đội II: 24 ngày

Câu 4.



1) Vì $\angle ADH = \angle AEH = 90^\circ \Rightarrow \angle ADH + \angle AEH = 180^\circ \Rightarrow ADHE$ là tứ giác nội tiếp

2) Vì $ADHE$ nội tiếp $\Rightarrow \angle AED = \angle AHD$ mà $\angle AHD = \angle B \Rightarrow \angle AED = \angle B$

Mà $\angle B + \angle CED = 180^\circ \Rightarrow CEDB$ nội tiếp

Chứng minh tương tự : $CKAB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle ABC = \angle CKF$

Câu 5.

$$f(x):(x-1), (x+1) \Rightarrow f(1)=0, f(-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+n-2-m-2n+4m=0 \\ -m+n-2+m+2n+4m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-n=2 \\ 4m+3n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=0 \end{cases}$$

ĐỀ 09

Bài 1.

$$a) \begin{cases} 5x+2y=12 \\ 2x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ 2.2-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$b) 2x^2 + 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ (P)

b) $C(-2; m) \in (P) \Rightarrow (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} = m \Leftrightarrow m = 2$

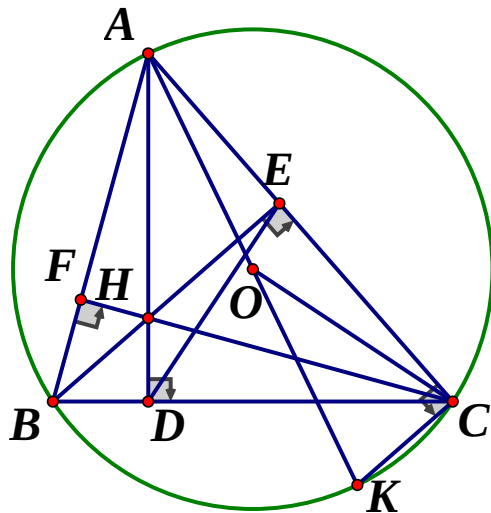
Bài 3.

Gọi x, y lần lượt là số áo tổ 1, tổ 2 may được ($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 10$)

Theo bài ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 170 \\ y = 160 \end{cases} (tm)$$

Vậy tổ 1: 170 chiếc áo, tổ 2: 160 chiếc áo

Bài 4.



a) Ta có: $\angle AEH = 90^\circ$ và $\angle AFH = 90^\circ$
 Do đó $\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ \Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp
 Ta lại có $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow E, D$ cùng nhìn cạnh AB dưới 1 góc vuông
 $\Rightarrow AEDB$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có: $\angle ACK = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

2 tam giác vuông ADB và ACK có: $\angle ABD = \angle AKC$ (cùng chắn \overline{AC})
 $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AKC (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AK \cdot AD \Rightarrow AB \cdot AC = 2R \cdot AD$$

c) Vẽ tiếp tuyến Cx tại C của (O) . Ta có: $OC \perp Cx$ (1)

Mặt khác, $AEDB$ nội tiếp $\Rightarrow \angle ABC = \angle DEC$

Mà $\angle ABC = \angle ACx$ nên $\angle ACx = \angle DEC \Rightarrow Cx \parallel DE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OC \perp DE$

Bài 5.

Đặt $\sqrt{x} = a, \sqrt{y} = b$ với $a, b \geq 0$ ta có:

$$\begin{aligned} P &= a^2 - 2ab + 3b^2 - 2a + 2009,5 \\ &= a^2 - 2(b+1)a + 3b^2 + 2009,5 \\ &= a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2008,5 \\ &= (a - b - 1)^2 + 2(b^2 - b) + 2008,5 \end{aligned}$$

$$= (a - b - 1)^2 + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + 2008 \geq 2008$$

$$\Rightarrow P_{\min} = 2008 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

ĐỀ 10**Bài 1.**

$$\begin{aligned} a) \left(\frac{x^3-1}{x-1} + x\right) \left(\frac{x^3+1}{x+1} - x\right) &: \frac{x(1-x^2)^2}{x^2-2} = (x^2+2x+1)(x^2-2x+1) \cdot \frac{x^2-2}{x(1-x)^2(1+x)^2} \\ &= (x+1)^2(x-1)^2 \cdot \frac{x^2-2}{x(1-x)^2(1+x)^2} = \frac{x^2-2}{x} \end{aligned}$$

$$b) x = \sqrt{6+2\sqrt{2}} \text{ (tm)} \Rightarrow A = \frac{6+2\sqrt{2}-2}{\sqrt{6+2\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{3+\sqrt{2}}}$$

Bài 2.

Gọi x (km) là quãng đường AB ($x > 15$) \Rightarrow quãng đường BC : $x - 15$, $4h45' = \frac{19}{4}h$

Theo bài ta có phương trình: $\frac{x}{40} + \frac{x-15}{30} = \frac{19}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+4x-60}{120} = \frac{570}{120} \Leftrightarrow x = 90 \text{ (tm)}$$

Vậy $AB = 90 \text{ km}$, $BC = 75 \text{ km}$

Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị

$$C(-2; m) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = m \Leftrightarrow m = 2$$

b)

Bài 4.

$$=a^2 - 2(b+1)a + 3b^2 + 2009,5$$

$$=a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2008,5$$

$$=(a - b - 1)^2 + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + 2008 \geq 2008$$

$$\Rightarrow \text{Min}P = 2008 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \text{(tmdk)}$$

$$P_{\min} = 2008 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy

ĐỀ 11**Câu 1.**

$$a) A = \left(\frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right) \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$= \left[\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right] \left[\frac{-\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right] = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) = 1 - x$$

$$b) x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1 \Rightarrow A = 1 - \sqrt{3} + 1 = 2 - \sqrt{3}$$

Câu 2.

a) Học sinh tự vẽ (P)

$$C(-2; m) \in (P) \Rightarrow (-2)^2 \cdot \frac{1}{2} = m \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 3.

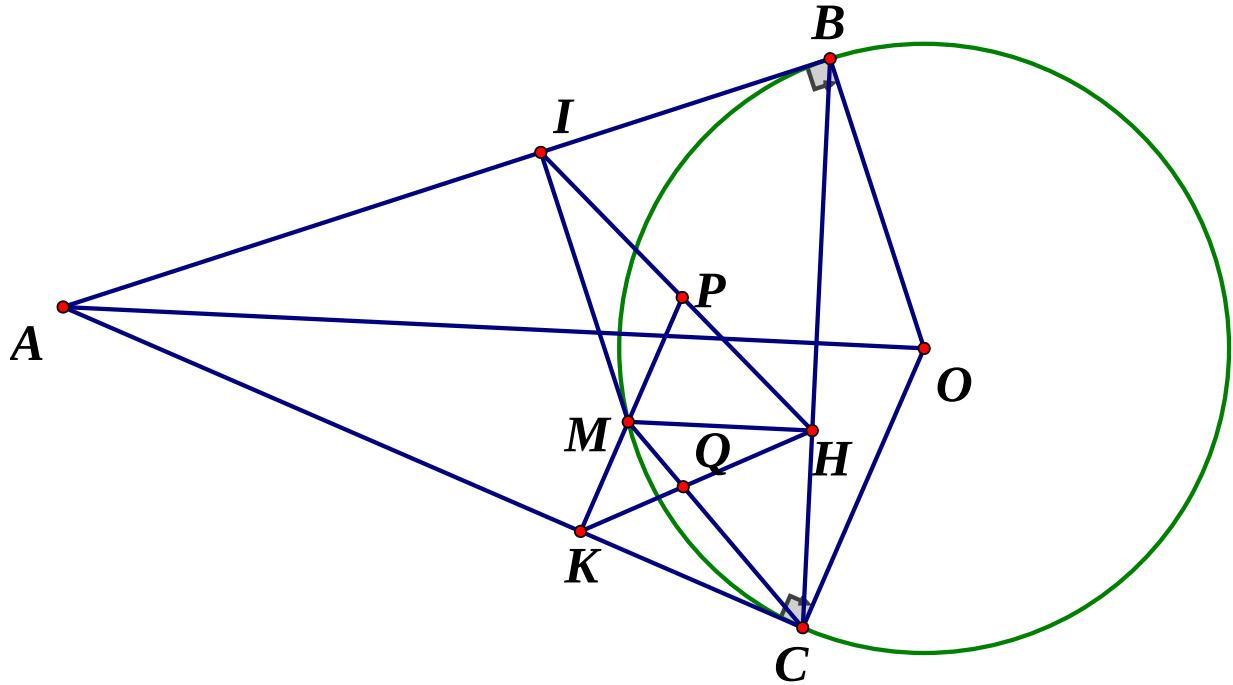
Gọi x, y lần lượt là số áo tổ 1, tổ 2 may được ($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 10$)

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 170 \\ y = 160 \end{cases} (tm)$$

Theo bài ta có hệ phương trình

Vậy tổ 1: 170 chiếc áo, tổ 2: 160 chiếc áo

Câu 4.



a) Vì $MI \perp AB(gt) \Rightarrow \angle BIM = 90^\circ$

Vì $MH \perp BC(gt) \Rightarrow \angle BHM = 90^\circ$

Ta có $\angle BIM + \angle BHM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°)

b) Vì tứ giác $BIMH$ nội tiếp (cmt), suy ra $\angle MIH = \angle MBH$ (1)

Trong đường tròn (O) có $\angle MBH = \angle MCK$ (Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng góc nội tiếp cùng chắn một cung) (2).

Chứng minh tương tự câu a ta có tứ giác $CKMH$ nội tiếp. $\Rightarrow \angle MCK = \angle MHK$ (3)

Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \angle MIH = \angle MHK$ (4)

Chứng minh tương tự ta có: $\angle MKH = \angle MHI$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \triangle MIH \sim \triangle MHK$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{MH}{MK} = \frac{MI}{MH} \text{ hay } MH^2 = MI \cdot MK \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh: $\angle MHK = \angle MCK = \angle MBC$

Chứng minh: $\angle IHM = \angle IBM = \angle MCB$

Suy ra $\angle MHK + \angle IHM = \angle MBC + \angle MCB$

Suy ra : $\angle BMC + \angle MHK + \angle IHM = \angle BMC + \angle MBC + \angle MCB = 180^\circ$ (Tổng 3 Goc trong tam giác MBC) Hay $\angle PMQ + \angle PHQ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $MPHQ$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°)

Câu 5 :
$$P = \left(x + \frac{ab}{x} \right) + a + b$$

Chứng minh:
$$x + \frac{ab}{x} \geq 2\sqrt{ab}$$

Suy ra
$$P \geq 2\sqrt{ab} + a + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

Dấu : “=” xảy ra khi và chỉ khi
$$\begin{cases} x = \frac{ab}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{ab} \\ x > 0 \end{cases}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P Là: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{ab}$

ĐỀ 12

Bài 1.

a)
$$Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$$

$$= \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$

b) $x = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2} - 1$ (tmdk)

$$\Rightarrow Q = \frac{3 - 2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} = 2\sqrt{2}$$

c) $Q > 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} > 2 \Leftrightarrow x+1 > 2\sqrt{x} = x - 2\sqrt{x} + 1 = (\sqrt{x}-1)^2 > 0$

(đúng với mọi $x > 0, x \neq 1$)

Bài 2.

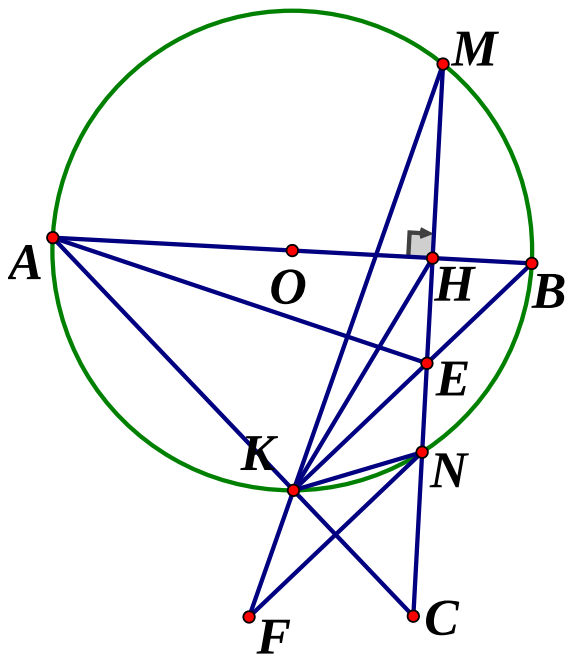
Gọi X là thời gian dự định, Y là quãng đường AB ($x, y > 0$)

Theo bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 35(x+2)=y \\ 50(x-1)=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=350 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy $AB = 350\text{km}$, thời gian dự định: 8 giờ.

Bài 3.



a) Ta có: $\angle AHE = 90^\circ$ ($AB \perp MN$), $\angle AKE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle AHE + \angle AKE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
 $\Rightarrow AHKE$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle CAE$ và $\triangle CHK$ có: $\angle C$ chung, $\angle EAC = \angle EHK$ (cùng chắn \overline{EK})
 Vậy $\triangle CAE \sim \triangle CHK$ (g - g)

c) Do $AM \perp MN \Rightarrow B$ là điểm chính giữa cung $MN \Rightarrow \angle MKB = \angle NKB$ (1)

Lại có: $BK \parallel NF$ (cùng $\perp AC$) $\Rightarrow \angle NKB = \angle KNF$ (2)

$\angle MKB = \angle MFN$ (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle MFN = \angle KNF$

$\Rightarrow \angle KFN = \angle KNF \Rightarrow \triangle KNF$ cân

Bài 4.

$$A = n^4 + 2n^2 + 1 - n^2 = (n^2 + 1)^2 - n^2 = (n^2 + 1 - n)(n^2 + 1 + n)$$

Ta có: $n^2 + n + 1 > 0$, mà $A > 0 \Rightarrow n^2 + 1 - n > 0$ và $n^2 + 1 - n < n^2 + 1 + n$

Để A nguyên tố thì 1 trong 2 ước $n^2 + 1 - n, n^2 + 1 + n$ bằng 1
 $n^2 + 1 - n = 1 \Rightarrow n = 0, n = 1$

$n = 1 \Rightarrow A = 3$ là số nguyên tố

$n = 0 \Rightarrow A = 1$ không phải là số nguyên tố

ĐỀ 13

I. Trắc nghiệm

1C 2D 3C 4A

II. Tự luận

Câu 5.

$$\begin{aligned} a) & \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} \quad (x > 0) \\ &= \frac{\sqrt{x+1} + x}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x}} = \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$b) x = 4(\text{tmdk}) \Rightarrow P = \frac{4 + \sqrt{4} + 1}{\sqrt{4}} = \frac{7}{2}$$

$$c) P = \frac{13}{3} \Leftrightarrow \frac{x + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} = \frac{13}{3} \Rightarrow 3x + 3\sqrt{x} + 3 = 13\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 10\sqrt{x} + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 3 \\ \sqrt{x} = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases} (tm)$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ 9; \frac{1}{9} \right\} \text{ thì } P = \frac{13}{3}$$

Câu 6.

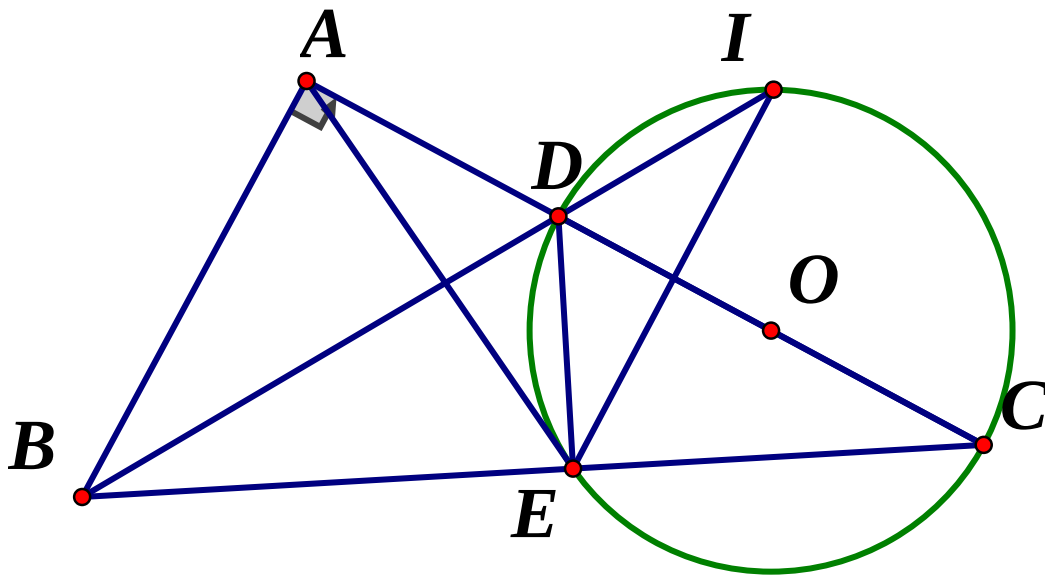
Gọi \overline{ab} là số cần tìm ($a > b > 0, a, b \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ ab = (a + b) \cdot 7 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 5 \\ 3a - 6b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 3 \end{cases} (tm)$$

Vậy số cần tìm là 83.

Câu 7.



- a) Dễ thấy $\angle DEC = 90^\circ, \angle BAC = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle BAC + \angle BEC = 180^\circ \Rightarrow ABED$ là tứ giác nội tiếp
- b) Dễ dàng chứng minh được $AICB$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle B_1 = \angle C_1$
 Tứ giác $ABED$ nội tiếp $\Rightarrow \angle B_1 = \angle E_1$ (2)
 Tứ giác $IDEC$ nội tiếp nên $\angle E_2 = \angle C_1$ (3)
 Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle E_1 = \angle E_2 \Rightarrow ED$ là tia phân giác của $\angle AEI$
- c) Để EA là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD thì $\angle E_1 = \angle C_1$ (1)
 Mà tứ giác $ABED$ nội tiếp nên $\angle E_1 = \angle B_1$ (2)
 Từ (1) và (2) suy ra $\angle C_1 = \angle B_1$ mà $\angle BAD$ chung $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACB$ (g.g)
 $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow AB^2 = AC \cdot AD \Rightarrow AD = \frac{AB^2}{AC}$ (1)
- Theo bài ra ta có: $\tan(\angle ABC) = \frac{AC}{AB} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (2)
- Từ (1) và (2) suy ra $AD = \frac{AB}{\sqrt{2}}$
- Vậy $AD = \frac{AB}{\sqrt{2}}$ thì EA là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD
- Câu 8.** Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} &= \frac{x(2y)}{2(x^2 + y^2)} \leq \frac{x^2 + 4y^2}{4(x^2 + y^2)} = \frac{x^2 + y^2 + 3y^2}{4(x^2 + y^2)} \text{ (bdt cos i)} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{3y^2}{4(x^2 + y^2)} \leq \frac{1}{4} + \frac{3y^2}{4(4y^2 + y^2)} = \frac{1}{4} + \frac{3}{20} = \frac{2}{5} \\ \Rightarrow \text{Max} \frac{1}{M} &= \frac{2}{5} \Leftrightarrow x = 2y \Rightarrow \text{Min} M = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 2y \end{aligned}$$

ĐỀ 14

Bài 1.

$$1) x = 7 + 4\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 + \sqrt{3}$$

$$A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2 + \sqrt{3} + 1}{2 + \sqrt{3} - 2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1$$

$$2) B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) + (1 - \sqrt{x})(\sqrt{x} + 1) - \sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}$$

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1 - x - \sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{-3\sqrt{x} - 3}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{3}{2 - \sqrt{x}}$$

$$3) \frac{B}{A} < -1 \Rightarrow \frac{3}{2 - \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-3}{\sqrt{x} + 1} + \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} < 0$$

$$\Leftrightarrow -2 + \sqrt{x} < 0 \Rightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow 0 \leq x < 4$ thì $P < -1$

Bài 2.

Gọi \overline{ab} là số cần tìm ($0 < a, b < 10, a, b \in \mathbb{N}^*$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} a + b = 9 \\ \overline{ab} = 2\overline{ba} + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 9 \\ 8a - 19b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 2 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy số cần tìm là 72

Bài 3.

$$1) 2x^2 + (2 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$$

Phương trình có dạng $a - b + c = 2 - 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$ nên có hai nghiệm $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

2) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$\frac{1}{2}x^2 + mx - 2 = 0$ (1), $\Delta = m^2 + 4 > 0 \Rightarrow (d)$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Ta có $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1), theo Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 x_2 = -4 \end{cases} \Rightarrow A\left(x_1; \frac{1}{2}x_1^2\right), B\left(x_2; \frac{1}{2}x_2^2\right)$$

$$OA = \sqrt{x_1^2 + \frac{1}{4}x_1^4}, OB = \sqrt{x_2^2 + \frac{1}{4}x_2^4}$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}\sqrt{\left(x_1^2 + \frac{1}{4}x_1^4\right)\left(x_2^2 + \frac{1}{4}x_2^4\right)}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_1 x_2)^2 + x_1^2 \cdot \frac{1}{4}x_2^4 + \frac{1}{4}x_1^4 x_2^2 + \frac{1}{16}(x_1 x_2)^4}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{(x_1 x_2)^2 + \frac{1}{4}x_1^2 x_2^2 (x_1^2 + x_2^2) + \frac{1}{16}(x_1 x_2)^4}$$

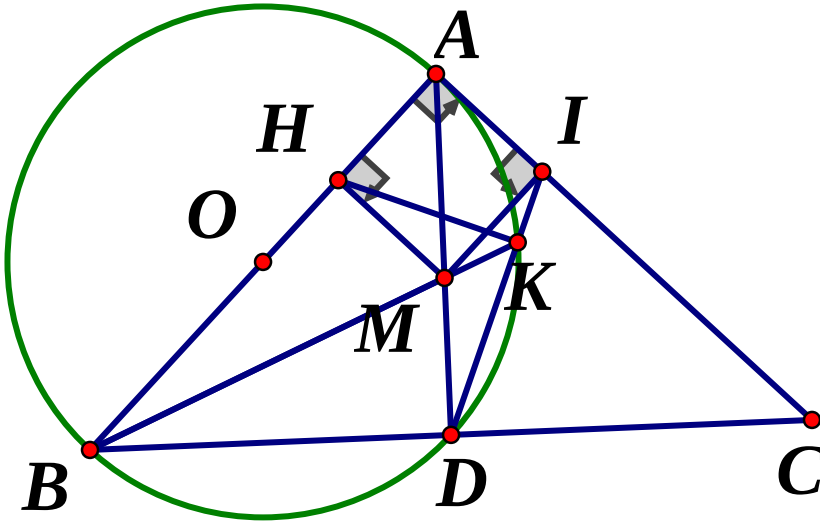
$$= \frac{1}{2}\sqrt{(-4)^2 + \frac{1}{4} \cdot (-4)^2 [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + \frac{1}{16} \cdot (-4)^4}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{16 + 4[(-2m)^2 - 2 \cdot (-4)] + 16}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{4(4m^2 + 8) + 32} = \frac{1}{2}\sqrt{16m^2 + 64} \geq \frac{1}{2} \cdot \sqrt{64} = 4 \Leftrightarrow m = 0$$

Vậy $S_{OAB} = 4 \Leftrightarrow m = 0$

Bài 4.



1) Vì $\angle MDC + \angle MIC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow MDIC$ là tứ giác nội tiếp

2) $MDCI$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MID = \angle MCD(1)$

$\triangle ABC$ vuông cân $\Rightarrow \angle ABD = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ cũng vuông cân

$\Rightarrow \angle BAD = 45^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle DAC = 45^\circ \Rightarrow AD$ là phân giác $\angle BAC$

$\Rightarrow \triangle BAC$ cân tại A có AD phân giác nên cũng là đường trung trực $\Rightarrow MB = MC$

$\Rightarrow \angle MBD = \angle MCD(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\angle MID = \angle MBD = \angle MBC$ (đpcm)

3) Ta có: $HK \perp ID \Rightarrow \angle HAI + \angle IKH = 180^\circ \Rightarrow AHKI$ là tứ giác nội tiếp

Mà $AHMI$ cũng nội tiếp nên A, H, K, M, I thuộc một đường tròn

$\Rightarrow AMKI$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle AMK = 90^\circ - \angle HAM = 45^\circ$

Lại có: $\angle DIC = \angle DMC = \angle BMD$ (MD là trung trực của BC)

$\Rightarrow \angle HMA + \angle HMB + \angle AMK = \angle AMB + \angle BMD + \angle HMA = \angle AMD = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BMK = 180^\circ \Rightarrow B, M, K$ thẳng hàng.

Bài 5.

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} = \frac{a^4}{ab} + \frac{b^4}{bc} + \frac{c^4}{ac}$$

$$\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{ab + bc + ca} \geq \frac{(ab + bc + ca)^2}{ab + bc + ca} = ab + bc + ca$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

ĐỀ 15

Câu 1.

$$1) y = ax^2 \text{ qua } A(-1;1) \Rightarrow a \cdot (-1)^2 = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$2) a) x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$b) x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$c) \frac{1}{x-2} + 1 = \frac{5-x}{x-2} (x \neq 2) \Rightarrow 1+x-2 = 5-x \Leftrightarrow x = 3(tm)$$

Câu 2. Gọi $x(m)$ là chiều dài, $y(m)$ là chiều rộng ($x > 20, y > 0$)

$$\text{Theo bài ta có hệ phương trình } \begin{cases} x - y = 20 \\ 2x + 3y = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài : 60m, chiều rộng : 40m

Câu 3. $1) x^2 - 2mx - 3 = 0$ có $ac < 0 \Rightarrow$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

$$2) \text{ Áp dụng định lý Vi - et : } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases} . \text{ Ta có:}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 10 = 0$$

$$\text{Hay } (2m)^2 - 2 \cdot (-3) - 10 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 = 16 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Câu 4. Ta có phương trình hoành độ giao điểm $(P), (d)$:

$$x^2 - 2(m+3)x + 2m - 2 = 0$$

$$\Delta' = (m+3)^2 - (2m-2) = m^2 + 4m + 7 > 0$$

$\Rightarrow (d)$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt. Áp dụng hệ thức Vi - et ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 6 \\ x_1 x_2 = 2m - 2 \end{cases}$$

Để hai điểm có hoành độ dương

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 6 > 0 \\ 2m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

ĐỀ 16

Câu 1.

$$\begin{aligned}
 a) A &= \left[\frac{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} \right] : \frac{2(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{x+\sqrt{x}+1-x+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{2(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x} \cdot 2(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}
 \end{aligned}$$

$$b) A < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$$

Vậy $0 \leq x < 1$ thì $A < 0$

Câu 2.

Gọi X (ngày), Y (ngày) là số ngày công nhân 1, 2 làm xong ($x, y > 4$)

Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{10}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases} (tm)$$

Vậy người 1: 12 ngày Người 2: 6 ngày.

Câu 3.

$$\Rightarrow (I) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = \frac{20}{7} \end{cases} 1$$

a) Khi $m = 5$

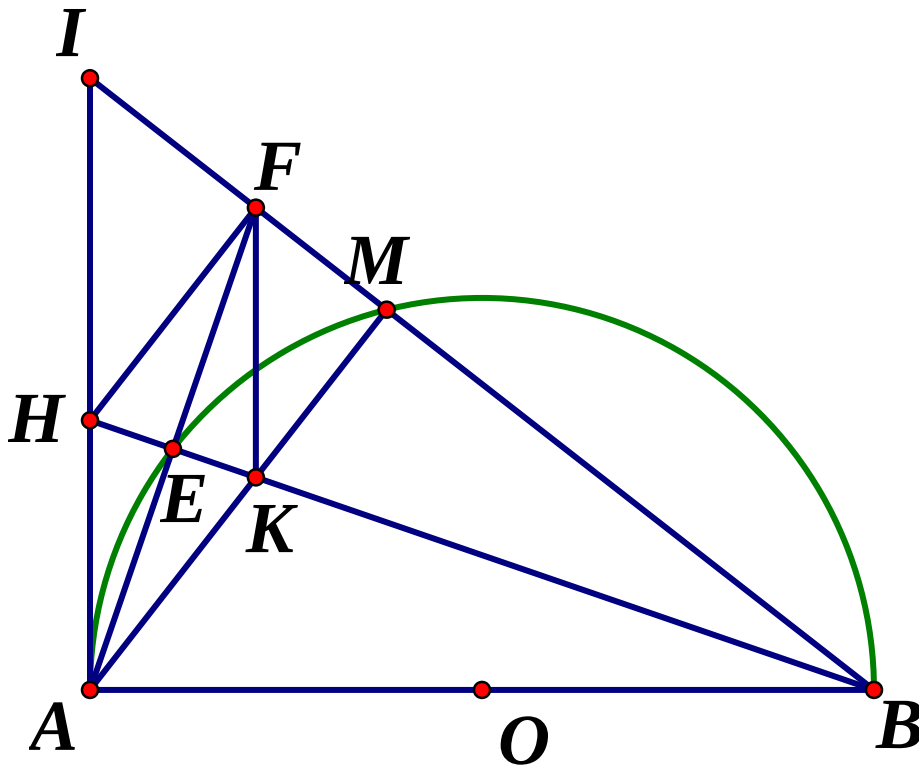
$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{m+2} \\ y = \frac{2m+10}{m+2} \end{cases} (m \neq -2)$$

b)

$$2x + 3y = 12 \Leftrightarrow \frac{6}{m+2} + \frac{6m+30}{m+2} = 12 \Leftrightarrow 12m + 24 = 6m + 36 \Leftrightarrow m = 2 (tm)$$

Vậy $m = 2$ thì thỏa đề

Câu 4.



- 1) Tứ giác $AEMB$ nội tiếp, vì $\angle AEB = \angle AMB = 90^\circ$
 Ax là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow Ax \perp AB$
 $\angle AMB$ là góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn $\Rightarrow \angle AMB = 90^\circ$
 $\triangle ABI$ là tam giác vuông tại A, AM đường cao $\Rightarrow AI^2 = IM \cdot IB$
- 2) $\angle IAF$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn AE
 $\Rightarrow \angle FAM$ là góc nội tiếp chắn EM
 Ta có: AF là phân giác $\angle IAM \Rightarrow \angle IAF = \angle FAM \Rightarrow AE = EM$
 Lại có: $\angle ABH$ và $\angle HBI$ là hai góc nội tiếp lần lượt chắn cung AE, EM nên
 $\angle ABH = \angle HBI \Rightarrow BE$ là đường phân giác $\triangle BAF$
 $\angle AEB$ là góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ$
 $\Rightarrow BE \perp AF \Rightarrow BE$ là đường cao $\triangle BAF$
 $\Leftrightarrow \triangle BAF$ cân tại B (vì BE vừa là đường cao, vừa là đường phân giác)
- 3) $\triangle BAF$ cân tại B, BF là đường cao $\Rightarrow BE$ là đường trung trực của AF
 $H, K \in BE \Rightarrow AK = KF, AH = HF$ (1)

AF là tia phân giác $\angle IAM \Rightarrow BE \perp AF \Rightarrow \Delta AHK$ có AE vừa là đường cao, vừa là đường phân giác $\Rightarrow \Delta AHK$ cân tại $A \Rightarrow AH = AK$ (2)
 Từ (1) và (2) suy ra $AK = KF = AH = HF \Rightarrow AKFH$ là hình thoi

Câu 5.

$$P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1 \begin{cases} a \geq 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$$

Biểu thức

$$3P = 3a - 6\sqrt{ab} + 9b - 6\sqrt{a} + 3$$

$$\Rightarrow 3P = a - 6\sqrt{ab} + 9b + 2a - 6\sqrt{a} + 3$$

$$P = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2 + 2\left(\sqrt{a} - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \geq \frac{-3}{2}$$

$$\text{Vậy } \text{Min} P = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow a = \frac{9}{4}; b = \frac{1}{4}$$

ĐỀ 17

Câu 1.

$$1) x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8 \end{cases}$$

$$2) x^2 - 2x\sqrt{2} + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$$

$$3) 3x^2 - 10x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$4) 2x^2 - 2x + 1 = 0 \text{ co' } \Delta' = -1 < 0 \Rightarrow \text{PTVN}$$

Câu 2.

$$x^2 - 6x + 2m - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (-3)^2 - (2m - 1) = 10 - 2m$$

$$1) \text{ Để phương trình có nghiệm kép } \Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 5 \Rightarrow x = -3$$

$$\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 2m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$$

$$2) \text{ Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu}$$

$$3) (1) \text{ có nghiệm } x_1 = 2 \Rightarrow x_2 = 6 - 2 = 4$$

$$4) (1) \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow 10 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 5$$

$$|x_1 - x_2| = 4 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$$

$$\Leftrightarrow 6^2 - 4(2m - 1) = 16 \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 3.

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $x^2 - 2mx - 1 = 0(*)$

$\Delta' = m^2 + 1 > 0 \Rightarrow (1)$ luôn có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Theo hệ thức Vi - et : } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$$

Vì x_1 là nghiệm phương trình $(*) \Rightarrow x_1^2 - 2mx_1 - 1 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = 2mx_1 + 1$

$$\text{Xét } \sqrt{x_1^2 + 2mx_1 + 3} = \sqrt{2m(x_1 + x_2) + 4}$$

$$= \sqrt{2m \cdot 2m + 4} = \sqrt{4m^2 + 4} (1)$$

$$\text{Xét } |x_1| + |x_2| = \sqrt{(|x_1| + |x_2|)^2} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 2|x_1 x_2|}$$

$$= \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2|x_1 x_2|} = \sqrt{4m^2 + 4} (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow A = \sqrt{4m^2 + 4} - \sqrt{4m^2 + 4} = 0$$

ĐỀ 18

Câu 1.

$$1) \angle A = 60^\circ \Rightarrow sd \widehat{BC} = 120^\circ \Rightarrow \angle BOC = 120^\circ$$

$$\angle B = 70^\circ \Rightarrow sd \widehat{AC} = 140^\circ \Rightarrow \angle COA = 140^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOB = 360^\circ - (120^\circ + 140^\circ) = 100^\circ$$

$$2) \forall i \ 140^\circ > 120^\circ > 100^\circ \Rightarrow sd \widehat{AC} > sd \widehat{BC} > sd \widehat{AB} \Rightarrow AC > BC > AB$$

$$3) sd \widehat{BC} = 120^\circ \Rightarrow BC = R\sqrt{3}$$

Câu 2.

Mà $\angle A_1 = \angle C_1; \angle DAC = \angle DAB$ (phân giác)
 $\Rightarrow \angle SDA = \angle SAD \Rightarrow \Delta SAD$ cân tại S

$$\Rightarrow SA = SD \Rightarrow SD^2 = SB \cdot SC$$

d) Tứ giác $EABC$ nội tiếp nên $\angle AEB = \angle C_1 = \angle A_1$ (cùng nhìn cung AB)

Mà $\angle AEB = \angle ABE$ (ΔABE cân) $\Rightarrow \angle ABE = \angle A_1$ mà 2 góc ở vị trí so le trong

Nên $BE \parallel SA$ mà $OA \perp SA$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow AO \perp BE$ (đpcm)

ĐỀ 19

Bài 1.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d)

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ (P), (d) là (2;4), (-1;1)

Bài 3.

Gọi $x(km)$ là quãng đường AB , $y(km/h)$ là vận tốc dự định ($x, y > 0$)

$$1h24' = \frac{7}{5}h \text{ . Theo bài ta có:}$$

$$(y + 10) \left(\frac{x}{y} - \frac{7}{5} \right) = x \Leftrightarrow x + 10 \frac{x}{y} - \frac{7}{5}y - 14 = x \Leftrightarrow 10 \frac{x}{y} - \frac{7}{5}y = 14 \quad (1)$$

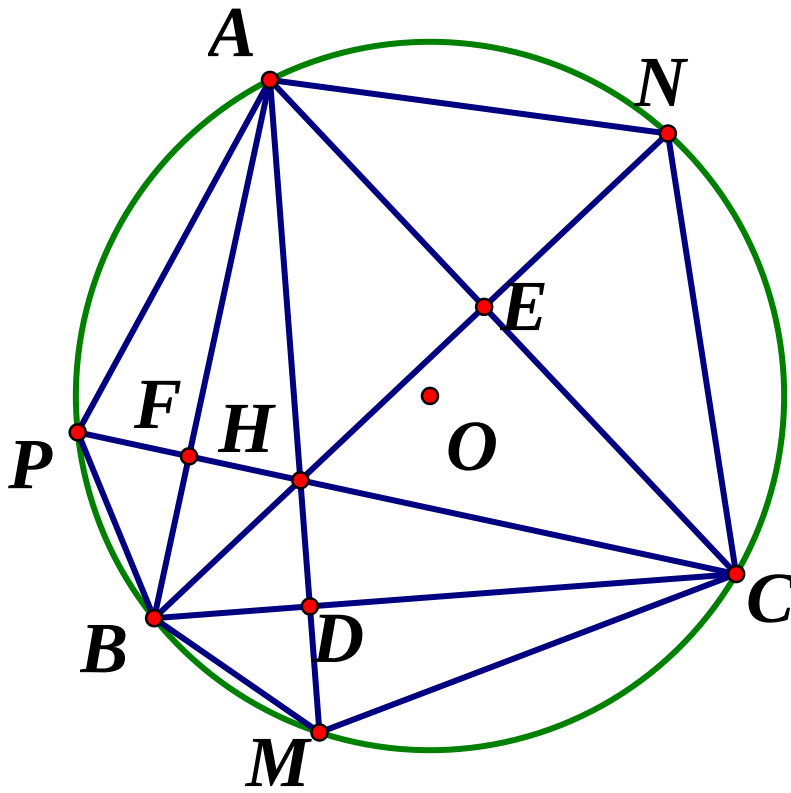
$$(y - 5) \left(\frac{x}{y} + 1 \right) = x \Leftrightarrow x - 5 \frac{x}{y} + y - 5 = 0 \Leftrightarrow -5 \frac{x}{y} + y = 5 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 10 \frac{x}{y} - \frac{7}{5}y = 14 \\ -5 \frac{x}{y} + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 280 \\ y = 40 \end{cases} (tm)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ :

Vậy $AB = 280km$, vận tốc dự định: $40km/h$

Bài 4.



a) Xét tứ giác $CEHD$ có:
 $\angle CEH = 90^\circ$ (BE là đường cao), $\angle CDH = 90^\circ$ (AD là đường cao)
 $\Rightarrow \angle CEH + \angle CDH = 180^\circ \Rightarrow CEHD$ là tứ giác nội tiếp
 BE là đường cao nên $\angle BEC = 90^\circ$
 CF là đường cao $\Rightarrow \angle BFC = 90^\circ$
 Mà $\angle BEC, \angle BFC$ cùng nhìn BC dưới 1 góc $90^\circ \Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp

b) *) Xét $\triangle AEH$ và $\triangle ADC$ có:
 $\angle AEH = \angle ADC = 90^\circ, \angle A$ chung $\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle ADC (g.g)$
 $\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AE.AC = AH.AD$

*) Xét 2 tam giác BEC và ADC có:
 $\angle BEC = \angle ADC = 90^\circ, \angle C$ chung
 $\Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle ADC (g.g) \Rightarrow \frac{BE}{AD} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AD.BC = BE.AC$

c) Ta có: $\angle C_1 = \angle A_1$ (cùng phụ với $\angle ABC$)
 $\angle C_2 = \angle A_1$ (cùng chắn cung BM), $\angle C_1 = \angle C_2 \Rightarrow CB$ là tia phân giác của $\angle HCM$

Lại có : $CB \perp HM \Rightarrow \Delta CHM$ cân tại C

$\Rightarrow CB$ cũng là đường trung trực của $HM \Rightarrow H, M$ đối xứng qua BC

Bài 5.

$$(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$$

$$\text{Có } \Delta' = (m+1)^2 - (m-1)(m-2) = m^2 + 2m + 1 - m^2 + 3m - 2 = 5m - 1$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 5m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{5}$$

ĐỀ 20

Câu I.

$$a) x = 16(\text{tmdk}) \Rightarrow Q = \frac{3 - \sqrt{16}}{\sqrt{16} + 2} + 1 = \frac{5}{6}$$

$$b) P = \frac{x + 12 + \sqrt{x} - 2 - 4(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2}$$

$$c) \frac{Q}{P} = 1 \Leftrightarrow Q = P \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{5}{6} \Rightarrow 6\sqrt{x} - 6 = 5\sqrt{x} + 10 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 166 \Rightarrow x = 256(\text{tm})$$

Câu II.

$$a) x^2 - 3x - 7 = 0 \text{ có } \Delta = 37 \text{ nên phương trình có hai nghiệm : } x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$b) 4x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$c) 2x^2 - 5x + 7 = 0 \text{ có } \Delta = -31 < 0 \Rightarrow \text{phương trình vô nghiệm.}$$

$$d) \begin{cases} x^2 + x(y - 3) + 2 - y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x(y - 3) + 3 - y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1) + (y - 3)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 1 + y - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - x \end{cases}$$

b) Theo tính chất tiếp tuyến, $KA = KM$, KO là phân giác của $\angle AKM \Rightarrow KO \perp AM$ tại I. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông vào $\triangle AOK$

$$\Rightarrow OI \cdot OK = OA^2$$

c) H là trực tâm của $\triangle KMA \Rightarrow AH \perp KM, MH \perp KA$
 $\Rightarrow AH \parallel OM, MH \parallel OA \Rightarrow AOMH$ là hình bình hành

Nên $AH = OM = R \Rightarrow H \in (A; R)$

ĐỀ 21

I. Trắc nghiệm

1A 2B 3C 4C

II. Tự luận

Câu 5.

a) Với $a = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

b) Để hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{a}{1} \neq \frac{a}{a} \Leftrightarrow a \neq 1$

Câu 6.

Gọi $x(m)$ là chiều dài, $y(m)$ là chiều rộng ($0 < y < x < 40$)

Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ (x + 3)(y + 5) = xy + 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 40 \\ 5x + 3y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài : $30m$, chiều rộng: $10m$

Câu 7.

$$\begin{cases} (x + y)(x + y + z) = 72 \\ (y + z)(x + y + z) = 120 \\ (z + x)(x + y + z) = 96 \end{cases}$$

Cộng vế theo vế 3 phương trình ta được :

$$2(x + y + z)^2 = 288 \Leftrightarrow |x + y + z| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z = 12 \\ x + y + z = -12 \end{cases}$$

*) $x + y + z = 12 \Rightarrow x = 2, y = 4, z = 6$

*) $x + y + z = -12 \Rightarrow x = -2, y = -4, z = -6$

Vậy $(x; y; z) = \{(2; 4; 6), (-2; -4; -6)\}$

ĐỀ 22**Câu 1.**

$$1) VT = \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1 = 2\sqrt{2} = VP(dfcm)$$

$$2) 2x + 2016 < 0 \Leftrightarrow 2x < -2016 \Leftrightarrow x < -1008$$

Câu 2.

a) Khi $m=2$, hệ phương trình thành
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

b) Ta có: $\frac{m}{1} \neq \frac{-1}{m} \Leftrightarrow m^2 \neq -1$ (luôn đúng). Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất

c)
$$\begin{cases} mx - y = m + 1 \\ x + my = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 1 = m(x - 1) \\ y - 2 = \frac{-x}{m} \end{cases}$$

$$A = (y+1)(y-2) + x(x-1) = m(x-1) \cdot \frac{-x}{m} + x(x-1)$$

$$= -x(x-1) + x(x-1) = 0$$

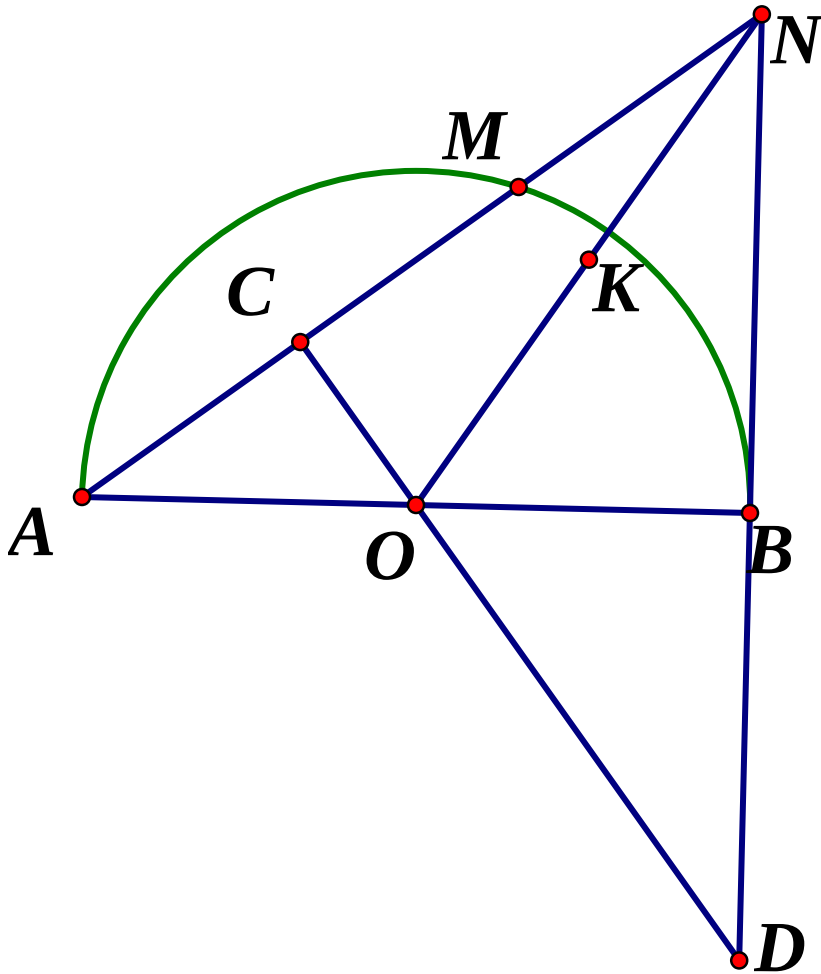
Vậy $A=0$, không phụ thuộc vào m

Câu 3. Gọi $x(km/h)$ là vận tốc xe A, y là vận tốc xe B ($x > 0, y > 0$), Nên ta có hệ

$$\begin{cases} 2(x+y) = 150 \\ x+5 = 2(y-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 75 \\ x-2y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 55 \\ y = 20 \end{cases} (tm)$$

Vậy vận tốc xe A: $55km/h$, vận tốc xe B: $20km/h$

Câu 4.



- a) Ta có: $\angle OCN + \angle OBN = 180^\circ \Rightarrow OBNC$ là tứ giác nội tiếp
 b) $\triangle AND$ có hai đường cao cắt nhau tại O nên O là trực tâm $\Rightarrow NO \perp AD$

c) $\triangle CAO \sim \triangle CDN \Rightarrow \frac{CA}{CD} = \frac{CO}{CN} \Rightarrow CA \cdot CN = CO \cdot CD$

- d) Ta có: $2AM + AN \geq 2\sqrt{2AM \cdot AN}$ (Co - si)

Ta chứng minh được: $AM \cdot AN = AB^2 = 4R^2$ (1)

$$\Rightarrow 2AM + AN = 2\sqrt{2 \cdot 4R^2} = 4R\sqrt{2}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2AM = AN \Leftrightarrow AM = \frac{AN}{2}$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AM = R\sqrt{2}$

$\Rightarrow \triangle AOM$ vuông tại O nên M là điểm chính giữa cung AB

Câu 5. Ta có:

$$P = \frac{a}{\sqrt{(b+1)(b^2-b+1)}} + \frac{b}{\sqrt{(c+1)(c^2-c+1)}} + \frac{c}{\sqrt{(a+1)(a^2-a+1)}}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$P \geq \frac{2a}{(b+1)+(b^2-b+1)} + \frac{2b}{(c+1)+(c^2-c+1)} + \frac{2c}{(a+1)+(a^2-a+1)}$$

$$P \geq \frac{2a}{b^2+2} + \frac{2b}{c^2+2} + \frac{2c}{a^2+2}$$

$$\Rightarrow P \geq a - \frac{ab^2}{b^2+2} + b - \frac{bc^2}{c^2+2} + c - \frac{ca^2}{a^2+2}$$

$$\Rightarrow 6 - P \leq \frac{2ab^2}{b^2+b^2+4} + \frac{2bc^2}{c^2+c^2+4} + \frac{2ca^2}{a^2+a^2+4}$$

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có:

$$6 - P \leq \frac{2ab^2}{3\sqrt[3]{4b^4}} + \frac{2bc^2}{3\sqrt[3]{4c^2}} + \frac{2ca^2}{3\sqrt[3]{4a^4}} = \frac{1}{3} (a^3\sqrt[3]{2bb} + b^3\sqrt[3]{2cc} + c^3\sqrt[3]{2aa})$$

$$\Leftrightarrow 6 - P \leq \frac{2(a+b+c)}{9} + \frac{2(ab+bc+ca)}{9}$$

$$\leq \frac{2(a+b+c)}{9} + \frac{2(a+b+c)^2}{27} = 4$$

Vậy $\text{Min}P = 2 \Leftrightarrow a = b = c = 2$

ĐỀ 23

Câu 1: Nghiệm tổng quát.

$$1) 3x+y=5 \Rightarrow x=t; y=5-3t (t \in R)$$

$$2) 7x+0y=21 \Rightarrow x=3; y=t (t \in R)$$

Câu 2:

$$1) \begin{cases} 5x+2y=12 \\ 2x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14 \\ 2x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2 \cdot 2 - 2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; 2)$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 2y = 10 \\ 6x^2 + 9y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 44 \\ 3x^2 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ 3x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $(x, y) = \left\{ (\sqrt{3}; 4); (-\sqrt{3}; 4) \right\}$

Câu 3 : Để hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ nhận $(1; -2)$ làm nghiệm thì.

$$\begin{cases} 2 - 2b = -4 \\ b + 2a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -4 \end{cases} \text{ Vậy } a = -4; b = 3$$

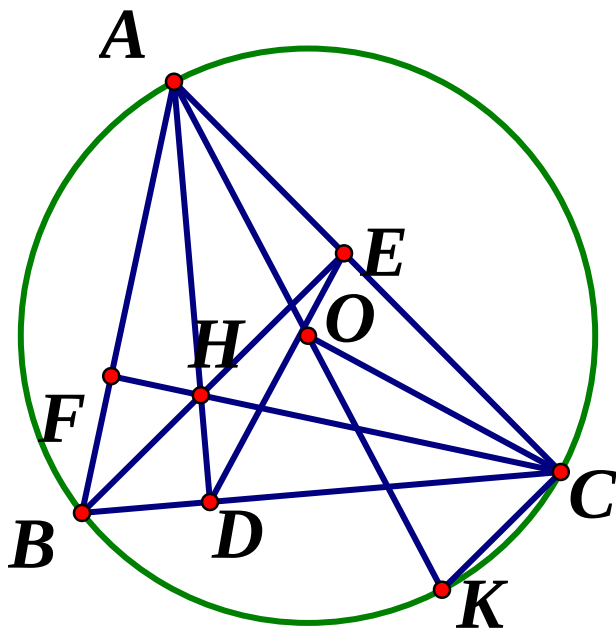
Câu 4 : Gọi x, y (chiếc) lần lượt là số áo của tổ thứ nhất và tổ thứ hai một ngày may

được ($x, y \in \mathbb{N}^*$) Theo đề bài ta có hệ: $\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 170 \\ y = 160 \end{cases}$

Vậy 1 ngày, tổ I: 170 chiếc áo

Tổ II: 160 chiếc áo

Câu 5 :



1) Ta có $\angle AEH = \angle AFH = 90^\circ$, do đó $\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ$
 $\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow E, D$ cùng nhìn cạnh AB dưới một góc vuông $\Rightarrow AEDB$ Là tứ giác nội tiếp.

2) Ta có $\angle ACK = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn)
 Xét $\triangle ADB$ VÀ $\triangle ACK$ đều vậy có: $\angle ADB = \angle ACK$ (Cùng chắn

$$\widehat{AC}) \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACK (g - g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AK \cdot AD$$

$$\Rightarrow AB \cdot AC = 2R \cdot AD$$

3) Vẽ tiếp tuyến xy tại C của (O) Ta có $OC \perp Cx(1)$
 Mặt khác $AEDB$ nội tiếp $\Rightarrow \angle ABC = \angle DEC$ mà $\angle ABC = \angle ACx$
 $\Rightarrow \angle ACx = \angle DEC \Rightarrow Cx // DE(2)$ từ (1) và (2) $\Rightarrow OC \perp DE$

ĐỀ 25

Phần I : Trắc nghiệm:

1D 2C 3A,C 4A 5B 6D 7C 8B,D

Phần II : Tự luận.

$$a) x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac$$

$$= 1^2 - 1 \cdot (-3) = 4$$

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1 + 2}{1} = 1 \quad x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{-1 - 2}{1} = -3$$

Bài 1 :

Vậy phương trình có nghiệm là: $x_1 = 1; x_2 = -3$

$$b) \Delta = b^2 - 4ac = (-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$$

vì $\Delta \geq 0$ nên phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .

c) Vì phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ có nghiệm $x = 3$ nên ta có:

$$3^2 - m \cdot 3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 4 \text{ với } m=4 \text{ ta có phương trình } x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta' = b'^2 - ac = (-2)^2 - 1 \cdot (3) = 1$$

$$x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2 + 1}{1} = 3, x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{2 - 1}{1} = 1$$

Vậy với $m=4$ phương trình có nghiệm : $x_1 = 3; x_2 = 1$

Bài 2:

a) Tự vẽ *parabol*. Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là đường *parabol* có đỉnh là gốc tọa độ O , nhận trục tung làm trục đối xứng, nằm phía trên trục hoành vì $a > 0$

$$b) \text{ Vì } C(-2; m) \in \text{parabol}(P) \text{ nên ta có } m = \frac{1}{2}(-2)^2 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì điểm $C(-2; 2) \in \text{parabol}(P)$

c) Hoành độ giao điểm của *parabol*(P) và đường thẳng $y = x - 0,5$ là nghiệm của

$$\frac{1}{2}x^2 = x - 0,5 \Leftrightarrow x^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

phương trình: $\Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thay $x = 1$ vào $y = x - 0,5$ ta được $y = 0,5$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; 0,5)$

Bài 3: a) Trong (O) có $\widehat{EA} = \widehat{EB}$ (gt) nên số $\widehat{EA} = \widehat{EB} = 180^\circ : 2 = 90^\circ$

$\angle CAB = \frac{1}{2} \widehat{EB} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$ ($\angle CAB$ Là góc nội tiếp chắn cung CB)

Tam giác ABE có $\angle ABE = 90^\circ$ (Tính chất tiếp tuyến)

$\angle CAB = \angle E = 45^\circ$ nên tam giác ABE vuông cân tại B

b) $\triangle ABF$ và $\triangle DBE$ là hai tam giác vuông ($\angle ABE = 90^\circ$ Theo CM trên)

$\angle ADB = 90^\circ$ Do là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\angle BDF = 90^\circ$ có chung góc AFB

Do đó $\triangle ABF \sim \triangle BDF \Rightarrow \frac{FA}{FB} = \frac{FB}{FD}$ hay $FB^2 = FD \cdot FA$

c) Trong (O) có $\angle CAD = \frac{1}{2} \widehat{EA} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$

$\angle CDE + \angle CDA = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Do đó $\angle CDF = 180^\circ - \angle CDA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

Tứ giác $CDEF$ có $\angle CDE + \angle CEF = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $CDEF$ nội tiếp.

Bài 4: Ta có: $xy = 2 + x^2 \geq 2$ nên $xy \neq 0$ và $y = \frac{2 + x^2}{x}$ Thay giá trị này vào pt thứ I

Ta có: $|x^2 - 2| = 8 - \left(\frac{2 + x^2}{x}\right)^2$

Do $|x^2 - 2| \geq 0$ nên $8 - \left(\frac{2 + x^2}{x}\right)^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow (2 + x^2)^2 \leq 8x^2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 \leq 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 \leq 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - 2)^2 = 0$ vì $(x^2 - 2)^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}; x = -\sqrt{2}$

Nếu $x_1 = \sqrt{2}$ thì $y_1 = 2\sqrt{2}$ nếu $x_2 = -\sqrt{2}$ thì $y_2 = -2\sqrt{2}$
 Vậy hệ có hai nghiệm $(x; y)$ là $(\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), (-\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$

ĐỀ 26

I. Trắc nghiệm: 1B 2C 3A 4B 5D 6C

II. Tự luận:

Câu 1 : a) Với $x \geq 0, x \neq 1$ thì biểu thức:

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{\sqrt{x} + x}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right) \left(\frac{\sqrt{x} - x}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right) \\ &= \left[\frac{\sqrt{x(1+\sqrt{x})}}{\sqrt{x} + 1} + 1 \right] \left[\frac{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x} - 1} + 1 \right] \\ &= (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) \\ &= 1 - x \end{aligned}$$

b) Với $x = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = |\sqrt{3} - 1| = \sqrt{3} - 1$

Thì biểu thức $P = 1 - (\sqrt{3} - 1) = 1 - \sqrt{3} + 1 = 2 - \sqrt{3}$

Câu 2 :
$$\begin{cases} (x+3)(y-1) = xy + 2 \\ (x-1)(y+3) = xy - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - x + 3y - 3 = xy + 2 \\ xy + 3x - y - 3 = xy - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

HS Tìm đúng $x=1; y=2$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

Câu 3 : a) Với $m = -2$ thì phương trình đã cho trở thành:

$$x^2 - 2(-2 - 1)x + (-2)^2 - 2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x+6) = 0$$

$$b) x^2 - 2(m-1)x + m^2 + m - 2 = 0$$

HStìm được $\Delta' = -3m + 3$

Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $\Delta' > 0 \Rightarrow m < 1$

Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho nên theo hệ thức vi-et ta có:

$$x_1 + x_2 = 2(m-1) \quad \text{và} \quad x_1 \cdot x_2 = m^2 + m - 2$$

$$\text{Theo bài ra: } x_1^2 + x_2^2 = 8 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 8$$

$$\text{Suy ra } [2(m-1)]^2 - 2(m^2 + m - 2) = 8$$

$$\text{Suy ra } 2m^2 - 10m = 0$$

Giải phương trình tìm được $m = 0$ và $m = 5$

Đối chiếu với điều kiện $m < 1$ ta thấy $m = 5$ không thỏa mãn. Vậy $m = 0$ phương trình

đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 = 8$

Câu 4 : a) Vì $MI \perp AB(gt) \Rightarrow \angle BIM = 90^\circ$

$$\text{VÌ } MH \perp BC(gt) \Rightarrow \angle BHM = 90^\circ$$

$$\text{Ta có } \angle BIM + \angle BHM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Suy ra tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°)

b) Vì tứ giác $BIMH$ Nội tiếp (cmt). suy ra $\angle MIH = \angle MBH$ (1)

Trong đường tròn (O) có $\angle MBH = \angle MCK$ (Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng góc nội tiếp cùng chắn một cung) (2).

Chứng minh tương tự câu a ta có tứ giác $CKMH$ nội tiếp. $\Rightarrow \angle MCK = \angle MHK$ (3)

$$\text{Từ (1), (2) và (3) } \Rightarrow \angle MIH = \angle MHK \text{ (4)}$$

Chứng minh tương tự ta có: $\angle MKH = \angle MHI$ (5)

$$\text{Từ (4) và (5) } \Rightarrow \triangle MIH \sim \triangle MHK (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{MH}{MK} = \frac{MI}{MH} \text{ hay } MH^2 = MI \cdot MK \text{ (đpcm)}$$

c) Chứng minh: $\angle MHK = \angle MCK = \angle MBC$

Chứng minh: $\angle IHM = \angle IBM = \angle MCB$

$$\text{Suy ra } \angle MHK + \angle IHM = \angle MBC + \angle MCB$$

$$\text{Suy ra: } \angle BMC + \angle MHK + \angle IHM = \angle BMC + \angle MBC + \angle MCB = 180^\circ \text{ (Tổng 3Góc}$$

trong tam giác MBC) Hay $\angle PMQ + \angle PHQ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác $MPHQ$ nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°)

$$P = \left(x + \frac{ab}{x} \right) + a + b$$

Câu 5 :

$$\text{Chứng minh: } x + \frac{ab}{x} \geq 2\sqrt{ab}$$

$$P \geq 2\sqrt{ab} + a + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

Suy ra

$$\begin{cases} x = \frac{ab}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{ab} \\ x > 0 \end{cases}$$

Dấu : “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P Là: } (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{ab}$$

ĐỀ 28

Bài 1.

$$a) \frac{45}{x+6} - \frac{18}{x} = 1 \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -6 \end{cases} \Rightarrow 45x - 18x - 108 = x^2 + 6x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 21x + 108 = 0 \begin{cases} x = 12 \\ x = 9 \end{cases} (tm)$$

$$b) x^4 - 7x^2 = 8 \Leftrightarrow (x^2)^2 - 7x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \\ x^2 = -1 (ktm) \end{cases}$$

Bài 2.

$$a) x^2 - 2x + m = 0 \Delta' = 1 - m$$

Để phương trình có hai nghiệm : $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 1$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases} \Rightarrow 2 - 2m = 5 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} (tm)$$

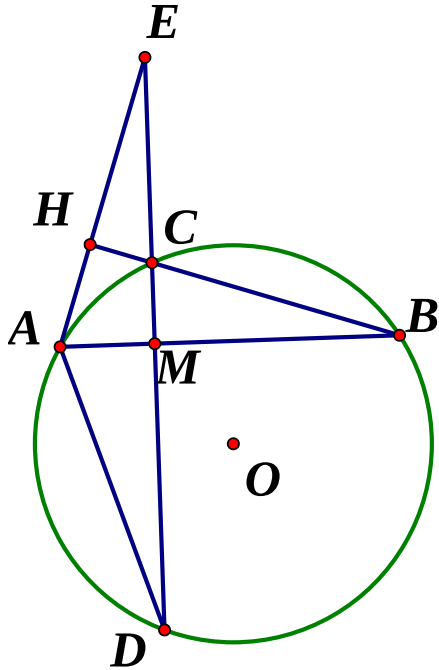
b) Khi đó áp dụng Vi et :

Bài 3. Gọi $x(cm)$ là chiều dài ($x > 8$) \Rightarrow chiều rộng : $x - 8$

$$\Rightarrow x(x - 8) = 48 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -4 (ktm) \end{cases}$$

Vậy độ dài hai cạnh là $12cm, 4cm$

Bài 4.



- a) Xét tứ giác $AHCM$ có $\angle AHC = \angle AMC = 90^\circ \Rightarrow \angle AHC + \angle AMC = 180^\circ$
 $\Rightarrow AHCM$ là tứ giác nội tiếp
- b) Ta có: $\angle MAH = \angle HCE$ (cùng phụ $\angle AEC$) mà $\angle HCE = \angle MCB$ (đối đỉnh)
 $\Rightarrow \angle MAH = \angle MCB$
- c) $\angle HAM = \angle MCB$ (cmt) mà $\angle HAM = \angle MAD$
 $\Rightarrow \triangle ADE$ có AM vừa là đường cao, vừa là đường phân giác
 $\Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A

ĐỀ 30

Bài 1. $x^2 - 11x + 3 = 0$

$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 109 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

a) $x_1 + x_2 = 11$ b) $x_1 x_2 = 3$ c) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 115$

Bài 2.

$$a) \frac{5x+7}{x-2} - \frac{2x+21}{x+2} = \frac{26}{3} (x \neq \pm 2)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(5x+7)(x+2) - (2x+21)(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{26}{3}$$

$$\Rightarrow 3(3x^2 + 56) = 26(x^2 - 4) \Leftrightarrow 17x^2 = 272$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

$$b) x^4 - 3 = 2x^2 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \\ x^2 = -1 (ktm) \end{cases}$$

Bài 3.

Gọi a là vận tốc người I ($a > 6$) $\Leftrightarrow a - 6$ là vận tốc người II. $40' = \frac{2}{3}h$

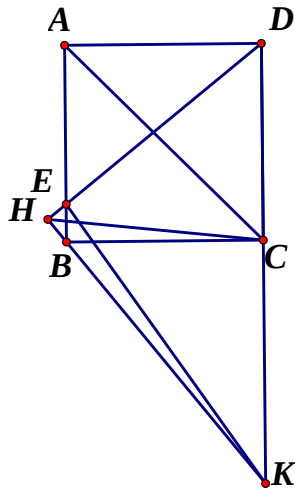
Ta có phương trình:

$$\frac{120}{a-6} - \frac{120}{a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow (120a - 120a + 720).3 = 2(a^2 - 6a)$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 12a - 2160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 36(tm) \\ a = -30(ktm) \end{cases}$$

Vận vận tốc người thứ nhất: $36km/h$, vận tốc người thứ hai: $30km/h$

Bài 4.



a) Ta có: $\angle DHB + \angle DCB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BHDC$ là tứ giác nội tiếp

A2) $CAHK$ nội tiếp

b) $\Rightarrow \angle CHK = 45^\circ$

c) Vì $AE \parallel CK \Rightarrow AECK$ là hình thang

ĐỀ 32**Bài I.**

1B 2D 3.1- c, 2- c, 3- a, 4- d

Bài II.

a) Học sinh tự vẽ

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$\frac{1}{4}x^2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = 1$$

Vậy tọa độ hai đồ thị là (2;1)

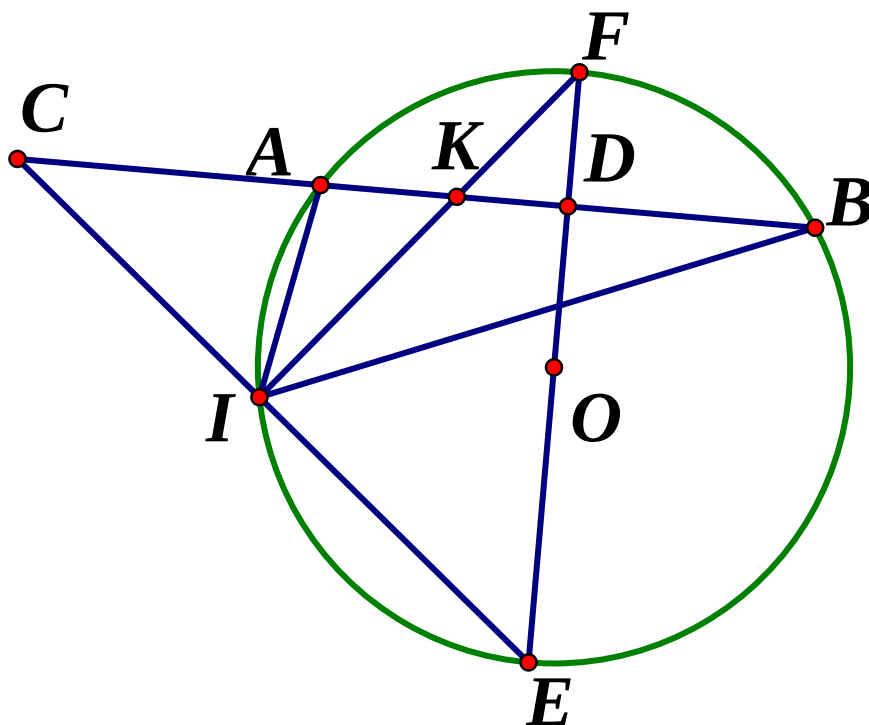
Bài III.

Gọi $x(km)$ là quãng đường AB , $y(km)$ là quãng đường BC ($x, y > 0$)

$$4h45' = \frac{19}{4}$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} x - y = 15 \\ \frac{x}{40} + \frac{y}{30} = \frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 90 \\ y = 75 \end{cases} (tm)$$

Vậy $AB = 90km$, $BC = 75km$

Bài IV.

a) Xét ΔAOB có: $\begin{cases} AO = OB \\ AD = DB \end{cases} \Rightarrow OD \perp AB \Rightarrow \angle ADO = \angle KDE = 90^\circ$

$I = CE \cap (O) \Rightarrow \angle IEF = 90^\circ$ (EF là đường kính)
 $\Rightarrow \angle IEF + \angle KDE = 180^\circ \Rightarrow IKDE$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có: $\Delta AOD = \Delta BOD$ (c.c.c) $\Rightarrow \angle O_1 = \angle O_2$
 $\Rightarrow sd \overline{AF} = sd \overline{FB} \Rightarrow \angle I_1 = \angle I_2 \Rightarrow IF$ là phân giác của $\angle AIB$

Ta có: $\angle CIA + \angle I_1 = 90^\circ \Rightarrow \angle I_3 + \angle I_2 = 90^\circ$ mà $\angle I_1 = \angle I_2 \Rightarrow \angle CIA = \angle I_2$
 $\Rightarrow IC$ là phân giác ngoài của ΔIAB

Vì IC là phân giác ngoài của $\angle AIB \Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{IA}{IB}$ (1)

Vì IK là phân giác trong của $\angle AIB \Rightarrow \frac{AK}{KB} = \frac{IA}{IB}$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow \frac{CA}{CB} = \frac{AK}{KB} \Rightarrow CA \cdot KB = CB \cdot AK$

Từ c) Xét ΔCIK và ΔCDE có: $\angle ECD$ chung, $\angle CIK = \angle CDE = 90^\circ$
 $\Rightarrow \Delta CIK \sim \Delta CDE$ (g.g) $\Leftrightarrow \frac{CI}{CD} = \frac{CK}{CE} \Rightarrow CI \cdot CE = CD \cdot CK$ (3)

Xét ΔCAE và ΔCIB có:
 $\angle ICA$ chung, $\angle E_1 = \angle B_1$ (cùng nhìn cung IA)
 $\Rightarrow \Delta CAE \sim \Delta CIB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CI}{CA} = \frac{CB}{CE} \Rightarrow CI \cdot CE = CB \cdot CA$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $CA \cdot CB = CK \cdot CD$

ĐỀ 33

Bài I.

1A 2B 3A 4D

Bài II.

$$\begin{cases} x - 5y = 3 \\ 2x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{37}{9} \\ y = \frac{2}{9} \end{cases}$$

a) Khi $a \neq 1$ hệ phương trình thành

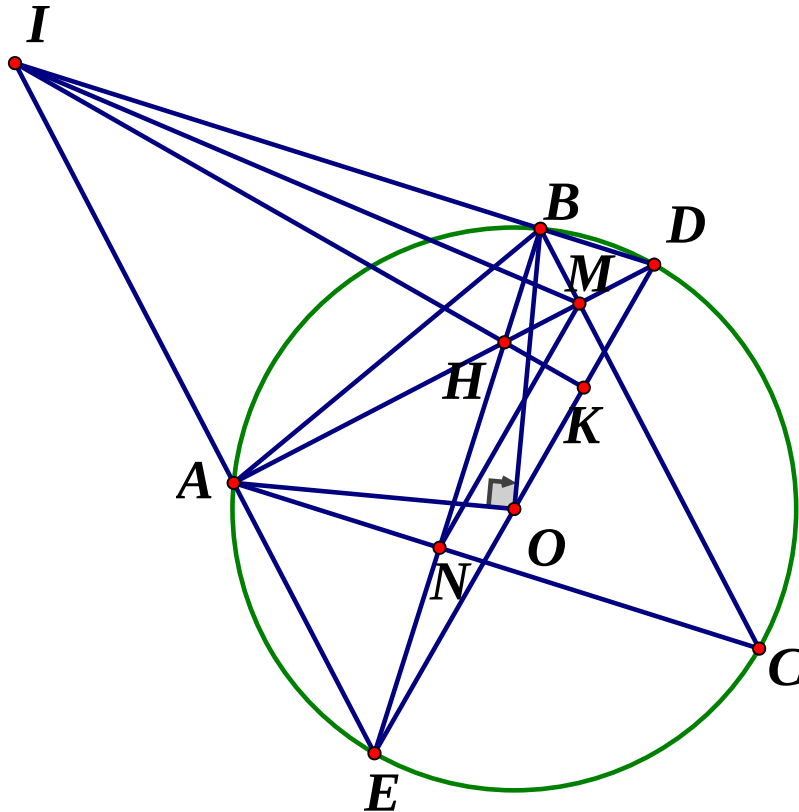
b) Để hệ có nghiệm duy nhất thì $\frac{a}{2} \neq \frac{5}{a} \Leftrightarrow a \neq \pm\sqrt{10}$

Bài III.

Gọi $x(m)$ là chiều dài, $y(m)$ là chiều rộng ($0 < y < x < 65$)

Theo bài ta có hệ:
$$\begin{cases} x + y = 65 \\ 2x - 3y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 \\ y = 19 \end{cases} (tm) \Rightarrow S = 874(m^2)$$

Bài IV.



$$\angle ACB = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AB} = 45^\circ$$

a) Ta thấy $\angle ANB = \angle AMB = 90^\circ \Rightarrow ANMB$ là tứ giác nội tiếp

b) Ta có: $\angle DAC + \angle C_1 = 90^\circ$ mà $\angle CAE + \angle E_1 = 90^\circ \Leftrightarrow \angle CAE + \angle C_1 = 90^\circ$

Do đó $\angle DAC + \angle CAE = 90^\circ \Rightarrow DE$ là đường kính của (O)

Do đó: $\begin{cases} AE \parallel BC (\perp AD) \\ DB \parallel AC (\perp BE) \end{cases} \Rightarrow BCAI$ là hình bình hành.

c) Ta thấy:

$$\begin{cases} EB \perp ID \\ AD \perp EI \end{cases} \Rightarrow H \text{ là trực tâm } \triangle IDE \Rightarrow IH \perp DE$$

Do đó : $BDKH$ nội tiếp và $KHAE$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \begin{cases} \angle BKH = \angle BDM (=45^\circ) \\ \angle HKA = \angle HEA (=45^\circ) \end{cases} \Rightarrow \angle BKA = 90^\circ$$

Lấy T là trung điểm của $AB \Rightarrow TK = \frac{1}{2} AB$ mà T cố định

Do đó K di động trên $\left(T; \frac{AB}{2}\right)$

ĐỀ 34

Bài 1: a) Rút gọn A :

Với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

Ta có

$$\begin{aligned} A &= \frac{x+2\sqrt{x}-10}{x-\sqrt{x}-6} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{x+2\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{x+2\sqrt{x}-10-1(\sqrt{x}-3)-(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)} \end{aligned}$$

$$= \frac{x+2\sqrt{x}-10-\sqrt{x}+3-x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-3)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

b) Tính giá trị của A khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$; với $x = 9 - 4\sqrt{5}$ (thỏa mãn ĐKXD)

$$A = \frac{1}{\sqrt{9-4\sqrt{5}}+2} = \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2+2}} = \frac{1}{|\sqrt{5}-2|+2}$$

Thay số:

$$= \frac{1}{\sqrt{5}-2+2} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

(vì $\sqrt{5}-2 > 0$)

Vậy khi $x = 9 - 4\sqrt{5}$ thì giá trị của $A = \frac{\sqrt{5}}{5}$

c) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$

$$\text{Ta có } A = \frac{1}{3} \text{ Tức là } \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1$$

Với $x = 1$ (thỏa mãn $x \geq 0$ và $x \neq 9$). Vậy $x = 1$ là giá trị cần tìm.

Bài 2 : a) Thay $m = -4$ vào hệ phương trình đã cho ta được:

$$\begin{cases} 2x + y = -14 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -9 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ -3 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -8 \end{cases}$$

Vậy khi $m = -4$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (-3; -8)$

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} 2x + y = 3m - 2 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3m + 3 \\ x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ m + 1 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ y = m - 4 \end{cases}$$

Hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn: $x + y = 13$

$$\Leftrightarrow m + 1 + m - 4 = 13 \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4 \text{ (1) } \text{ vậy } m = 4 \text{ là các giá trị cần tìm.}$$

Bài 3: 1) Thay $m = -3$ ta có phương trình:

$$x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow x(+8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -8 \end{cases}$$

2) phương trình (1) có 2 nghiệm khi:

$$\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 + (m + 3) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 + m + 3 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - m + 4 > 0 \Leftrightarrow \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$$

luôn đúng với mọi m . Chứng tỏ phương trình

có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .

4) Do phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m , theo hệ thức Vi ét ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m - 1) & (1) \\ x_1 - x_2 = -m - 3 & (2) \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10 \Leftrightarrow 4(m - 1)^2 + 2(m + 3) = 8$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 10 = 8 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1, m = \frac{1}{2}$$

Ta có

Bài 4 : 1) +) Ta có $\angle AMB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow \angle AMD = 90^\circ$. Tứ giác $ACMD$ có $\angle AMD = \angle ACD = 90^\circ, \Rightarrow ACMD$ Nội tiếp đường tròn đường kính AD .

+) Tứ giác $BCKM$ nội tiếp

2) Chứng minh $\triangle CKA$ đồng dạng $\triangle CBD \Rightarrow CK \cdot CD = CA \cdot CB$

3) Chứng minh $BK \perp AD$

Chứng minh góc $BNA = 90^\circ \Rightarrow BN \perp AD$ Kết luận : B, K, N thẳng hàng

5) Lấy E đối xứng với B qua C thì E cố định và $\angle EDC = \angle BDC$, lại có:
 $\angle BDC = \angle CAK$ (cùng phụ với $\angle B$) $\Rightarrow \angle EDC = \angle CAK$. Do đó $AKDE$ là tứ giác nội tiếp. Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle AKD$ thì O' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AKDE$ nên $O'A = O'E \Rightarrow O'$ thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AE cố định.

ĐỀ 35

Câu 1: Nghiệm tổng quát.

$$1) 3x + y = 5 \Rightarrow x = t; y = 5 - 3t (t \in R)$$

$$2) 7x + 0y = 21 \Rightarrow x = 3; y = t (t \in R)$$

Câu 2 :

$$1) \begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; 2)$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 2y = 10 \\ 6x^2 + 9y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 44 \\ 3x^2 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ 3x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $(x, y) = \left\{ (\sqrt{3}; 4); (-\sqrt{3}; 4) \right\}$

Câu 3 : Để hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ nhận $(1; -2)$ làm nghiệm thì.

$$\begin{cases} 2 - 2b = -4 \\ b + 2a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -4 \end{cases} \text{ Vậy } a = -4; b = 3$$

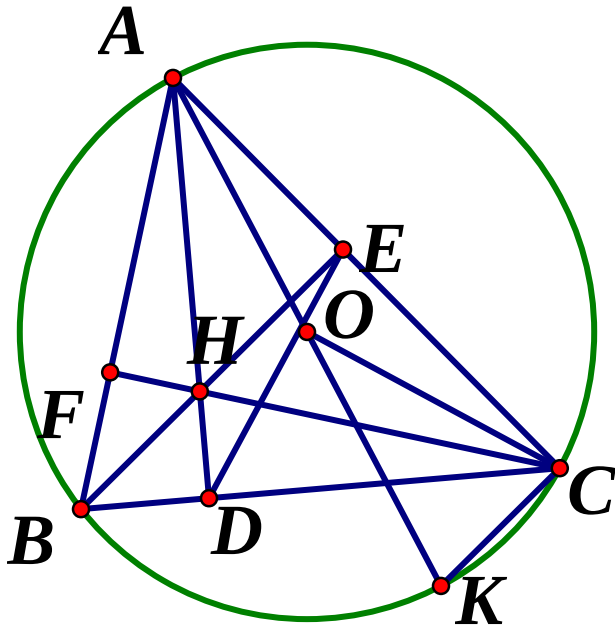
Câu 4 : Gọi x, y (chiếc) lần lượt là số áo của tổ thứ nhất và tổ thứ hai một ngày may

được $(x, y \in N^*)$ Theo đề bài ta có hệ: $\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 170 \\ y = 160 \end{cases}$

Vậy 1 ngày, tổ I : 170 chiếc áo

TổII: 160 chiếc áo

Câu 5 :



1) Ta có $\angle AEH = \angle AFH = 90^\circ$, do đó $\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ$
 $\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow E, D$ cùng nhìn cạnh AB dưới một góc vuông $\Rightarrow AEDB$ Là tứ giác nội tiếp.

2) Ta có $\angle ACK = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn)
 Xét $\triangle ADB$ VÀ $\triangle ACK$ đều vậy có: $\angle ADB = \angle AKC$ (Cùng chắn \widehat{AC}) $\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACK$ (g - g) $\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AK \cdot AD$
 $\Rightarrow AB \cdot AC = 2R \cdot AD$

3) Vẽ tiếp tuyến xy tại C của (O) Ta có $OC \perp Cx$ (1)
 Mặt khác $AEDB$ nội tiếp $\Rightarrow \angle ABC = \angle DEC$ mà $\angle ABC = \angle ACx$
 $\Rightarrow \angle ACx = \angle DEC \Rightarrow Cx \parallel DE$ (2) từ (1) và (2) $\Rightarrow OC \perp DE$

ĐỀ 36

Câu 1.

1) $y = ax^2$ qua $A(-1; 1) \Rightarrow (-1)^2 \cdot a = 1 \Leftrightarrow a = 1$

$$2) a) x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$b) x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$c) \frac{1}{x-2} + 1 = \frac{5-x}{x-2} (x \neq 2) \Leftrightarrow \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{5-x}{x-2}$$

$$\Rightarrow x-1 = 5-x \Leftrightarrow x = 3(tm)$$

Câu 2. Gọi X là chiều dài, Y là chiều rộng $\begin{pmatrix} x, y > 0 \\ x > 20 \end{pmatrix}$

Theo bài ta có hệ: $\begin{cases} x - y = 20 \\ 2x + 3y = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases} (tm)$

Vậy chiều dài: 60m, chiều rộng: 40m

Câu 3. $x^2 - 2mx - 3 = 0$

a) $\Delta' = m^2 + 3 > 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

b) Áp dụng hệ thức Vi – et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

$$x_1^2 + x_2^2 = 10 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 10$$

$$\Leftrightarrow 2m + 6 = 10 \Leftrightarrow m = 2$$

Câu 4. Ta có phương trình hoành độ giao điểm $(P), (d)$:

$$x^2 - 2(m+3)x + 2m - 2 = 0$$

$$\Delta' = (m+3)^2 - (2m-2) = m^2 + 4m + 11 > 0$$

Nên (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

$$x_1 > 0, x_2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 6 > 0 \\ 2m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Do

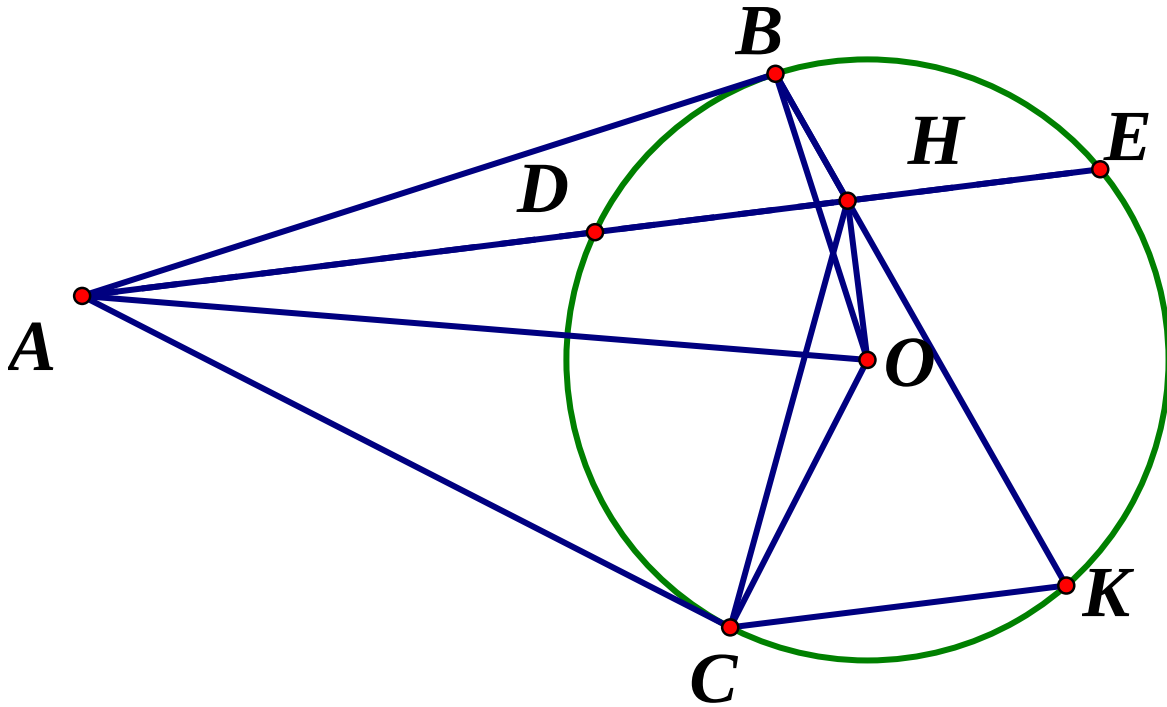
Câu 5. Học sinh tự điền vào chỗ trống

Câu 6.

1) $C = 2\pi R = 8\pi \approx 25,13(cm)$

2) $S = \pi R^2 = \pi \cdot 4^2 \approx 50,3(cm^2)$

Câu 7.



1, 2) Vì $\triangle OED$ cân tại O mà $HE = HD = \frac{1}{2}ED \Rightarrow OH \perp ED \Rightarrow \angle OHA = 90^\circ$
 Mà $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$, Cả 3 góc này đều nhìn OA dưới góc 90°
 $\Rightarrow O, H, B, A, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính OA

3) Vì AB, AC là hai tiếp tuyến của (O) tại A $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \sphericalangle AB = \sphericalangle AC$
 Trong đường tròn đường kính OA vừa xét ở câu a. ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \angle BHA = \frac{1}{2} \sphericalangle AB \\ \angle CHA = \frac{1}{2} \sphericalangle CA \\ \sphericalangle AB = \sphericalangle AC \end{array} \right\} \Rightarrow \angle BHA = \angle CHA \Rightarrow HA$$

là phân giác của $\angle BHC$

4) Gọi K là giao điểm của OA và (O) . Ta có:

$$\angle BOK = \sphericalangle BK, \angle BKC = \frac{1}{2} \sphericalangle BC = \frac{1}{2} \cdot 2 \sphericalangle BK = \sphericalangle BK \Rightarrow \angle BOC = \angle BKC$$

Mà $\angle BOK = \angle BHA = \frac{1}{2} \sphericalangle AB \Rightarrow \angle BHA = \angle HKC$

Mà $\angle CKH$ và $\angle BHA$ là hai góc đồng vị nên $CK // AH$ hay $CK // AE$

ĐỀ 37

Bài 1.

$$1) \sqrt{x} = \sqrt{7+4\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow A = \frac{2 + \sqrt{3} + 1}{2 + \sqrt{3} - 2} = \sqrt{3} + 1$$

$$2) B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+4}{x-\sqrt{x}-2} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) + (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) - \sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-2\sqrt{x}+1-x-\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{-3\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{-3}{\sqrt{x}-2}$$

$$3) P = \frac{B}{A} < -1 \Leftrightarrow \frac{-3}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} < -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1} > 1 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} > 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow x < 4$$

Vậy $0 \leq x < 4$ thì $P < -1$

Bài 2.

Gọi \overline{ab} là số cần tìm ($a, b \in \mathbb{N}^*, a, b \leq 9$). Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} a+b=9 \\ \overline{ab} = 2\overline{ba} + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=9 \\ 8a-19b=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=2 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy số cần tìm là 72

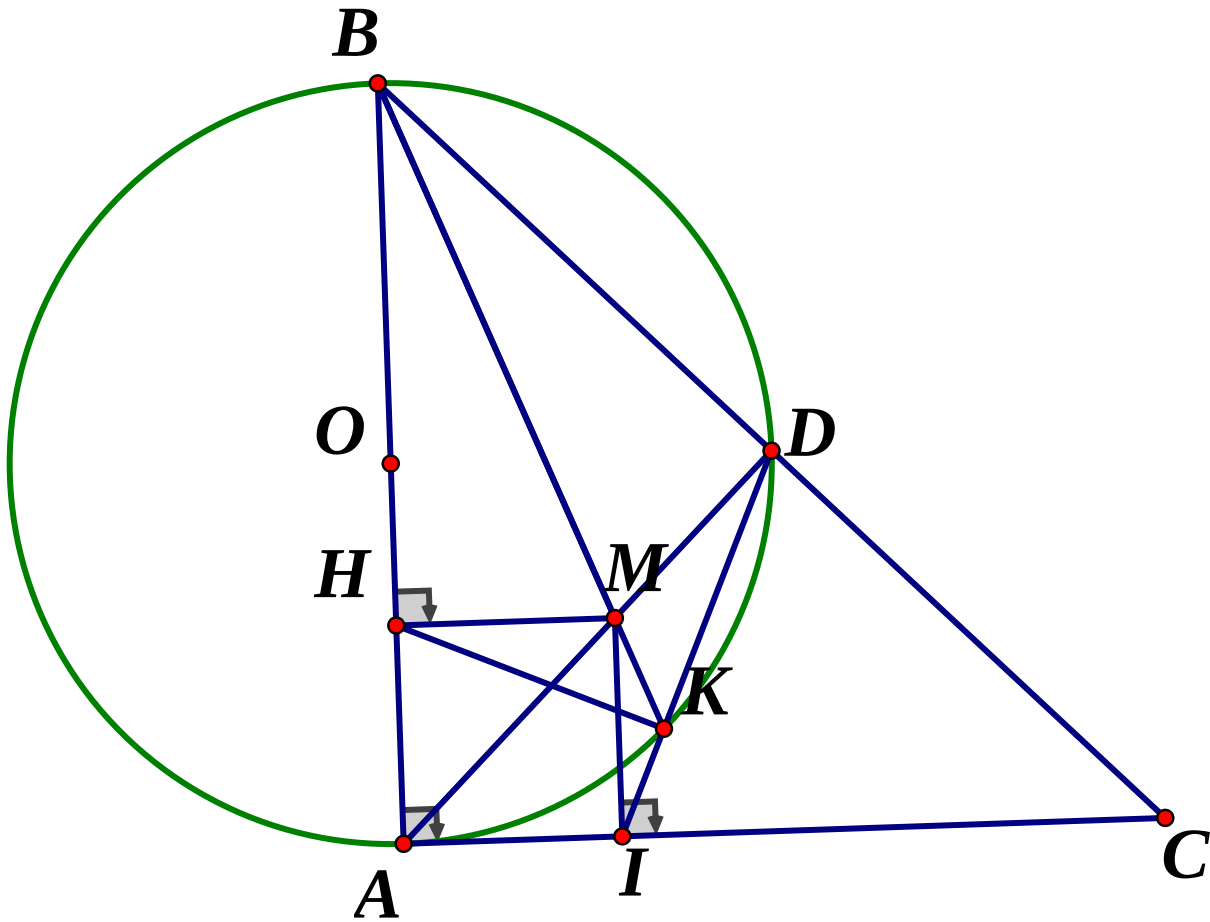
Bài 3.

$$1) 2x^2 + (2 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ x = -1 \end{cases}$$

2) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của $(P), (d)$: $x^2 + 2mx - 4 = 0$

Vì $ac < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt, do đó (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Bài 4.



a) $MI \perp AC, MD \perp BC \Rightarrow \angle MIC + \angle MDC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow MDCI$ là tứ giác nội tiếp

b) $MDCI$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MID = \angle MCD$ (1);

$\triangle ABC$ vuông cân $\Rightarrow \angle ABD = 45^\circ \Rightarrow \triangle ABD$ cũng vuông cân

$\Rightarrow \angle BAD = 45^\circ \Rightarrow \angle BAD = \angle DAC = 45^\circ \Rightarrow AD$ là tia phân giác của $\angle BAC$

$\Rightarrow \triangle BAC$ cân tại A, có AD là phân giác nên đồng thời là trung trực

$\Rightarrow MB = MC \Rightarrow \angle MBD = \angle MCD$ (2)

(1), (2) $\Rightarrow \angle MID = \angle MBD = \angle MBC$ (đpcm)

c) $HK \perp ID \Rightarrow \angle HAI + \angle IKH = 180^\circ \Rightarrow AHKI$ nội tiếp

mà $AHMI$ cũng nội tiếp (vì $\angle AHM = 90^\circ = \angle AIM$) $\Rightarrow A, H, M, K, I$ cũng thuộc đường tròn

$\Rightarrow AMKI$ nội tiếp $\Rightarrow \angle AMK = 90^\circ - \angle HAM = 45^\circ$

Lại có : $\angle DIC = \angle DMC = \angle BMD$ (MD là trung trực BC)

$\Rightarrow \angle HMA + \angle HMB + \angle AMK = \angle HMB + \angle BMD + \angle HMA = \angle AMD = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle BMK = 180^\circ \Rightarrow B, M, K$ thẳng hàng

Bài 5.

a) Xét hiệu : $\frac{a^3}{b} - (a^2 + ab - b^2)$

$$= \frac{a^3 - a^2b - ab^2 + b^3}{b} = \frac{(a-b)^2 \cdot (a+b)}{b} \geq 0 \quad (\text{vì } a, b > 0)$$

Vậy $\frac{a^3}{b} \geq a^2 + ab - b^2$

Chứng minh tương tự : $\frac{b^3}{c} \geq b^2 + bc - c^2$ $\frac{c^3}{b} \geq c^2 + ca - a^2$

$\Rightarrow \frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

ĐỀ 38

Bài 1.

$$x = 6 - 2\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{5} - 1 \Rightarrow A = \frac{1 - (\sqrt{5} - 1)}{1 + (\sqrt{5} - 1)} = \frac{2 - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

1) Ta có

$$2) B = \left[\frac{15 - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} + \frac{2(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 5}{\sqrt{x} + 1} = \frac{1}{\sqrt{x} + 1} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 25 \end{cases}$$

3) Với $x \geq 0, x \neq 25$

$$\Rightarrow A - B = a \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x} + 1} = a \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = a$$

$$\Rightarrow -\sqrt{x} = a(1 + \sqrt{x}) \Leftrightarrow (a + 1)\sqrt{x} = -a$$

TH1: $a = -1$: Vô nghiệm

TH2: $a \neq -1$. Phương trình có dạng $\sqrt{x} = \frac{-a}{a+1}$

Phương trình này có nghiệm thỏa $x \geq 0, x \neq 25$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-a}{a+1} \geq 0 \\ \frac{-a}{a+1} \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq a \leq 0 \\ 6a \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq \frac{-5}{6} \\ -1 \leq a \leq 0 \end{cases}$$

Do $a \neq -1$ nên giá trị cần tìm của a : $\begin{cases} -1 < a \leq 0 \\ a \neq \frac{-5}{6} \end{cases}$

Do $a \neq -1$ nên giá trị cần tìm của a : $\begin{cases} -1 < a \leq 0 \\ a \neq -\frac{5}{6} \end{cases}$

Bài 2.

Gọi X là số công nhân, Y là số ngày dự định ($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 10$)

Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} (x+10)(y-2) = xy \\ (x-10)(y+3) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 10y = 20 \\ 3x - 10y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 12 \end{cases} (tm)$$

Vậy có 50 công nhân, làm trong 12 ngày

Bài 3.

$$1) \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{y+2} = 3 \\ \frac{3}{\sqrt{x-1}} + \frac{2}{y+2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 1 \\ y+2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

2) Phương trình hoành độ giao điểm $(P), (d)$:

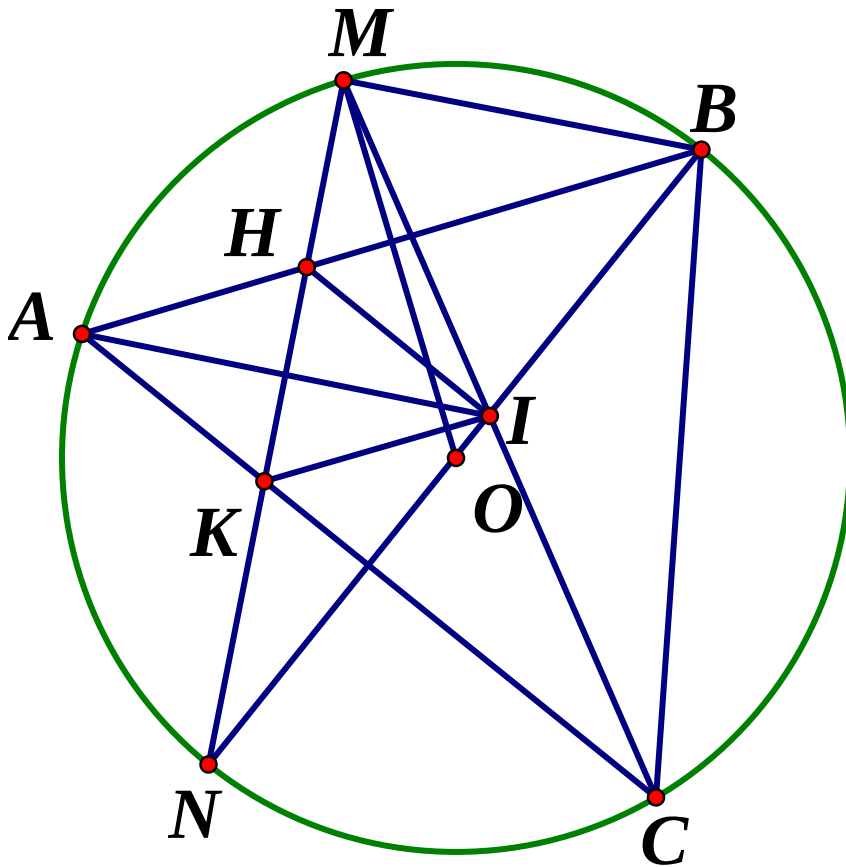
$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \Rightarrow A(3;9) \\ x_B = -1 \Rightarrow B(-1;1) \end{cases}$$

b) $C(x; x^2)$ và A', B', C' lần lượt là chân đường cao hạ xuống Ox

$$S_{ABC} = S_{AA'B'B} + S_{ACC'A'} - S_{BCC'B'} = 2x^2 + 4x + 6 = 8 - 2(x-1)^2 \leq 8$$

$$\Rightarrow \text{Max} S = 8 \Leftrightarrow C(1;1)$$

Bài 4.



- 1) Ta có: $AN = NC \Rightarrow \angle ABN = \angle NMC \Rightarrow BMHI$ là tứ giác nội tiếp
 - 2) Theo câu a, tứ giác $BMHI$ nội tiếp
 $\Rightarrow \angle HMB + \angle HIB = 180^\circ$ mà $\angle NIH + \angle HIB = 180^\circ \Rightarrow \angle HNB = \angle HIB$
 Xét $\triangle NIH$ và $\triangle NMB$ có: $\angle MNB$ chung,
 $\angle HMB = \angle HIB$ (cmt) $\Rightarrow \triangle NIH \sim \triangle NMB$ (g - g)
 $\Rightarrow \frac{NI}{NM} = \frac{NH}{NB} \Rightarrow NI \cdot NB = NM \cdot NH$
 - 3) Ta có: $MA = MB \Rightarrow \angle ACM = \angle MNB \Rightarrow KINC$ là tứ giác nội tiếp
 $\Rightarrow \angle KIN = \angle KCN$ (cùng chắn $\overset{\square}{KN}$) mà $\angle KCN = \angle ABN$ (cùng chắn $\overset{\square}{AN}$)
 $\Rightarrow \angle KIN = \angle ABN$, mà chúng đồng vị $\Rightarrow KI \parallel AH$ (1)
- Theo câu 1, tứ giác $BHMI$ nội tiếp $\Rightarrow \angle IMB = \angle IHB$ (cùng chắn $\overset{\square}{IB}$)
 Mà $\angle IMB = \angle CAB$, mà chúng đồng vị $\Rightarrow IH \parallel AK$ (2)
 Từ (1) và (2) $\Rightarrow AHKI$ là hình bình hành

$$\text{Lại có : } \angle AHK = \frac{1}{2}(sd \square MB + sd \square AN) \Rightarrow \angle AKH = \frac{1}{2}(sd \square AM + sd \square NC)$$

$\Rightarrow \angle AKH = \angle AHK \Rightarrow \triangle AHK$ cân tại A $\Rightarrow AH = AK$

Hình bình hành $AHIK$ có $AN = AK \Rightarrow AHIK$ là hình thoi $\Rightarrow KH$ là đường phân giác $\angle AKI \Rightarrow IA$ là phân giác $\angle KIH$

4) Gọi O_1, O_2 lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ANH$ và $\triangle BNH$
 $\Rightarrow \triangle O_1AH$ cân tại O_1 và $\triangle O_2BH$ cân tại O_2 , có $\angle AO_1H = 2\angle ANH$,
 $\angle BO_2H = 2\angle BNH \Rightarrow \angle AO_1H = \angle BO_2H$ mà $\angle ANH = \angle BNH$
 $\Rightarrow \angle O_1AH = \angle O_1HA = \angle O_2HB = \angle O_2BH$

Gọi D là giao điểm của AO_1 và BO_2 có:
 $\triangle ADB$ cân tại D $\Rightarrow M, O, D$ thẳng hàng

Có $\angle AMD = \angle MAB = \angle ANM \Rightarrow MA$ là tiếp tuyến của $(O_1) \Rightarrow \angle MAD = 90^\circ \Rightarrow MD$ là đường kính của $(O) \Rightarrow D$ cố định

Ta chứng minh được : $\angle AO_1H = \angle ADB \Rightarrow HO_1 \parallel DO_2$
 $\Rightarrow \angle AOB = \angle HO_2B \Rightarrow HO_2 \parallel DO_1$

Tứ giác HO_1DO_2 là hình bình hành $\Rightarrow O_2H = DO_1$

Có $R_1 + R_2 = O_1A + O_2H = O_1A + O_1D = AD$

A, D cố định $\Rightarrow AD$ không đổi $\Rightarrow R_1 + R_2$ không đổi

Bài 5. Áp dụng *BDT Co - si* ta có:

$$\frac{a^3}{b^3} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{b^3}} = 3 \cdot \frac{1}{b}$$

Chứng minh tương tự : $\frac{b^3}{c^3} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} \geq 3 \cdot \frac{1}{c}$ $\frac{c^3}{a^3} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \geq 3 \cdot \frac{1}{a}$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{b^3} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{c^3}{a^3} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \geq 3 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{c^3} + \frac{c^3}{a^3} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

ĐỀ 39

I. Trắc nghiệm

1C 2D 3B 4A 5C 6C 7D 8B

II. Đúng, sai : a) S b) Đ c) Đ d) S

II. TỰ LUẬN

Bài 1.

$$a) \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x - 4y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases} \quad b) x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bài 2.

$$2x^2 - (4m + 3)x + 2m^2 - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (4m + 3)^2 - 4 \cdot 2(2m^2 - 1) = 24m + 17$$

$$\text{Để (1) có nghiệm thì} \quad \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 24m + 17 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-17}{24}$$

Bài 3.

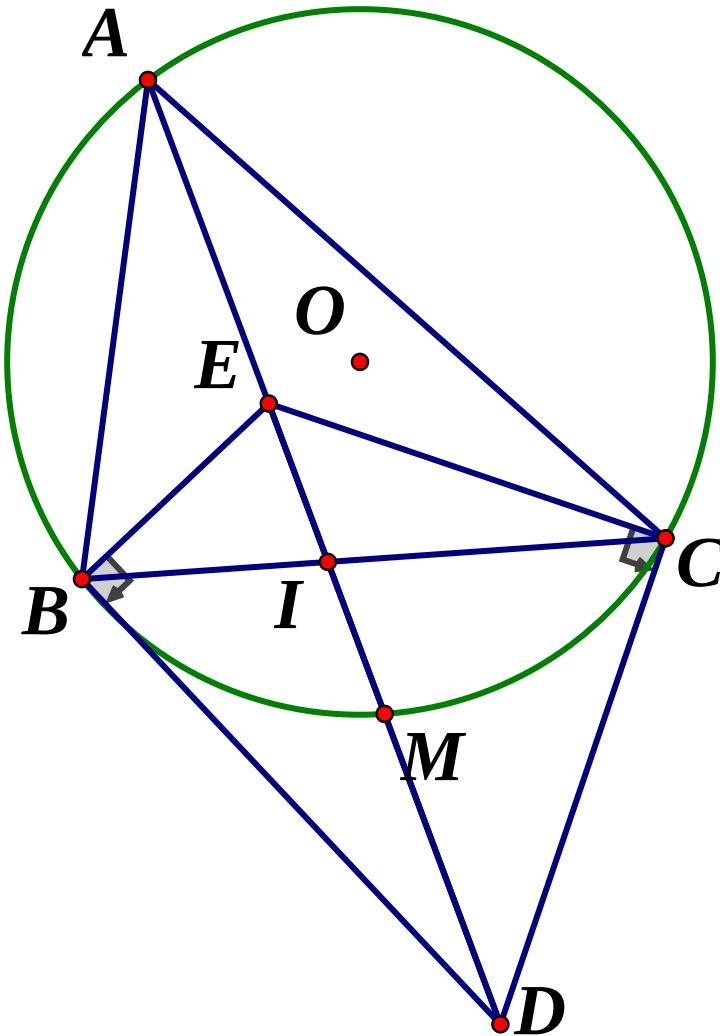
Gọi x là vận tốc xe khách, y là vận tốc xe du lịch $(x > 0, y > 20); 25' = \frac{5}{12}h$

$$\begin{cases} x - y = 20 \\ \frac{100}{y} - \frac{100}{x} = \frac{5}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 60(tm) \Rightarrow x = 80(tm) \\ y = -80(ktm) \end{cases}$$

Theo bài ta có hệ :

Vậy vận tốc xe du lịch: 80km/h , vận tốc xe khách: 60km/h

Bài 4.



a) Vì E là giao điểm của hai phân giác $\angle B$ và $\angle C$ của tam giác ABC nên AE cũng là phân giác của $\angle A$. Khi đó AE, AD đều là phân giác trong $\angle BAC$ nên A, E, D thẳng hàng

b) Ta có : $\angle EBD + \angle ECD = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BECD$ là tứ giác nội tiếp

c) Xét $\triangle BIE$ và $\triangle DIC$ có : $\angle EBC = \angle EDC$ (cùng chắn $\overset{\frown}{EC}$); $\angle BIE = \angle DIC$ (đối

đỉnh) $\Rightarrow \triangle BIE \sim \triangle DIC (g.g) \Rightarrow \frac{BI}{ID} = \frac{IE}{IC} \Rightarrow BI \cdot IC = ID \cdot IE$

ĐỀ 40

Bài 1.

$$1) x = \frac{9}{16} (tm) \Rightarrow B = \frac{\sqrt{\frac{9}{16}} - 3}{2} = \frac{-9}{8}$$

$$2) M = AB = \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} + 11}{x - 9} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{2} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 3 + \sqrt{x} + 11}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{2} = \frac{2(\sqrt{x} + 7)}{2(\sqrt{x} + 3)} = \frac{\sqrt{x} + 7}{\sqrt{x} + 3}$$

$$3) M = 1 + \frac{4}{\sqrt{x} + 3}$$

$$\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 3 \geq 3 \Rightarrow M \leq 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

Vì

$$\text{Max} M = \frac{7}{3} \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy

Bài 2. Gọi x, y là số giờ vòi 1, vòi 2 chảy một mình đầy bể ($x > 12, y > 12$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{4}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy vòi 1: 20 giờ, vòi 2: 30 giờ

Bài 3.

$$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

1) a) Khi

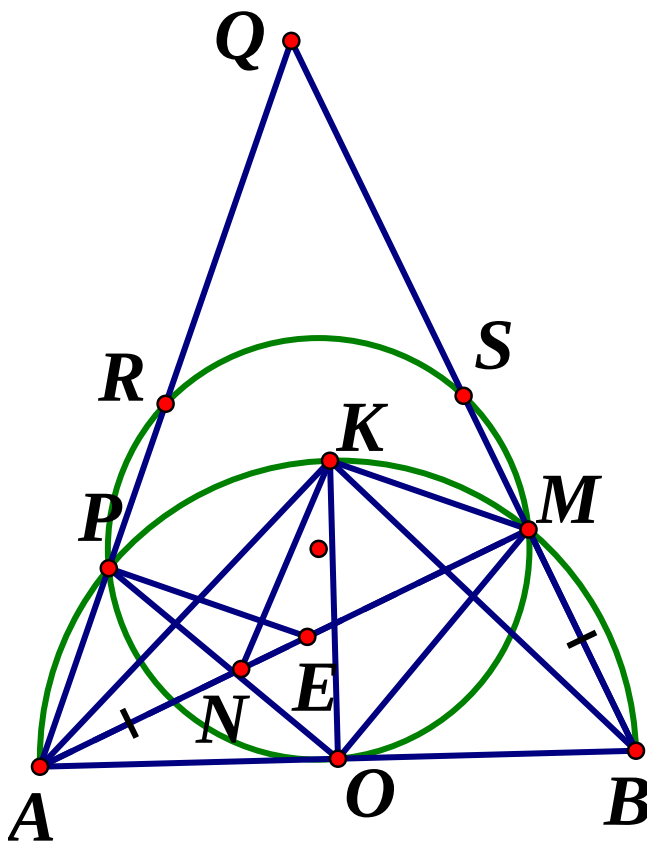
$$b) \begin{cases} x + my = 2 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2my = 4 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2m - 4} \\ x = \frac{3 - \frac{2}{2m - 4}}{2} = \frac{2(3m - 8)}{m - 2} \end{cases}$$

Để x, y đối nhau thì :

$$\Rightarrow \frac{2(3m - 8)}{m - 2} = \frac{-1}{2m - 4} \Leftrightarrow (6m - 16) \cdot 2 = -1 \Leftrightarrow 12m = 31 \Leftrightarrow m = \frac{31}{12}$$

2) Hoành độ A, B là nghiệm hệ $-x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$
 $\Rightarrow \begin{cases} x_A = 1 \Rightarrow y_A = -1 \\ x_B = -2 \Rightarrow y_B = -4 \end{cases} \Rightarrow A(1; -1); B(-2; -4), O(0;0)$
 $\Rightarrow OA = \sqrt{2}, OB = 2\sqrt{5}, AB = \sqrt{18} \Rightarrow OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow \Delta OAB$ vuông tại A
 $\Rightarrow S_{AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}}{2} = 3(\text{cm}^2)$

Bài 4.



a) Ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
 $\Rightarrow \angle QPB = 90^\circ$. Tương tự: $\angle DMA = 90^\circ$

Mà chúng cùng nhìn $ME \Rightarrow PQME$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét ΔAKN và ΔBKM có:

$$AN = BM, \angle KAM = \angle KBM = \frac{\widehat{KM}}{2}; AK = BK (\widehat{KA} = \widehat{KB})$$

$\Rightarrow \Delta AKM = \Delta BKM$ (c.g.c)

$$\left. \begin{array}{l} \angle AQM + \angle QBP = 90^\circ \\ \angle MEB + \angle QBP = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AQM = \angle MEB$$

c) Ta có:

Xét $\triangle AMQ$ và $\triangle EMB$ có:

$$\angle QMA = \angle EMB = 90^\circ, \angle AQM = \angle MEB \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AMQ \sim \triangle EMB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AM}{EM} = \frac{AQ}{EB}$$

$$\text{Ta có: } \angle PBM = \frac{1}{2} \widehat{PK} + \frac{1}{2} \widehat{KM} = \frac{1}{2} \widehat{MB} + \frac{1}{2} \widehat{KM} = \frac{1}{2} \widehat{BK} = 45^\circ$$

$\triangle BME$ vuông cân $\Rightarrow MC = MB$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{BE} \Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AQ}{BE} \text{ (AN = MB)} \Rightarrow AM \cdot BE = AN \cdot AQ$$

d) Ta có: $\angle MPO = \angle MPB + \angle BPO = \angle MPB + \angle ABP$

$$= \frac{1}{2} \widehat{MB} + \frac{1}{2} \widehat{AP} = \frac{1}{2} \widehat{PK} + \frac{1}{2} \widehat{AP} = \frac{1}{2} \widehat{AK} = 45^\circ \Rightarrow \triangle MPO \text{ vuông cân tại O}$$

Gọi J là trung điểm của $MP \Rightarrow J$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MOP$

MI là trung điểm của $RS \Rightarrow IJ \perp RS$

Mặt khác $\angle QRS = \angle QMP = \angle QAB \Rightarrow RS \parallel AB$

Bài 5.

$$A = x^2 + 3x + \frac{1}{x} = x^2 - x + \frac{1}{4} + 4x + \frac{1}{x} - \frac{1}{4}$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4x + \frac{1}{x} - \frac{1}{4}$$

$$\text{Vì } 4x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{1}{x}} = 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } \text{Min} A = 0 + 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

ĐỀ 41**Bài 1.**

$$\begin{aligned}
 a) P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6\sqrt{x}-4}{1-x} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \\
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) + 4 - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{x + \sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3 + 4 - 6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}
 \end{aligned}$$

$$b) P = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = -1 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{x} = \sqrt{x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 (tm)$$

$$c) \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1-2}{\sqrt{x}+1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}+1} < 1$$

Bài 2.

Gọi $x (km/h)$ là vận tốc xe du lịch ($x > 20$)

Vận tốc xe khách: $x - 20$; $50' = \frac{5}{6}h$. Nên ta có phương trình:

$$\frac{100}{x-20} - \frac{100}{x} = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow (100x - 100x + 2000).6 = 5x(x - 20)$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 100x - 12000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60(tm) \\ x = -40(ktm) \end{cases}$$

Vận vận tốc xe du lịch: $60km/h$, vận tốc xe khách: $40km/h$

Bài 3.

a) Vì (P) đi qua $A(-1;1) \Rightarrow (-1)^2 \cdot a = 1 \Leftrightarrow a = 1$

b) Học sinh tự vẽ (P)

c) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 9 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

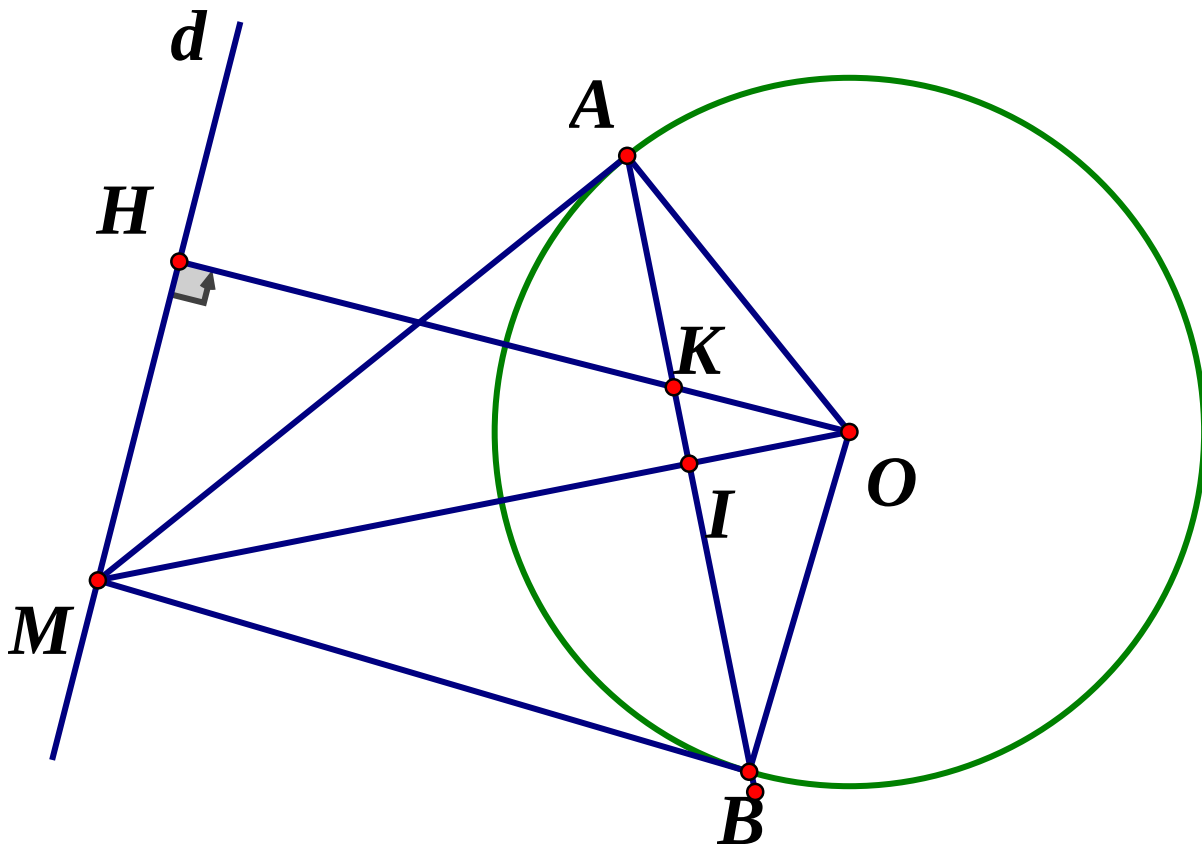
Vậy tọa độ giao điểm $(3;9), (-1;1)$

$$d) OA = \sqrt{90}, OB = \sqrt{2}, AB = 2\sqrt{29}$$

Áp dụng hệ thức Hê rông với P là nửa chu vi

$$\Rightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 3(\text{cm}^2)$$

Bài 4.



a) Xét tứ giác $OAHM$ có $\angle OAM = \angle OHM = 90^\circ \Rightarrow OAHM$ là tứ giác nội tiếp
 Tứ giác $AMBO$ có $\angle OAM = \angle OBM = 90^\circ \Rightarrow AMBO$ nội tiếp

Nên 5 điểm A, M, B, O, H cùng thuộc một đường tròn

$$\left. \begin{matrix} MA = MB \\ OA = OB \end{matrix} \right\} \Rightarrow OM$$

b) Ta có: $\left. \begin{matrix} MA = MB \\ OA = OB \end{matrix} \right\} \Rightarrow OM$ là trung trực của $AB \Rightarrow MO \perp AB$ tại I
 $\Rightarrow I$ là trung điểm $AB \Rightarrow \angle OIK = \angle OHM = 90^\circ$

Xét $\triangle OIK$ và $\triangle OHM$ có: $\angle OIK = \angle OHM = 90^\circ$ (cmt), $\angle O$ chung

$$\Rightarrow \Delta OIK \sim \Delta OHM (g.g) \Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OK}{OM} \Rightarrow OI \cdot OM = OH \cdot OK (dfcm)$$

c) Xét ΔAOM vuông tại A , có $AI \perp OM \Rightarrow OI \cdot OM = OA^2 = R^2$

$$OI \cdot OM = OH \cdot OK \Rightarrow OH \cdot OK = R^2 \Rightarrow OK = \frac{R^2}{OH}$$

Mà

Do O cố định, d cố định $\Rightarrow OH$ cố định $\Rightarrow K$ cố định

d) Từ I hạ $ID \perp OK$, do OK cố định

Xét ΔOIK có $S_{IOK} = \frac{ID \cdot OK}{2}$, ID là đường cao ứng với góc vuông

$$\Rightarrow ID^2 = KD \cdot OD \leq \frac{(KD + OD)^2}{4} \Rightarrow S_{OIK} \leq \frac{OK^2}{4}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \Delta OIK$ vuông cân

Bài 5.

$$A = \frac{x + 3\sqrt{x-2}}{x + 4\sqrt{x-2} + 1} (x \geq 2) = \frac{x - 2 + 3\sqrt{x-2} + 2}{[(x-2) + 4\sqrt{x-2} + 4] - 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x-2} + 1)(\sqrt{x-2} + 2)}{(\sqrt{x-2} + 2)^2 - 1^2} = \frac{(\sqrt{x-2} + 1)(\sqrt{x-2} + 2)}{(\sqrt{x-2} + 1)(\sqrt{x-2} + 3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x-2} + 2}{\sqrt{x-2} + 3} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-2} + 3} \geq \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = 2$$

$$A_{\min} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy

ĐỀ 42

Bài 1.

a) $3x^2 + 15 = 0 \quad \Delta = -180 < 0 \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm

b) $x^2 - (2\sqrt{3} - 1)x - 2\sqrt{3} = 0$ có $\Delta = (2\sqrt{3} - 1)^2 + 4 \cdot 2\sqrt{3} = 13 + 4\sqrt{3} = (2\sqrt{3} + 1)^2$

$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3} + 1$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2\sqrt{3} - 1 + 2\sqrt{3} + 1}{2} = 2\sqrt{3} \\ x_2 = \frac{2\sqrt{3} - 1 - 2\sqrt{3} - 1}{2} = -1 \end{cases}$$

$$c) 3x^4 - 10x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 = -\frac{2}{3} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Bài 2.

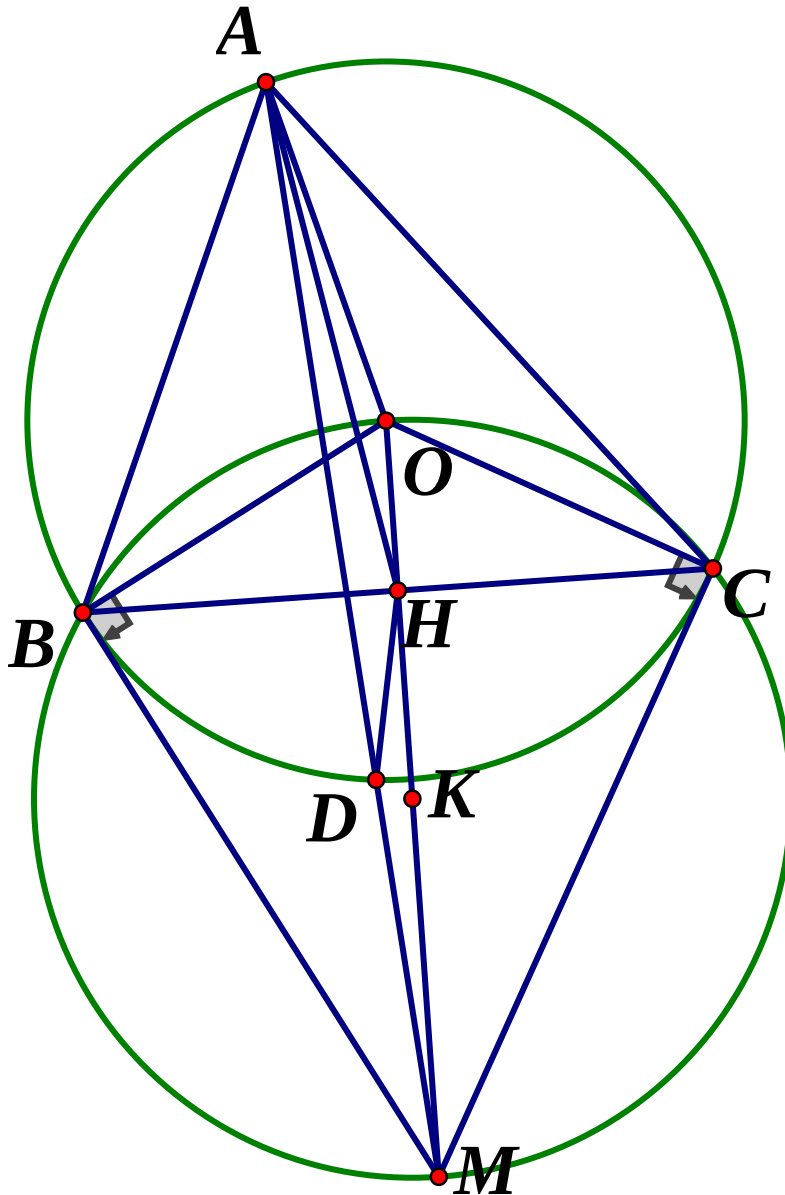
$$a) x^2 + 3x + m - 1 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4(m - 1) = 13 - 4m$$

Để phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow 13 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{13}{4}$

Khi đó áp dụng định lý Vi – et : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -3 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$

Bài 3.



a) Ta có : MB, MC là hai tiếp tuyến của (O) nên $MB \perp OB, MC \perp OC$
 $\Rightarrow \angle OBM = \angle OCM = 90^\circ \Rightarrow OBMC$ là tứ giác nội tiếp có tâm K là trung điểm của OM

b) $\triangle MBD \sim \triangle MAD (g.g) \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MB^2 = MD.MA$

c) d) MB, MC là hai tiếp tuyến của (O)
 $\Rightarrow MB = MC, MO$ là tia phân giác của $\angle BMC$
 $\Rightarrow \triangle MBC$ cân tại M nên MO là đường phân giác nên là đường cao
 $\Rightarrow MH.MO = MB^2$, do đó $MD.MA = MH.MO (= MB^2)$

Vậy $\triangle MDH \sim \triangle MOA$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MHD = \angle MAO \Rightarrow$ Tứ giác $OADH$ nội tiếp

Xét đường tròn (OAH) có $OA = OD (=R)$

$$\Rightarrow \overset{\square}{\angle} A = \overset{\square}{\angle} D \Rightarrow \angle AHO = \angle MAO$$

Do đó, $\angle AHO = \angle MHD (= \angle MAO)$

$$d) \angle AHO + \angle AHB = \angle MHD + \angle BHD (=90^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle AHB = \angle BHD = \frac{\angle AHD}{2}$$

$$\angle AHD = \angle AOD, \angle ACD = \frac{\angle AOD}{2} \Rightarrow \angle AHB = \angle ACD$$

$$\Rightarrow \angle CAH + \angle ACH = \angle BCD + \angle ACH$$

$$\Rightarrow \angle CAH = \angle BCD \text{ mà } \angle BCD = \angle BAD.$$

$$\text{Vậy } \angle BAD = \angle CAH$$

ĐỀ 43**Bài 1.**

$$a) 6x^2 - 7x - 3 = 0 \text{ có } \Delta = 121 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{7+11}{2 \cdot 6} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{7-11}{2 \cdot 6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$b) x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$$

Có $a + b + c = 1 - 1 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$ nên phương trình có hai nghiệm :
 $x_1 = 1, x_2 = \sqrt{3}$

$$c) x^4 - 7x^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \\ x^2 = -1 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Bài 2.

a) Học sinh tự vẽ (P)

$$b) x_B = 2 \Rightarrow y_B = -\frac{1}{4} \cdot 2^2 = -1 \Rightarrow B(2; -1) \in y = x + m$$

$$\Rightarrow -1 = 2 + m \Leftrightarrow m = -3$$

Bài 3. a) $x^2 - 2x - m + 3 = 0$ có $\Delta' = (-1)^2 - (m + 3) = -2 - m$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow -2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -2$

$$b) \text{ Khi đó áp dụng định lý Viet: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 3 - m \end{cases}$$

Bài 4.

a) Xét tứ giác $BFEC$ có : $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ \Rightarrow BFEC$ có 2 góc cùng nhìn BC dưới 1 góc $90^\circ \Rightarrow BFEC$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle AKB$ và $\triangle ADC$ có: $\angle AKB = \angle ADC, \angle ABK = \angle ACD$

$$\Rightarrow \triangle AKB \sim \triangle ADC (g.g) \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AK \cdot AD = AB \cdot AC$$

c) Xét tứ giác $NHDK$ có: $\angle NHD + \angle NKD = 180^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $NHDK$ là tứ giác nội tiếp

d) Gọi Q là hình chiếu của H lên DF , có :
 $QV \cap AD = I, EI \cap DF = S \Rightarrow SI = SF$

ĐỀ 44**Bài 1.**

$$a) \begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3(x + y) + 9 = 2(x - y) \\ 2(x + y) = 3(x - y) - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = -1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Bài 2. $ax - by = 4$ qua $A(4;3), B(-6;7)$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a - 3b = 4 \\ -6a + 7b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \end{cases}$$

Bài 3.

Gọi x (giờ) là thời gian người thứ nhất làm xong, y (giờ) là thời gian người thứ hai làm xong ($x, y > 16$). Theo bài ta có hệ:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{24} \\ y = \frac{5}{48} \end{cases} \text{ (ktm)}$$

Bài 4.

a) $\angle BMN = \angle BAM + \angle ABM$ (góc ngoài tam giác ABM)

$\angle BNM = \angle DAM + \angle ADN$ (góc ngoài $\triangle NAD$)

Mà $\angle BAM = \angle DAM$ (AM là phân giác $\angle BAC$)

$\angle ABM = \angle ADN$ (cùng chắn cung BC)

$\Rightarrow \angle BMN = \angle BNM$ hay $\triangle BMN$ cân tại B

b) $\triangle BMN$ cân nên BF đường cao cũng là đường phân giác nên BF là phân giác góc CBD

c) Xét $\triangle BDF$ và $\triangle DEF$ có: $\angle F$ chung, $\angle OBF = \angle EDF (= \angle CBF)$

$$\Rightarrow \triangle BDF \sim \triangle DEF (g.g) \Rightarrow \frac{DF}{EF} = \frac{BF}{DF} \Rightarrow DF^2 = FE \cdot FB \text{ (dfcm)}$$

Bài 5.

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{a+1} \geq 1 - \frac{1}{b+1} + 1 - \frac{1}{c+1} = \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} \geq 2 \sqrt{\frac{bc}{(b+1)(c+1)}}_T$$

ương tự: $\frac{1}{b+1} \geq 2 \sqrt{\frac{ac}{(a+1)(c+1)}}; \frac{1}{c+1} \geq 2 \sqrt{\frac{ab}{(a+1)(b+1)}}$

Nhân vế theo vế :

$$\Rightarrow \frac{1}{(a+1)(b+1)(c+1)} \geq 8 \sqrt{\frac{a^2 b^2 c^2}{(a+1)^2 \cdot (b+1)^2 \cdot (c+1)^2}} = \frac{8abc}{(a+1)(b+1)(c+1)}$$

$$\Rightarrow abc \leq \frac{1}{8} \Rightarrow \text{Max } M = \frac{1}{8} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{2}$$

ĐỀ 45

Câu 1 : a) Thay $m = 2$ vào có hệ phương trình
$$\begin{cases} -2.2x + y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x + y = 5 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 5 = 5 \\ 4x + 6y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ 2x + 3.1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x; y) = (-1; 1)$

b) Nếu $m = 0$ hệ vô nghiệm

$$\text{Nếu } m \neq 0 \text{ thì } \frac{-2m}{m} = -2 \neq \frac{1}{3} \text{ hệ luôn có nghiệm duy nhất } \begin{cases} x = \frac{-2}{m} \\ y = 1 \end{cases}$$

Để $(x; y)$ dương thì $m < 0$

Câu 2 : Gọi chiều dài và chiều rộng hình chữ nhật lần lượt là x, y $m(x; y > 0)$

Thì chu vi mảnh vườn là $(x + y).2(m)$

Ta có phương trình $(x + y).2 = 34 \Leftrightarrow x + y = 17(1)$

Nếu tăng chiều dài $3m$ thì chiều dài mới là $x + 3(m)$

Nếu tăng chiều rộng $2m$ thì chiều rộng mới là $y + 2(m)$

Diện tích mới tăng thêm $45m^2$. ta có phương trình:

$$(x + 3)(y + 2) = xy + 45 \Leftrightarrow xy + 2x + 3y + 6 = 45 \Leftrightarrow 2x + 3y = 39(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ 2x + 3y = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 34 \\ 2x + 3y = 39 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 17 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases} \quad (\text{tmdk})$$

Vậy chiều dài hình chữ nhật là $12m$, chiều rộng là $5m$.

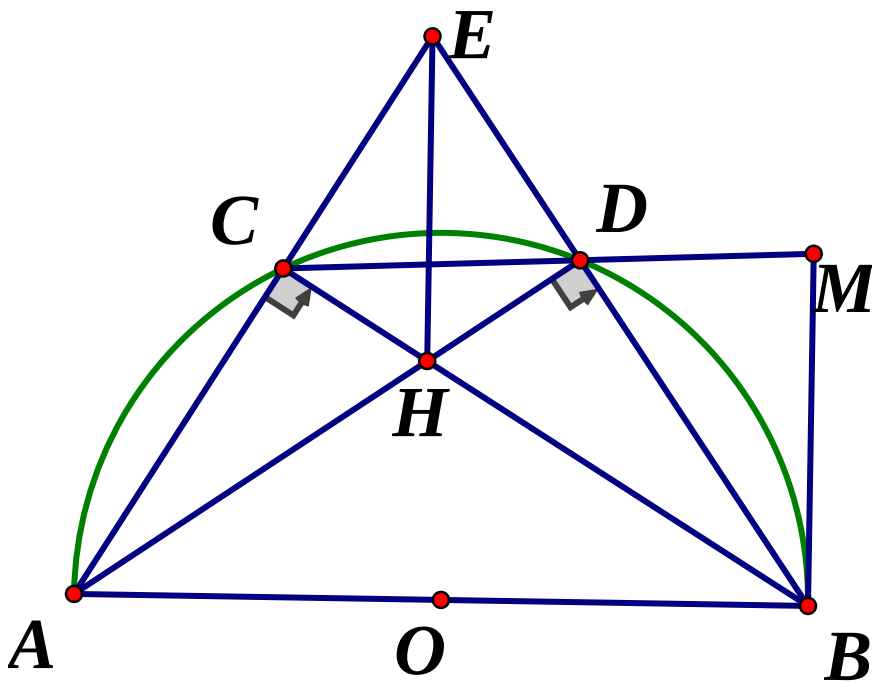
Bài 3: a) Vì đồ thị hàm số $y = ax^2$ đi qua $A(3;3)$ nên thay $x = 3; y = 3$ vào hàm số có:

$$3 = a \cdot 3^2 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ vậy khi } a = \frac{1}{3} \text{ thì đồ thị hàm số } y = ax^2 \text{ đi qua } A(3;3)$$

b) Để $B(2;m)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ thì $m = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$

Để $C(n;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^2$ thì $1 = \frac{1}{3}n^2 \Rightarrow n^2 = 3 \Rightarrow n = \pm\sqrt{3}$

Bài 4:



a) xét nửa đường tròn (O) có góc $ACB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \angle BCD = 90^\circ \text{ (Kề bù với góc } \angle ACB)$$

$$\Rightarrow \text{tương tự có } \angle ADC = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ADE + \angle BCE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \text{ Mà } D \text{ và } C \text{ là hai đỉnh đối nhau của tứ giác}$$

$CHDE \Rightarrow CHDE$ nội tiếp

$$\Rightarrow \angle CHE = \angle CDE \text{ (Góc nội tiếp cùng chắn cung } CE)$$

b) Xét $\triangle BMD$ và $\triangle CMB$ có: BMD chung

$$\angle MBD = \angle MCB \text{ (Góc nội tiếp và góc giữa tiếp tuyến và dây cung chắn cung } BD)$$

$$\Rightarrow \triangle BMD \sim \triangle CMB \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{BM}{CM} = \frac{MD}{BM} \quad (\text{cạnh tương ứng})$$

$$\Rightarrow BM \cdot BM = CM \cdot MD$$

$$\Rightarrow BM^2 = CM \cdot MD$$

c) Vì 4 điểm A, C, D, B cùng thuộc nửa đường tròn (O)

Nên tứ giác $ACDB$ nội tiếp được

$$\Rightarrow \angle CDE = \angle BAC \quad (\text{Góc ngoài bằng góc trong ở đỉnh đối})$$

Mà $\angle CHE = \angle CDE$ (cmt)

$$\Rightarrow \angle CHE = \angle CAB$$

ĐỀ 46

I. Phần trắc nghiệm:

1, B 2, D 3, B 4, B 5, D 6, C

II. Phần tự luận:

Bài 1: Rút gọn $A = \frac{x^2 - 2}{x}$

b) Thay $x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}}$ vào A ta được $A = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{6 + 2\sqrt{2}}}$

c) $A = -1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ ta có: $a + b + c = 1 + 1 + (-2) = 0$
 $\Rightarrow x = 1, x = -2$

Bài 2: a) Thay $m = -3$ vào pt

b) Tính đúng delta

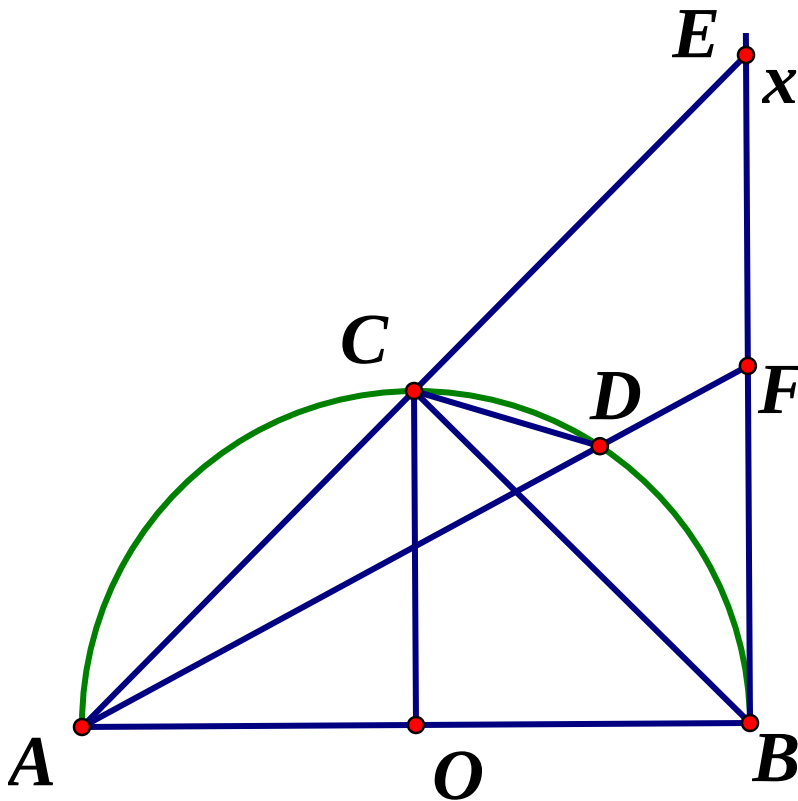
c) Tính $A = -2m$

Bài 3:

a) Vẽ đồ thị:

b) Điểm $C(-2, m)$ thuộc đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}(-2)^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$
 Vậy nếu $m = 2$ thì điểm $C(-2; m)$ thuộc (P)

Bài 4:



a) Ta có $CA = CB(gt)$ nên $sđ CA = sđ CB = 180^\circ : 2 = 90^\circ$

$CAB = \frac{1}{2} sđ CB = \frac{1}{2} . 90^\circ = 45^\circ$ (CAB là góc nội tiếp chắn cung CB) $\Rightarrow E = 45^\circ$

Tam giác ABE có $ABE = 90^\circ$ (Tính chất tiếp tuyến) và

$CAB = E = 45^\circ$ Nên tam giác ABE vuông cân tại B

b) $\triangle ABF$ và $\triangle DBF$ là hai tam giác vuông ($ABF = 90^\circ$ Theo CM trên

$ADB = 90^\circ$ do là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $BDF = 90^\circ$) có chung góc AFB nên $\triangle ABF \sim \triangle BDF$

$$\Rightarrow \frac{FA}{FB} = \frac{FB}{FD} \text{ hay } FB^2 = FD.FA$$

c) Ta có $CDA = \frac{1}{2} sđ CA = \frac{1}{2} . 90^\circ = 45^\circ$

$CDF + CDA = 180^\circ$ (hai góc kề bù) do đó

$$CDF = 180^\circ - CDA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Tứ giác $CDEF$ có $CDF + CEF = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

Nên tứ giác $CDEF$ nội tiếp được.

Bài 5 : Đặt $\sqrt{x} = a, \sqrt{y} = b$ với $a, b \geq 0$

Ta có :

$$P = a^2 - 2ab + 3b^2 - 2a + 2009,5 = a^2 - 2(b+1)a + 3b^2 + 2009,5$$

$$= a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2008,5$$

$$= (a - b - 1)^2 + 2(b - b) + 2008,5$$

$$= (a - b - 1)^2 + 2\left(b^2 - b + \frac{1}{4}\right) + 2008,5 - \frac{1}{2}$$

$$= (a - b - 1)^2 + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + 2008 \geq 2008$$

$$\forall (a - b - 1)^2 \geq 0 \text{ và } 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b$$

$$P = 2009 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{TM DK})$$

$$2008 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{y} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow y = \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy P đạt GTNN là

ĐỀ 47

Câu 1: Nghiệm tổng quát.

$$1) 3x + y = 5 \Rightarrow x = t; y = 5 - 3t (t \in \mathbb{R})$$

$$2) 7x + 0y = 21 \Rightarrow x = 3; y = t (t \in \mathbb{R})$$

Câu 2 :

$$1) \begin{cases} 5x + 2y = 12 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 \cdot 2 - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (2; 2)$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 - 2y = 10 \\ 6x^2 + 9y = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11y = 44 \\ 3x^2 - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ 3x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $(x, y) = \left\{ (\sqrt{3}; 4); (-\sqrt{3}; 4) \right\}$

Câu 3 : Để hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + by = -4 \\ bx - ay = -5 \end{cases}$ nhận $(1; -2)$ làm nghiệm thì.

$$\begin{cases} 2 - 2b = -4 \\ b + 2a = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -4 \end{cases} \text{ Vậy } a = -4; b = 3$$

Câu 4 : Gọi x, y (chiếc) lần lượt là số áo của tổ thứ nhất và tổ thứ hai một ngày may

được $(x, y \in \mathbb{N}^*)$ Theo đề bài ta có hệ: $\begin{cases} 3x + 5y = 1310 \\ x - y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 170 \\ y = 160 \end{cases}$

Vậy 1 ngày, tổ I: 170 chiếc áo

Tổ II: 160 chiếc áo

Câu 5 :

1) Ta có $\angle AEH = \angle AFH = 90^\circ$, do đó $\angle AEH + \angle AFH = 180^\circ$
 $\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp $\angle AEB = \angle ADB = 90^\circ \Rightarrow E, D$ cùng nhìn cạnh AB dưới một góc vuông $\Rightarrow AEDB$ Là tứ giác nội tiếp.

2) Ta có $\angle ACK = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn $\frac{1}{2}$ đường tròn)
 Xét $\triangle ADB$ VÀ $\triangle ACK$ đều vậy có: $\angle ADB = \angle ACK$ (Cùng chắn

$$\widehat{AC}) \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AKC (g - g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB \cdot AC = AK \cdot AD$$

$$\Rightarrow AB \cdot AC = 2R \cdot AD$$

3) Vẽ tiếp tuyến xy tại C của (O) Ta có $OC \perp Cx$ (1)
 Mặt khác $AEDB$ nội tiếp $\Rightarrow \angle ABC = \angle DEC$ mà $\angle ABC = \angle ACx$
 $\Rightarrow \angle ACx = \angle DEC \Rightarrow Cx \parallel DE$ (2) từ (1) và (2) $\Rightarrow OC \perp DE$

ĐỀ 48

Bài 1.

- Góc ở tâm là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn, 2 cạnh là 2 bán kính
- Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn, hai cạnh là hai dây cung.

Bài 2.

$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \text{ Vậy } (x; y) = (2; -3)$$

Bài 3.

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 1) - (x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad S = \left\{ 1; \frac{1}{3} \right\}$$

Bài 4.

a) Đồ thị $y = ax^2$ qua $A(1; 2) \Rightarrow 2 = a \cdot 1^2 \Rightarrow a = 2$

b) Học sinh tự vẽ đồ thị

Bài 5.

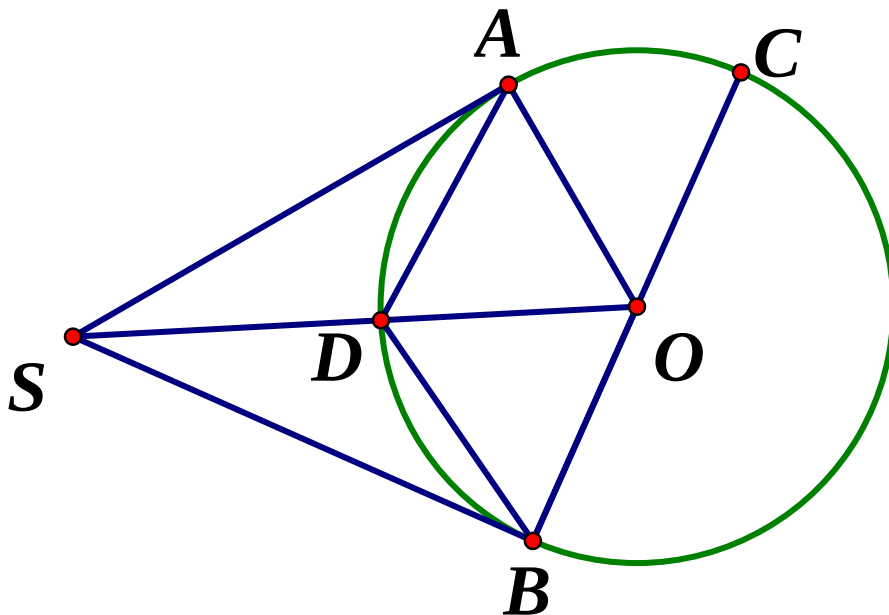
Gọi a là số hàng chục, b là số hàng đơn vị ($a, b \in \mathbb{N}^*, a < b < 10$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} 2a - b = -1 \\ \overline{ba} - \overline{ab} = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -1 \\ -a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy số cần tìm là 37

Bài 6.



a) Ta có: OS là tia phân giác $\angle AOB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)
 $\Rightarrow \angle BOS = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$

Mặt khác $\angle BCA = \frac{1}{2} \cdot \angle AOB = 60^\circ$ (cùng chắn cung AB)
 $\Rightarrow \angle BCA = \angle BOS$ (đồng vị) $\Rightarrow OS \parallel AC$

b) ΔBOD có $OB = OD (=R)$ và $\angle BOD = 60^\circ$ nên ΔBOD đều

Do đó: $OB = BD = R$

Tương tự ta có: $OA = AD = R$

$\Rightarrow OA = OB = BD = AD = R$

Vậy tứ giác $AOBD$ là hình thoi

ĐỀ 49

Câu 1.

$$\begin{aligned} a) P &= \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix} \\ &= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{x - 1}{x} \end{aligned}$$

$$b) x = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \text{ (tmdk)}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{2}{2 - \sqrt{3}} - 1}{\frac{2}{2 - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$c) P > 1 \Leftrightarrow \frac{x - 1}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x - 1) - x}{2x} > 0 \Leftrightarrow 2(x - 1) - x > 0 \Leftrightarrow x > 2 \text{ (tmdk)}$$

Vậy $x > 2$

Câu 2.

Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng ($0 < b < a < 36$)

$$\text{Theo bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 36 \\ 3x + 2y = 97 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 11 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy chiều dài: $25m$, chiều rộng: $11m$

Câu 3.

$$a) \text{ Khi } m = 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ 3x + 6y = 9m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7m + 1 \\ 3x - y = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = m + 1 \\ x = m \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 5 \Leftrightarrow m^2 + (m+1)^2 = 5 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

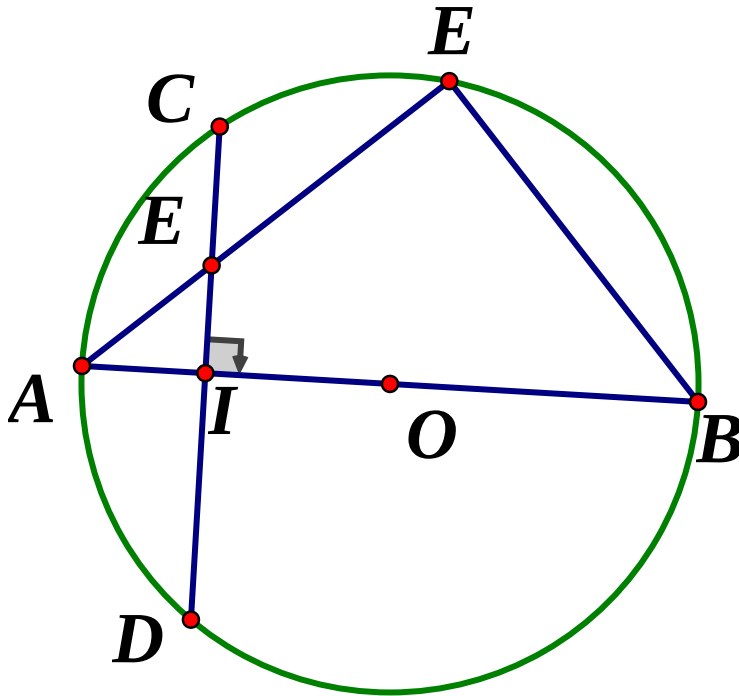
Câu 4.

$$y = (a - 2b)x + b \quad (d)$$

(d) qua $A(1; 2), B(-4; -3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a - 2b) \cdot 1 + b = 2 \\ (a - 2b) \cdot (-4) + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 5.



- a) Xét tứ giác $BEFI$ có:
 $\angle BEI + \angle BFI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BEFI$ là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh được : $\Delta IAC \sim \Delta IDB$
 $\Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{ID}{IB} \Rightarrow IA \cdot IB = IC \cdot ID$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông:
 $\Rightarrow AE \cdot AF = AD \cdot AB$ mà $AD \cdot AB = AC^2 \Rightarrow AC^2 = AE \cdot AF$

- c) Theo câu b, $\angle ACF = \angle AEC \Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF (1)

Mặt khác $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AC \perp CB$ (2)

Từ (1), (2) suy ra CB chứa đường kính của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF , mà CB cố định nên tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCEF thuộc CB cố định khi E thay đổi trên cung BC

Câu 6.

Ta có:

$$\frac{a}{4} + b \geq 2\sqrt{\frac{ab}{4}} = \sqrt{ab}, \frac{a}{4} + c \geq \sqrt{ac}; \frac{a}{4} + d \geq \sqrt{ad}; \frac{a}{4} + e \geq \sqrt{ae}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} \cdot 4 + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$$

$$\Leftrightarrow a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{4} = b = c = d = e$

ĐỀ 50

Câu 1.

$$\begin{aligned} a) P &= \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \quad \left(\begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right) \\ &= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{x - 1}{x} \end{aligned}$$

$$b) x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} (tm)$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{2}{2 + \sqrt{3}} - 1}{\frac{2}{2 + \sqrt{3}}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$c) P < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x - 1}{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2x - 2 - x}{2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{x - 2}{2x} < 0$$

$$\text{Do } x > 0 \Rightarrow 2x > 0 \Rightarrow x - 2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$$

Vậy $0 < x < 2$ và $x \neq 1$

Câu 2.

Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng (đơn vị: $cm, 0 < x < y < 36$)

$$\Rightarrow \text{ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 36 \\ 2x + 3y = 88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 16 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài là 20m, chiều rộng là 16m

Câu 3.

$$a) \text{ Khi } m = 2, \text{ hệ phương trình thành } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

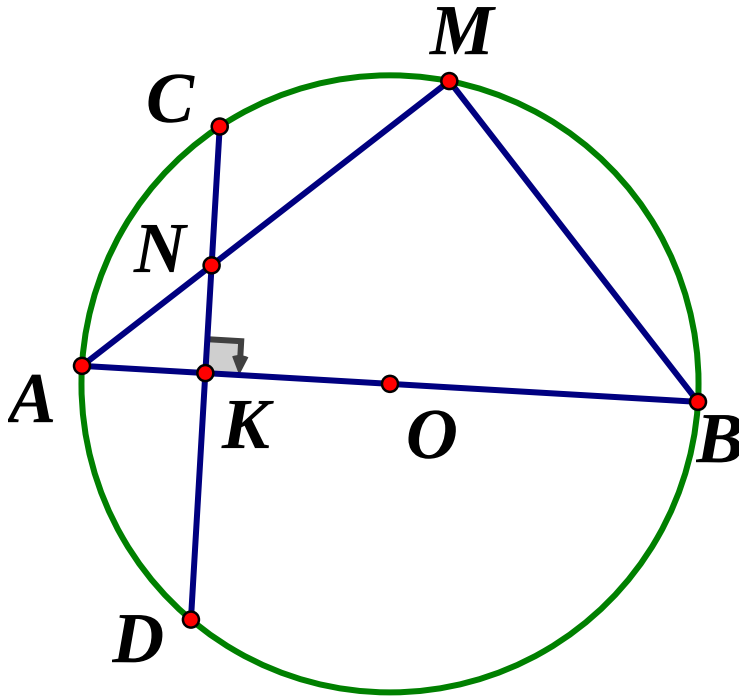
$$b) \begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 4m - 2 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7m \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2 + (m+1)^2 = 13 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$$

Câu 4.

$$(d): y = (a - 2b)x + b \text{ qua } A(1;0), B(-2;3) \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ -2a + 5b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 5.



a) $CD \perp AB$ tại K $\Rightarrow \angle BKN = 90^\circ$ và $\angle BMN = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle BMN + \angle BKN = 180^\circ \Rightarrow BMNK$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle AKD$ và $\triangle CKB$ có: $\angle K_1 = \angle K_2 = 90^\circ$

và $\angle ADC = \angle ABC$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$)

$$\Rightarrow \triangle AKD \sim \triangle CKB (g - g) \Rightarrow \frac{KA}{KD} = \frac{KC}{KB} \Rightarrow KA \cdot KB = KC \cdot KD$$

Xét $\triangle ACN$ và $\triangle AMC$ có: $\angle CAM$ chung; $\angle C = \angle M$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{AC}$)

$$\Rightarrow \triangle ACN \sim \triangle AMC \Rightarrow \frac{AC}{AN} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AC^2 = AM \cdot AN$$

c) Ta có: $\angle ACN = \angle CMN \Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN

Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle CMN$

$\Rightarrow O'C \perp CA$ và $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow AC \perp O'B \Rightarrow C, B, O'$ thẳng hàng nên $O' \in CB$ cố định. Vậy khi M chuyển động đi qua O' cố định.

Câu 6. Ta có:

$$\frac{a}{4} + b \geq \sqrt{ab}; \frac{a}{4} + c \geq \sqrt{ac}; \frac{a}{4} + d \geq \sqrt{ad}; \frac{a}{4} + e \geq \sqrt{ae}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} \cdot 4 + b + c + d + e \geq \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{ae}$$

$$\Leftrightarrow a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{a}{4} = b = c = d = e$

ĐỀ 51

I/ Trắc nghiệm:

1B 2A 3D 4C

5/ 1) S 2) Đ 3) Đ 4) S

II/Tự luận:

$$3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} =1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Câu 1: a)

$$\begin{cases} -x + 2y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 4 \end{cases}$$

Câu 2: a) $x^2 - 2mx + m^2 - m - 2 = 0$

a) Để pt có 2 nghiệm phân biệt trái dấu. $\Rightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$

b) Với $-1 \leq m \leq 2$ áp dụng viet $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - m - 2 \end{cases}$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 = 4 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4$

Hay $2^2 - 2(m^2 - m - 2) = 4 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Câu 3: Gọi a là chiều dài ($a > 0$) \Rightarrow chiều rộng: a theo đề ta có pt:

$$\left(\frac{360}{a} + 2\right)(a - 6) = 360 \Leftrightarrow 360 + 2a - \frac{2160}{a} - 12 = 360$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 - 12a - 2160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 36 \\ a = -36(\text{ktm}) \end{cases}$$

\Rightarrow chiều dài : $36m$, chiều rộng : $10m$

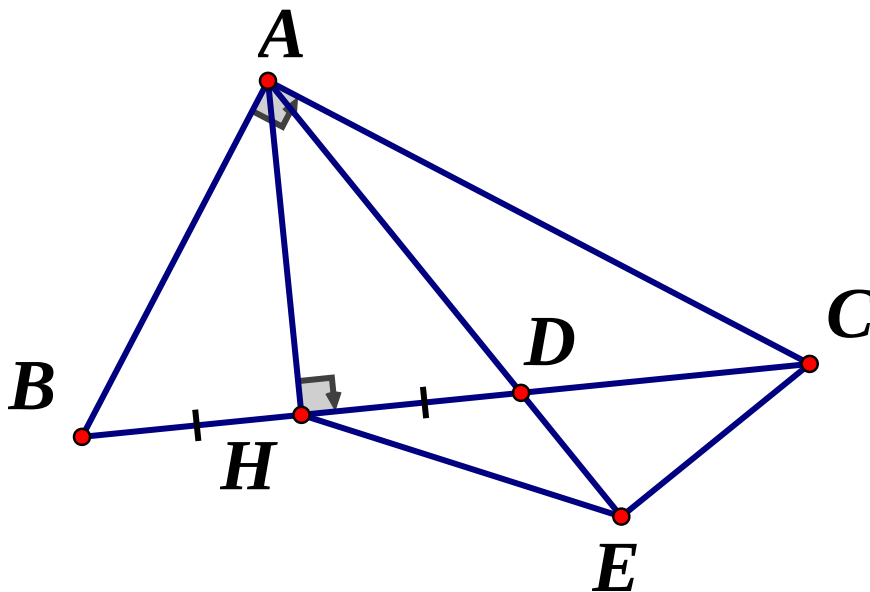
Câu 4: Ta có phương trình hoành độ giao điểm.

$$\Leftrightarrow \Delta = 0$$

$x^2 - kx + 4 = 0$ để (P) và (d) tiếp xúc nhau $\Leftrightarrow k^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow k = \pm 4$

Khi đó tọa độ giao điểm: $(-2; 4)$ hoặc $(2; 4)$

Câu 5 :



a) Xét tứ giác $AHEC$ có $\angle AHC = \angle AEC = 90^\circ \Rightarrow AHEC$ Là tứ giác nội tiếp

b/ Ta có $\angle BAH = \angle ACB$ (1) (Cùng phụ với $\angle B$)

Mà $\triangle AHB = \triangle AHD$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle BAH = \angle HAD$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \angle ACB = \angle HAD$ (3)

Mà $\angle HAD = \angle BCE$ (4) (Cùng chắn cung HE)

Từ (3), (4) $\Rightarrow \angle ACB = \angle BCE \Rightarrow CB$ là tia phân giác của $\angle ACE$

ĐỀ 52

Câu I.

$$a) Q = \frac{3 - \sqrt{16}}{\sqrt{16} + 2} + 1 = \frac{3 - 4}{4 + 2} + 1 = \frac{5}{6}$$

$$b) P = \frac{x+12}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{4}{\sqrt{x}-2} \begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$= \frac{x+12 + \sqrt{x} - 2 - 4(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x + \sqrt{x} + 10 - 4\sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

$$c) \frac{Q}{P} = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{6} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = 1 \Leftrightarrow \frac{5(\sqrt{x}+2)}{6(\sqrt{x}-1)} = 1$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{x} + 10 = 6\sqrt{x} - 6 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 16 \Rightarrow x = 256(tm)$$

$$\text{Vậy } x = 256 \text{ thì } \frac{Q}{P} = 1$$

Câu II.

$$a) x^2 - 3x - 7 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-7) = 37 > 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$b) 4x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$c) 2x^2 - 5x + 7 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = -31 < 0$$

\Rightarrow Phương trình vô nghiệm

$$d) \begin{cases} x^2 + x(y-3) + 2 - y = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 = 2 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x(y - 3) + 3 - y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1) + (y - 3)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x + 1 + y - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - x \end{cases}$$

Với $x = 1 \Rightarrow (2) \Leftrightarrow 1 + y^2 = 2 \Leftrightarrow y = \pm 1$

Với $y = 2 - x$, thay vào (2) được :

$$x + (2 - x)^2 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1$$

Vậy $(x; y) \in \{(1; 1); (1; -1)\}$

Câu III.

a) Để $(d): y = kx + 2$ tiếp xúc (P) thì phương trình hoành độ giao điểm
 $-2x^2 = kx + 2$ có $\Delta = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + kx + 2 = 0 \text{ có } \Delta = 0 \Leftrightarrow k^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow k = \pm 4$$

b) Giả sử $E(m; m^2 + 1) \in (P)$

$$\Rightarrow m^2 + 1 = -2m^2 \Leftrightarrow -m^2 = 1 \text{ (Vô lý)}. \text{ Vậy } E \notin P$$

Câu IV.

Gọi x, y là số tấn cá đội I, II đánh bắt trong quý I năm 2016 ($0 < x, y < 360$)

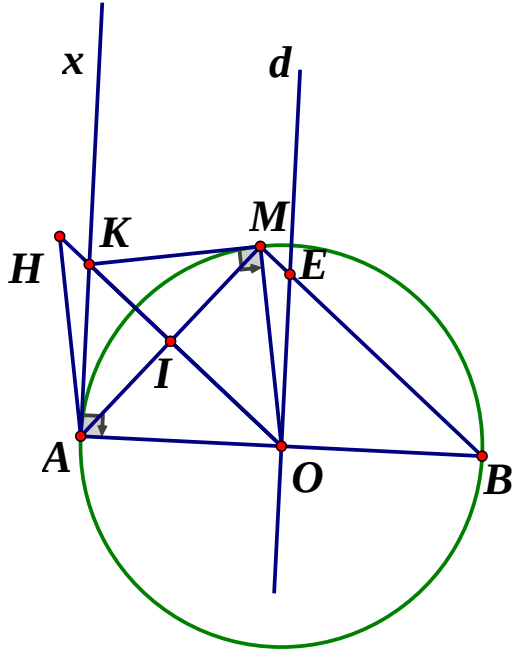
Theo bài, ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 360 \\ 1,1x + 1,08y = 393 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 210 \\ y = 150 \end{cases} (tm)$$

Vậy năm 2016, đội I: 210 tấn, đội II: 150 tấn

Năm 2017, đội I: 231 tấn, đội II: 162 tấn

Câu V.



- a) KA, KM là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \angle OAK = \angle OMK = 90^\circ$
 $\Rightarrow KAOM$ là tứ giác nội tiếp
- b) OK cắt AM tại I . Ta có: $KA = KM, OA = OM \Rightarrow OK$ là đường trung trực của $AM \Rightarrow OK \perp AM$ tại I là trung điểm của AM
 $\Rightarrow \Delta OAK$ vuông tại A có $OI = OK$
 $\Rightarrow OI \cdot OK = OA^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)
- c) $\left. \begin{array}{l} MH \perp AK \\ OA \perp AK \end{array} \right\} \Rightarrow MH \parallel OA(2)$
- $\Rightarrow H$ là trực tâm ΔKMA nên $AH \perp KM$ và $OM \perp KM$
 $\Rightarrow AH \parallel OM$ (1)

Từ (1) và (2) suy ra $AHMO$ là hình bình hành mà $HO \perp MA (OK \perp AM)$
 $\Rightarrow AHMO$ là hình thoi nên $AH = AO = R$
 $\Rightarrow H \in$ đường tròn $(A; R)$ cố định

Vậy khi K chuyển động trên Ax thì quỹ tích điểm H là đường tròn $(A; R)$

ĐỀ 54

Bài 1.

$$\begin{aligned}
 a) A &= \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2} \\
 &= (x^2 + x + 1 + x)(x^2 - x + 1 - x) \cdot \frac{x^2 - 2}{x(1 - x)^2 \cdot (1 + x)^2} \\
 &= (1 + x)^2 \cdot (1 - x)^2 \cdot \frac{x^2 - 2}{x(1 - x)^2 \cdot (1 + x)^2} = \frac{x^2 - 2}{x}
 \end{aligned}$$

$$b) \text{ Thay } x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}} \Rightarrow A = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{6 + 2\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{\sqrt{3 + \sqrt{2}}}$$

$$c) A = -1 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bài 2.

Gọi $x(km)$ là quãng đường $AB (x > 15) \Rightarrow$ quãng đường $BC : x - 15$

$4h45' = \frac{19}{4}h$ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{40} + \frac{x - 15}{30} = \frac{19}{4} \Leftrightarrow x = 90(tm)$$

Vậy quãng đường $AB : 90km$, quãng đường $BC : 75km$

Bài 3.

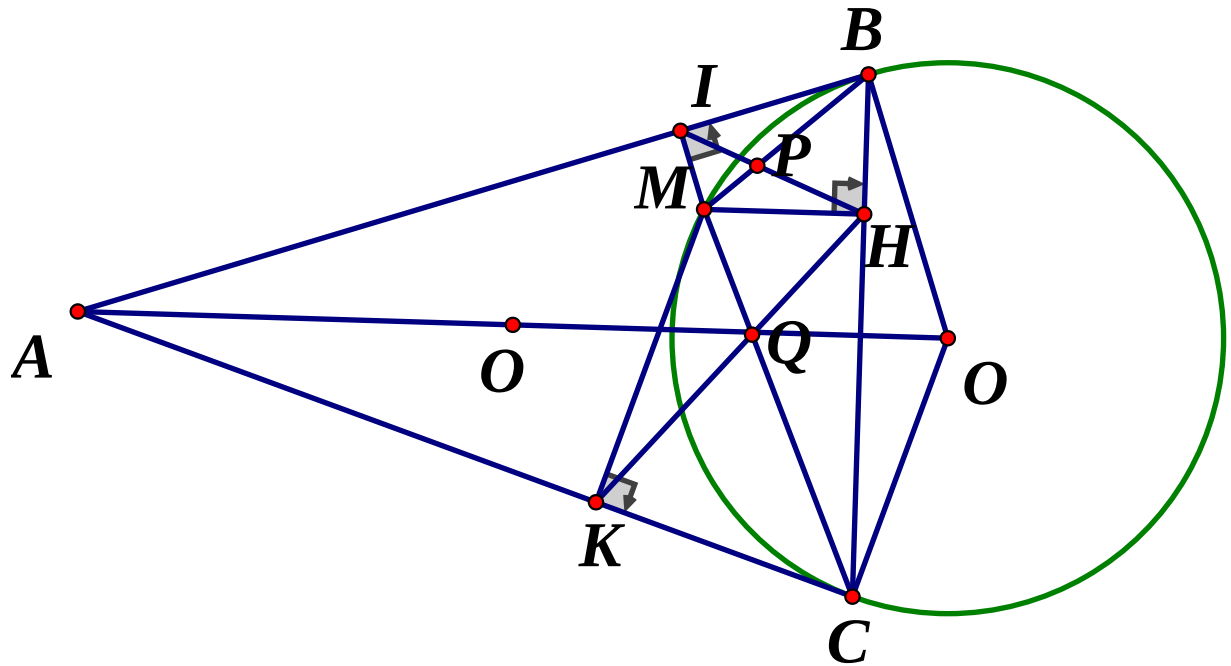
a) Học sinh tự vẽ

$$b) C(-2; m) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = m \Leftrightarrow m = 2$$

$$c) 1) \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ y = \frac{7 - x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (x + 3)(y - 1) = xy + 2 \\ (x - 1)(y + 3) = xy - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Bài 4.



a) Vì $MI \perp AB(gt) \Rightarrow \angle BIM = 90^\circ$
 $MH \perp BC(gt) \Rightarrow \angle BHM = 90^\circ$

Ta có : $\angle BIM + \angle BHM = 180^\circ \Rightarrow BIMH$ là tứ giác nội tiếp

b) Vì tứ giác $BIMH$ nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle MIH = \angle MBH$ (1)

Trong $(O), \angle MBH = \angle MCK$ (cùng chắn cung MC) (2)

Chứng minh tương tự $\Rightarrow CKMH$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle MCK = \angle MHK$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\angle MIH = \angle MHK$ (4)

Chứng minh tương tự ta có : $\angle MKH = \angle MHI$ (5)

Từ (4), (5) suy ra $\triangle MIH \sim \triangle MHK(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{MH}{MK} = \frac{MI}{MH} \Rightarrow MH^2 = MI \cdot MK$$

c) Chứng minh : $\angle MHK = \angle MCK = \angle MBC$

Chứng minh được : $\angle IHM = \angle IBM = \angle MCB$

$$\Rightarrow \angle MHK + \angle IHM = \angle MCK + \angle MCB$$

$$\Rightarrow \angle BMC + \angle MHK + \angle IHM = \angle BMC + \angle MCK + \angle MCB = 180^\circ$$

Hay $\angle PMQ + \angle PHQ = 180^\circ \Rightarrow MPHQ$ là tứ giác nội tiếp

Bài 5.

$$P = \left(x + \frac{ab}{x} \right) + a + b$$

$$\Rightarrow P \geq 2\sqrt{ab} + a + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{ab}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt{ab} \\ x > 0 \end{cases}$$

Dấu "=" xảy ra

$$\text{Vậy } \text{Min}P = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{ab}$$

ĐỀ 55

Bài 1.

- Góc ở tâm là góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn, 2 cạnh là 2 bán kính
- Góc nội tiếp là góc có đỉnh nằm trên đường tròn, hai cạnh là hai dây cung.

Bài 2.

$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \text{ . Vậy } (x; y) = (2; -3)$$

Bài 3.

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 1) - (x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad S = \left\{ 1; \frac{1}{3} \right\}$$

Bài 4.

- c) Đồ thị $y = ax^2$ qua $A(1; 2) \Rightarrow 2 = a \cdot 1^2 \Rightarrow a = 2$
 d) Học sinh tự vẽ đồ thị

Bài 5.

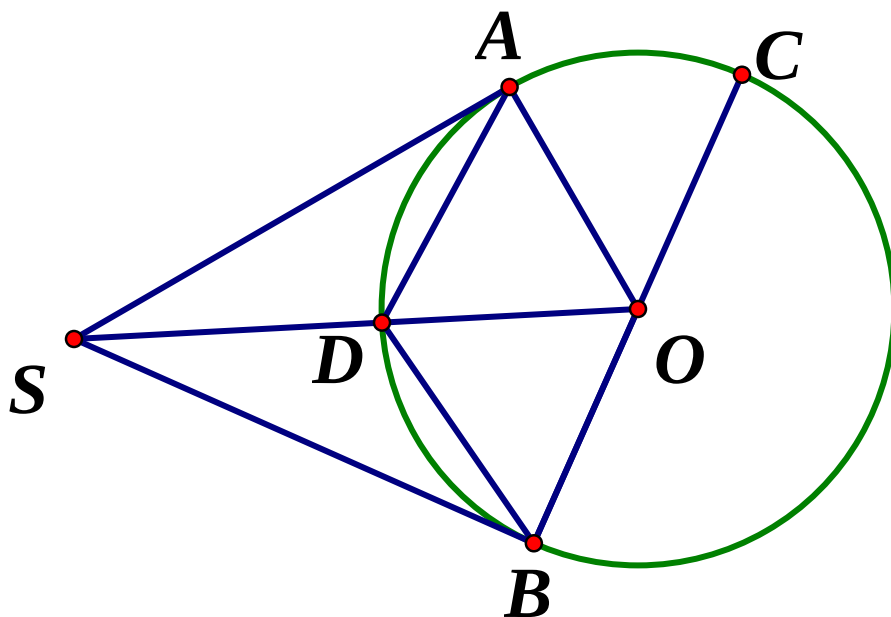
Gọi a là số hàng chục, b là số hàng đơn vị ($a, b \in \mathbb{N}^*, a < b < 10$)

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} 2a - b = -1 \\ \overline{ba} - \overline{ab} = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -1 \\ -a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} (tm)$$

Vậy số cần tìm là 37

Bài 6.



a) Ta có: OS là tia phân giác $\angle AOB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)
 $\Rightarrow \angle BOS = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$

Mặt khác $\angle BCA = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$ (cùng chắn cung AB)
 $\Rightarrow \angle BCA = \angle BOS$ (đồng vị) $\Rightarrow OS \parallel AC$

b) $\triangle BOD$ có $OB = OD (=R)$ và $\angle BOD = 60^\circ$ nên $\triangle BOD$ đều

Do đó: $OB = BD = R$

Tương tự ta có: $OA = AD = R$

$\Rightarrow OA = OB = BD = AD = R$

Vậy tứ giác $AOBD$ là hình thoi

ĐỀ 56

Câu 1.

$$1) a) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 10 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 5 \end{cases}$$

2) $3x^2 - 4x + 1 = 0$ có $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân

$$\text{biệt } \begin{cases} x_1 = \frac{4 + \sqrt{4}}{6} = 1 \\ x_2 = \frac{4 - \sqrt{4}}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Câu 2.

1) Gọi x, y là số ngày người thứ nhất và thứ hai xong việc

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{9}{x} + \frac{1}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Theo bài ta có hệ phương trình :

Vậy người 1: 12 ngày, người 2: 6 ngày.

Câu 3.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx + 2x = 3 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x = 3 \text{ (1)} \\ 2x - y = -2 \end{cases}$$

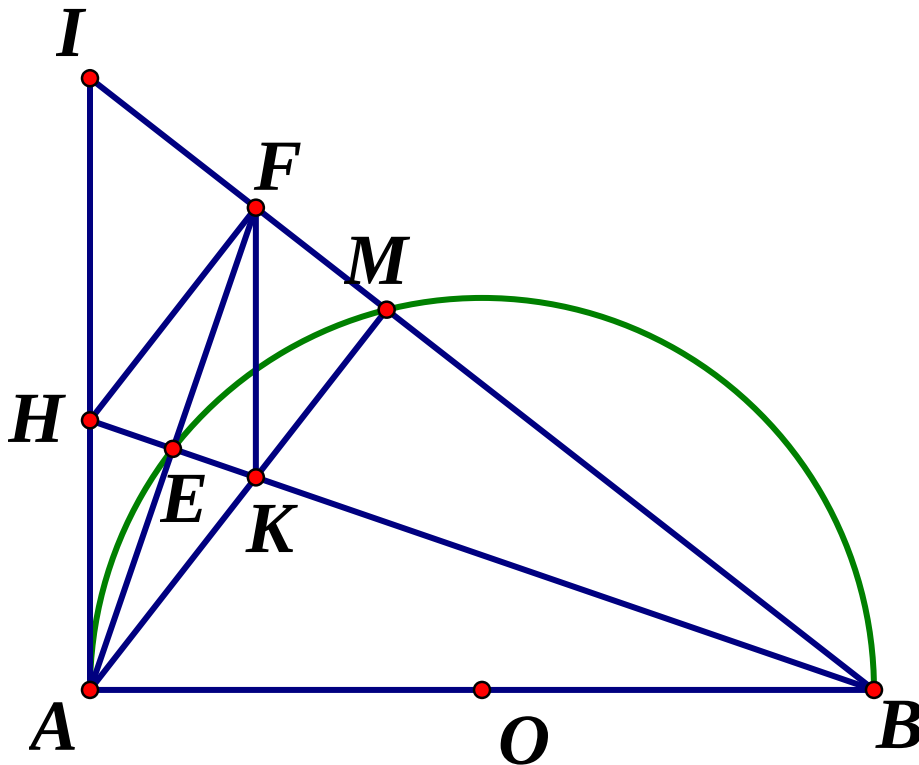
Hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow PT(1)$ có nghiệm duy nhất
 $\Leftrightarrow m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{m+2} \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{m+2} \\ y = \frac{10+2m}{2+m} \end{cases}$$

Khi đó hpt

Thay vào hệ thức và kết luận

Câu 4.



1) Tứ giác $AEMB$ nội tiếp vì $\angle AEB = \angle AMB = 90^\circ$

Ax là tiếp tuyến tại A của đường tròn $(O) \Rightarrow Ax \perp AB$

$\angle AMB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \angle AMB = 90^\circ$

$\triangle ABI$ là tam giác vuông tại A có đường cao $AM \Rightarrow AI^2 = IM \cdot IB$

2) $\angle IAF$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung AE nên $\angle FAM$ là góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{EM}$

Ta có: AF là tia phân giác của $\angle IAM \Rightarrow \angle IAF = \angle FAM \Rightarrow \overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{EM}$

Lại có: $\angle ABH$ và $\angle HBI$ là hai góc nội tiếp lần lượt chắn $\overset{\frown}{AE}$ và $\overset{\frown}{EM}$

$\Rightarrow \angle ABH = \angle HBI \Rightarrow BE$ là đường phân giác của $\triangle BAF$

$\angle AEB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn $\Rightarrow \angle AEB = 90^\circ \Rightarrow BE \perp AF \Rightarrow BE$ là đường cao của $\triangle BAF$

$\Rightarrow \triangle BAF$ là tam giác cân tại B (BE vừa là đường cao vừa là đường phân giác)

3) $\triangle BAF$ cân tại B, BE là đường cao $\Rightarrow BE$ là đường trung trực của AF

$\Rightarrow H, F \in BE \Rightarrow AK = KF, AH = HF$ (1)

AF là tia phân giác của $\angle IAM$ và $BE \perp AF \Rightarrow \Delta AHK$ có AE vừa là đường cao, vừa là đường phân giác $\Rightarrow \Delta AHK$ cân tại $A \Rightarrow AH = AK$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AK = KF = AH = HF \Rightarrow AKFH$ là hình thoi

Câu 5.

Biểu thức $P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1$ ($a, b \geq 0$). Ta có:

$$3P = 3a - 6\sqrt{ab} + 9b - 6\sqrt{a} + 3 \Rightarrow 3P = a - 6\sqrt{ab} + 9b + 2a - 6\sqrt{a} + 3$$

$$\Rightarrow 3P = (a - 6\sqrt{ab} + 9b) + 2\left(a - 3\sqrt{a} + \frac{9}{4}\right) + 3 - \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 3P = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2 + 2\left(\sqrt{a} - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \geq -\frac{3}{2} \quad (\text{với mọi } a, b \geq 0)$$

$$\Rightarrow P \geq -\frac{1}{2} \quad (\text{với mọi } a, b \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a} - 3\sqrt{b} = 0 \\ \sqrt{a} - \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \quad (\text{tmdk})$$

Dấu "=" xảy ra

$$\text{Min} A = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy

ĐỀ 57

Bài 1.

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-2} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=1 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$$

Bài 2. Gọi x, y là số sản phẩm được giao của tổ 1, 2 ($0 < x, y < 600, x, y \in \mathbb{N}$)

$$\text{Theo bài ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} \quad (\text{tm})$$

Vậy tổ 1: 200 sản phẩm. tổ 2: 400 sản phẩm

Bài 3.

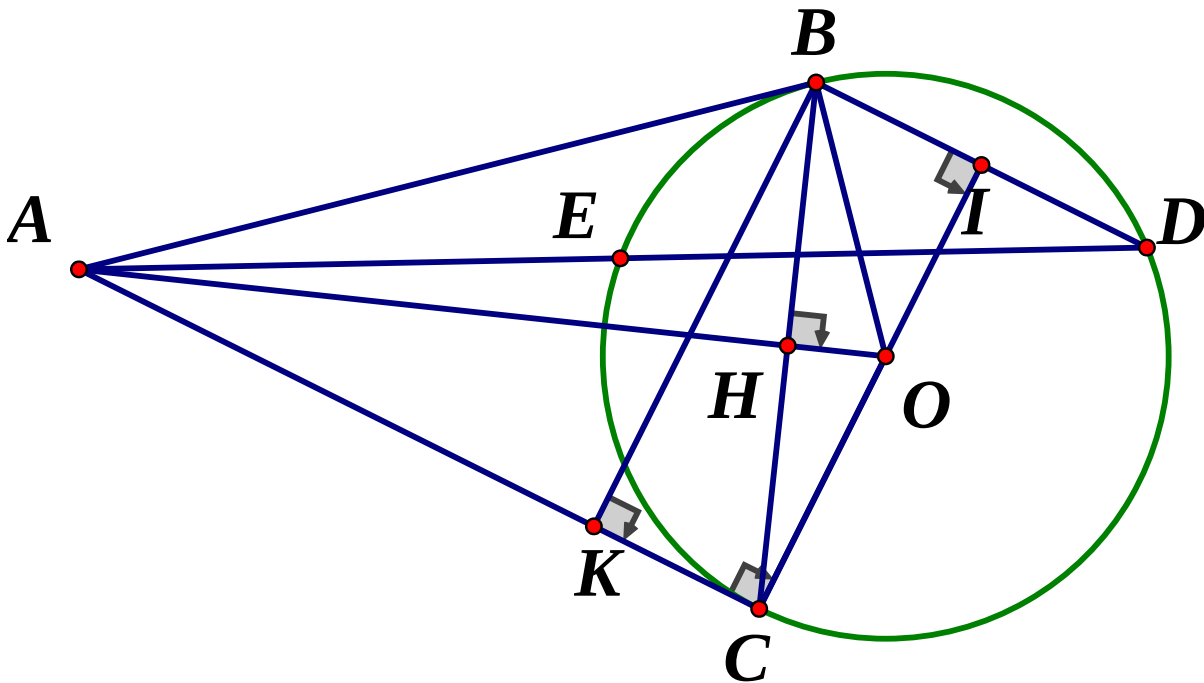
a) Học sinh tự vẽ

b) $x_A = -1 \Rightarrow y_A = 2; x_B = 2 \Rightarrow y_B = 8$

Phương trình AB có dạng $y = ax + b$ qua hai điểm $A(-1; 2), B(2; 8)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} . \text{ Vậy phương trình } (d): y = 2x + 4$$

Bài 4.



a) $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$ (AB, AC là hai tiếp tuyến)
 $\Rightarrow \angle OBA + \angle OCA = 180^\circ \Rightarrow OBAC$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle OEB$ và $\triangle OBD$ có: $\angle EBA = \angle BDA$ (cùng chắn cung BE)
 $\angle DAB$ chung $\Rightarrow \triangle EBA \sim \triangle BDA$ (g - g) $\Rightarrow \frac{EA}{BA} = \frac{BA}{DA} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD$ (đpcm)

c) Gọi I là giao điểm của CO và BD
 $BD \parallel CA, CO \perp AC \Rightarrow BD \perp CI$
 Xét $\triangle OBD$ cân tại O có đường cao $OI \Rightarrow OI$ cũng là đường trung trực của đoạn BD
 $\Rightarrow CB = CD \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{DC} \Rightarrow \angle BDC = \angle DBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau)

Lại có : $\angle DEC = \angle DBC \Rightarrow \angle DEC = \angle BDC$ (3)

Tứ giác $CEDB$ nội tiếp đường tròn (O) nên $\angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$
 $\Rightarrow \angle BEC = 180^\circ - \angle BDC$ (1)

Mà $\angle DEC + \angle CEA = 180^\circ \Rightarrow \angle CEA = 180^\circ - \angle DEC$ (2)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\angle BEC = \angle CEA$ (đpcm)

d) Gọi H là giao điểm của BC và OA . K là hình chiếu của B lên CA
Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle OBA$ vuông tại B ta có:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2 \Rightarrow AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = 2R\sqrt{2}$$

Áp dụng hệ thức lượng vào $\triangle OBA$ vuông tại B, đường cao BH ta có :

$$\begin{cases} AB^2 = AH \cdot AO \\ BH \cdot AO = OB \cdot BA \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{AB^2}{AO} \\ BH = \frac{OB \cdot BA}{AO} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{(2\sqrt{2}R)^2}{3R} = \frac{8R}{3} \\ BH = \frac{R \cdot 2\sqrt{2}R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}}{3}R \end{cases}$$

Dễ dàng chứng minh $BH = CH$

$$\Rightarrow 2BH = \frac{4\sqrt{2}}{3}R \quad \text{và} \quad AC = AB = 2\sqrt{2}R.$$

Trong tam giác ABC có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}BK \cdot AC \Rightarrow BK = \frac{BC \cdot AH}{AC} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}R \cdot \frac{8}{3}R}{2\sqrt{2}R} = \frac{16}{9}R$$

Vậy khoảng cách từ B đến AC là $\frac{16}{9}R$

Bài 5.

$$\begin{aligned}
x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} &= x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2} \\
\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2018(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + x + 2}) &= 0 \\
\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2018 \cdot \frac{[2x^2 + 1 - x^2 - x - 2]}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} &= 0 \\
\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2018 \cdot \frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} &= 0 \\
\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ 1 + \frac{2018}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} > 0 \text{ (VN)} \end{cases} \\
S = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}
\end{aligned}$$

Vậy

ĐỀ 59

Bài 1.

$$\begin{aligned}
a) \begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x - y = 8 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{22}{7} \\ y = \frac{10}{7} \end{cases} & b) x^2 - 4x + 4 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}
\end{aligned}$$

Bài 2.

c) Học sinh tự vẽ

d) Ta có phương trình hoành độ giao điểm (P) và (d)

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ (P), (d) là (2; 4), (-1; 1)

Bài 3.

Gọi x (km) là quãng đường AB, y (km/h) là vận tốc dự định ($x, y > 0$)

$1h24' = \frac{7}{5}h$. Theo bài ta có:

$$(y+10)\left(\frac{x}{y}-\frac{7}{5}\right)=x \Leftrightarrow x+10\frac{x}{y}-\frac{7}{5}y-14=x \Leftrightarrow 10\frac{x}{y}-\frac{7}{5}y=14 \quad (1)$$

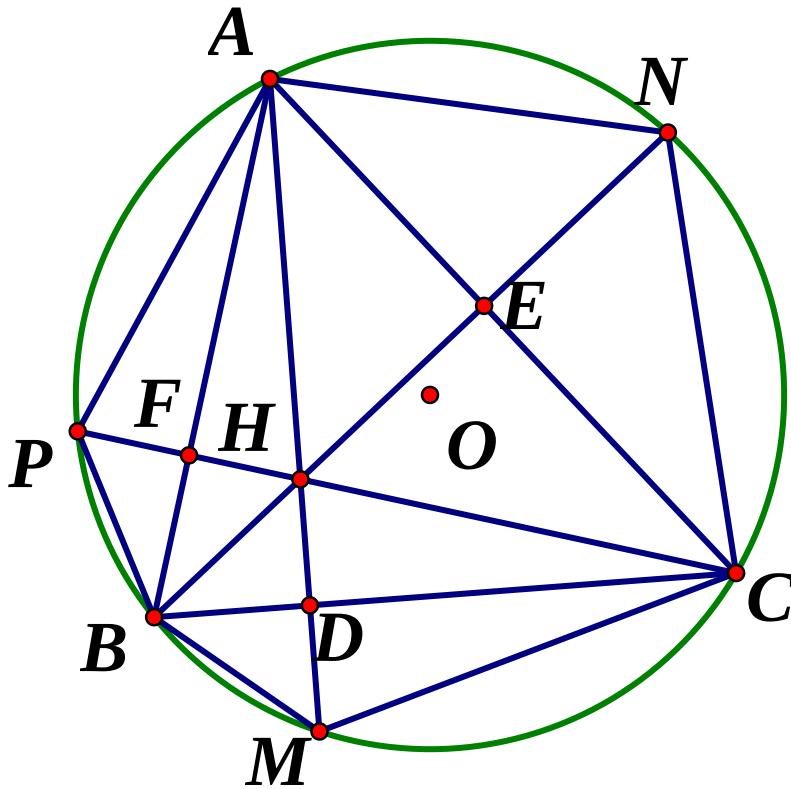
$$(y-5)\left(\frac{x}{y}+1\right)=x \Leftrightarrow x-5\frac{x}{y}+y-5=0 \Leftrightarrow -5\frac{x}{y}+y=5 \quad (2)$$

$$\begin{cases} 10\frac{x}{y}-\frac{7}{5}y=14 \\ -5\frac{x}{y}+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=280 \\ y=40 \end{cases} (tm)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ :

Vậy $AB=280km$, vận tốc dự định: $40km/h$

Bài 4.



d) Xét tứ giác $CEHD$ có:

$\angle CEH = 90^\circ$ (BE là đường cao), $\angle CDH = 90^\circ$ (AD là đường cao)

$\Rightarrow \angle CEH + \angle CDH = 180^\circ \Rightarrow CEHD$ là tứ giác nội tiếp

BE là đường cao nên $\angle BEC = 90^\circ$

CF là đường cao $\Rightarrow \angle BFC = 90^\circ$

Mà $\angle BEC, \angle BFC$ cùng nhìn BC dưới 1 góc $90^\circ \Rightarrow BCEF$ là tứ giác nội tiếp

e) *) Xét $\triangle AEH$ và $\triangle ADC$ có :
 $\angle AEH = \angle ADC = 90^\circ, \angle A_{\text{chung}} \Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle ADC (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AE.AC = AH.AD$$

*) Xét 2 tam giác BEC và ADC có:
 $\angle BEC = \angle ADC = 90^\circ, \angle C_{\text{chung}}$

$$\Rightarrow \triangle BEC \sim \triangle ADC (g.g) \Rightarrow \frac{BE}{AD} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow AD.BC = BE.AC$$

f) Ta có: $\angle C_1 = \angle A_1$ (cùng phụ với $\angle ABC$)
 $\angle C_2 = \angle A_1$ (cùng chắn cung BM), $\angle C_1 = \angle C_2 \Rightarrow CB$ là tia phân giác của $\angle HCM$

Lại có : $CB \perp HM \Rightarrow \triangle CHM$ cân tại C

$\Rightarrow CB$ cũng là đường trung trực của $HM \Rightarrow H, M$ đối xứng qua BC

Bài 5.

$$(m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2 = 0$$

$$\text{Có } \Delta' = (m+1)^2 - (m-1)(m-2) = m^2 + 2m + 1 - m^2 + 3m - 2 = 5m - 1$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 5m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{5}$$

ĐỀ 60

Câu 1. $2\sqrt{3} - 5\sqrt{12} + 2\sqrt{27} = -2\sqrt{3}$

Câu 2.

$$a) A = \frac{(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} \quad (x \geq 0)$$

$$= \sqrt{x}+1 - 2\sqrt{x}+2 = 3 - \sqrt{x}$$

$$b) A > 0 \Leftrightarrow 3 - \sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow x < 9$$

Vậy $0 \leq x < 9$ thì $A > 0$

Câu 3.

$$y = ax + 3 \text{ qua } (-2; 3) \Rightarrow 3 = -2a + 3 \Leftrightarrow a = 0$$

Câu 4.

$$\begin{aligned}
 a) \sqrt{10-x^2} + \sqrt{x^2+3} &= 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+3} = 5 - \sqrt{10-x^2} \\
 \Leftrightarrow x^2 + 3 &= 25 - 10\sqrt{10-x^2} + 10 - x^2 \Leftrightarrow 10\sqrt{10-x^2} = 2x^2 - 32 \\
 \Leftrightarrow 5\sqrt{10-x^2} &= x^2 - 16 \Leftrightarrow 25(10-x^2) = x^4 - 32x^2 + 256
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 7x^2 + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 6 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{6} \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - y = 7 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{7} \\ y = \frac{6}{7} \end{cases}$$

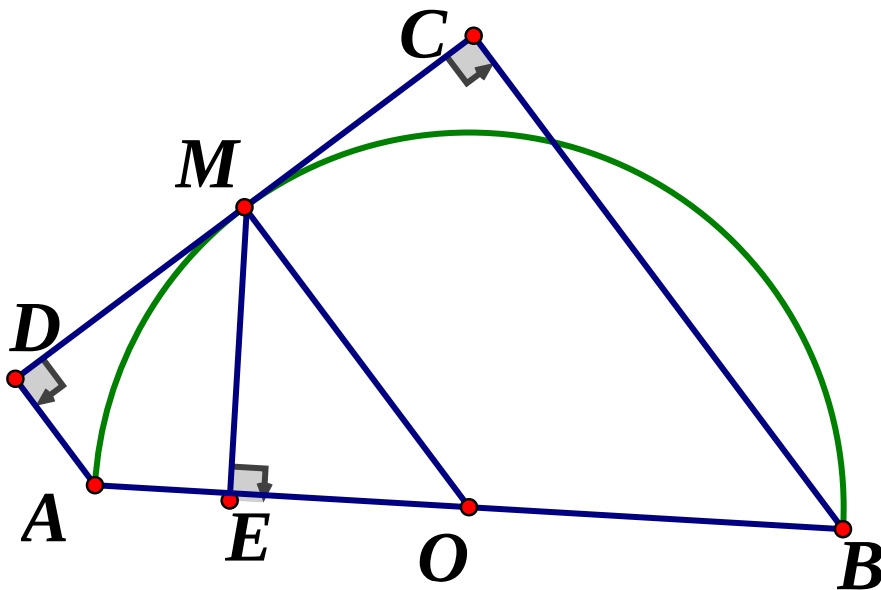
Câu 5.

Gọi $x(m)$ là chiều dài, $y(m)$ là chiều rộng ($x > 2, y > 1, x > y$)

Theo đề ta có hệ :

$$\begin{cases} (x+3)(y+2) = xy + 48 \\ (x-2)(y-1) = xy - 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 42 \\ -x - 2y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases} (tm)$$

Câu 6.



- a) Vì xy là tiếp tuyến nên $OM \perp xy$
 Vậy $AD \parallel OM \parallel BC$ (cùng $\perp xy$)

Xét hình thang $ABCD$ có $OA = OB \Rightarrow MC = MD$

b) OM là đường trung bình hình thang $ABCD$ nên :

$$OM = \frac{AD + BC}{2} \Rightarrow AD + BC = 2OM = 2R \quad (\text{không đổi})$$

c) Vẽ $ME \perp AB$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC).CD = \frac{1}{2}.2R.2ME = 2R.ME$$

Dễ thấy $ME \leq MO$. Dấu " $=$ " xảy ra $\Leftrightarrow E \equiv O$

Vậy $S_{\max} \Leftrightarrow M$ là đầu mút của bán kính $OM \perp AB$

ĐỀ 61

Câu 1. $3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 7\sqrt{18} = 14\sqrt{2}$

Câu 2.

a) $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2(x\sqrt{x}-1)}{x+\sqrt{x}+1} \quad (x \geq 0)$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} - \frac{2(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}{x+\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 - 2\sqrt{x}+2 = 1-\sqrt{x}$$

b) $A > 0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Rightarrow x < 1$

Vậy $0 \leq x < 1$ thì $A > 0$

Câu 3.

$y = ax - 3$ qua điểm $(-2; 1) \Rightarrow a.(-2) - 3 = 1 \Leftrightarrow a = -2$

Câu 4.

a) $\sqrt{10-x^2} + \sqrt{x^2+3} = 5 \quad (-\sqrt{10} < x < \sqrt{10})$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2+3} = 5 - \sqrt{10-x^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2+3 = 25 - 10\sqrt{10-x^2} + 10-x^2$$

$$\Leftrightarrow 10\sqrt{10-x^2} = 32 - 2x^2 \Leftrightarrow 5\sqrt{10-x^2} = 16 - x^2$$

$$\Leftrightarrow 25(10-x^2) = 256 - 32x^2 + x^4 \Leftrightarrow x^4 - 7x^2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 6 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{6} \\ x = \pm 1 \end{cases} \quad (tm)$$

b) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 3x - 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ y = 15 \end{cases}$

Câu 5. Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng ($x > 2, y > 1$). Theo bài ta có hệ pt:

$$\begin{cases} (x+3)(y+2) = xy + 48 \\ (x-2)(y-1) = xy - 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 42 \\ -x - 2y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài là $12m$, chiều rộng là $6m$

Câu 6.

a) Vì xy là tiếp tuyến nên $OM \perp xy$. Vậy $AD // OM // BC (\perp xy)$
Xét hình thang $ABCD$ có $OA = OB \Rightarrow NC = ND$

b) ON là đường trung bình hình thang $ABCD$ nên:

$$ON = \frac{AD + BC}{2} \Rightarrow AD + BC = 2ON = 2R \quad (\text{không đổi})$$

$$c) d) S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC).CD = \frac{1}{2}.2R.2NE = 2R.NE \quad (\text{với } ME \perp AB \text{ tại } E)$$

Dễ thấy $NE \leq NO$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow E \equiv O$

Vậy $S_{\max} \Leftrightarrow N$ là đầu mút của bán kính $ON \perp AB$

ĐỀ 63

Bài 1.

$$a) \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} + x \right) \left(\frac{x^3 + 1}{x + 1} - x \right) : \frac{x(1 - x^2)^2}{x^2 - 2} = (x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) \cdot \frac{x^2 - 2}{x(1 - x)^2(1 + x)^2}$$

$$= (x + 1)^2(x - 1)^2 \cdot \frac{x^2 - 2}{x(1 - x)^2(1 + x)^2} = \frac{x^2 - 2}{x}$$

$$b) x = \sqrt{6 + 2\sqrt{2}} (tm) \Rightarrow A = \frac{6 + 2\sqrt{2} - 2}{\sqrt{6 + 2\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{\sqrt{3 + \sqrt{2}}}$$

Bài 2.

Gọi $x(km)$ là quãng đường AB ($x > 15$) \Rightarrow quãng đường $BC : x - 15$, $4h45' = \frac{19}{4}h$

Theo bài ta có phương trình: $\frac{x}{40} + \frac{x - 15}{30} = \frac{19}{4}$

$$\Leftrightarrow \frac{3x + 4x - 60}{120} = \frac{570}{120} \Leftrightarrow x = 90(tm)$$

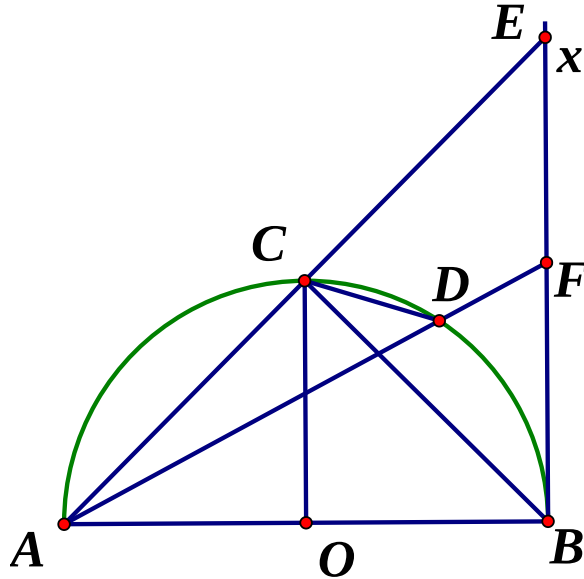
Vậy $AB = 90km$, $BC = 75km$

Bài 3.

c) Học sinh tự vẽ đồ thị

d) $C(-2; m) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 = m \Leftrightarrow m = 2$

Bài 4.



d) Ta có: $CA = CB(gt)$ nên $sd_{\square} CA = sd_{\square} CB = 180^\circ : 2 = 90^\circ$
 $\angle CAB = \frac{1}{2} sd_{\square} CB = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$ (do $\angle CAB$ là góc nội tiếp chắn \widehat{AB}) $\Rightarrow \angle E = 45^\circ$
 ΔABE có $\angle ABE = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến) và $\angle CAB = \angle E = 45^\circ \Rightarrow \Delta ABE$ vuông cân tại B

e) Xét ΔAFB và ΔBFD có: $\angle ABF = \angle BDF = 90^\circ$, $\angle AFB$ chung
 $\Rightarrow \Delta AFB \sim \Delta BFD(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{BF}{FD} \Rightarrow FA \cdot FD = FB^2$$

f) Ta có: $\angle CDA = \frac{1}{2} sd_{\square} CA = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$
 $\Rightarrow \angle CDF + \angle CDA = 180^\circ \Rightarrow \angle CDF = 180^\circ - \angle CDA = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$
 Tứ giác $CDFE$ có $\angle CDF + \angle CEF = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ \Rightarrow CDFE$ là tứ giác nội tiếp

Bài 5. Đặt $\sqrt{x} = a, \sqrt{y} = b, a, b \geq 0$, ta có:

$$P = a^2 - 2ab + 3b^2 - 2a + 2009,5$$

$$\begin{aligned}
&= a^2 - 2(b+1)a + 3b^2 + 2009,5 \\
&= a^2 - 2(b+1)a + (b+1)^2 + 2b^2 - 2b + 2008,5 \\
&= (a-b-1)^2 + 2\left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + 2008 \geq 2008 \\
&\Rightarrow \text{Min}P = 2008 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (tmdk)} \\
&P_{\min} = 2008 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy

ĐỀ 64

Bài 1.

$$a) A = \frac{\sqrt{\frac{9}{4} + 1}}{\sqrt{\frac{9}{4} - 1}} = 5$$

$$B = \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) \cdot \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x+1}} = \frac{x+1+\sqrt{x}}{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$$

$$c) P = A \cdot B = \frac{5\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} \leq \frac{5 \cdot 0}{0+1} = 0 \Rightarrow \text{Max}P = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bài 2.

Gọi $M(x_M; y_M)$ là giao điểm nên tọa độ M là nghiệm hệ :

$$\begin{cases} 5x - 17y = 8 \\ 15x + 7y = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 5 \\ y_M = 1 \end{cases}$$

Để 3 đường thẳng đồng quy thì $M(5;1) \in (2m-1)x - 2my = m+2$

$$\Leftrightarrow (2m-1) \cdot 5 - 2m = m+2 \Leftrightarrow 7m = 7 \Leftrightarrow m = 1$$

Bài 3. Gọi x (sản phẩm) là số sản phẩm mỗi ngày làm được ($x \in \mathbb{N}^*$)

$\frac{600}{x}$

Nên số ngày dự định : $\frac{600}{x}$. Ta có phương trình :

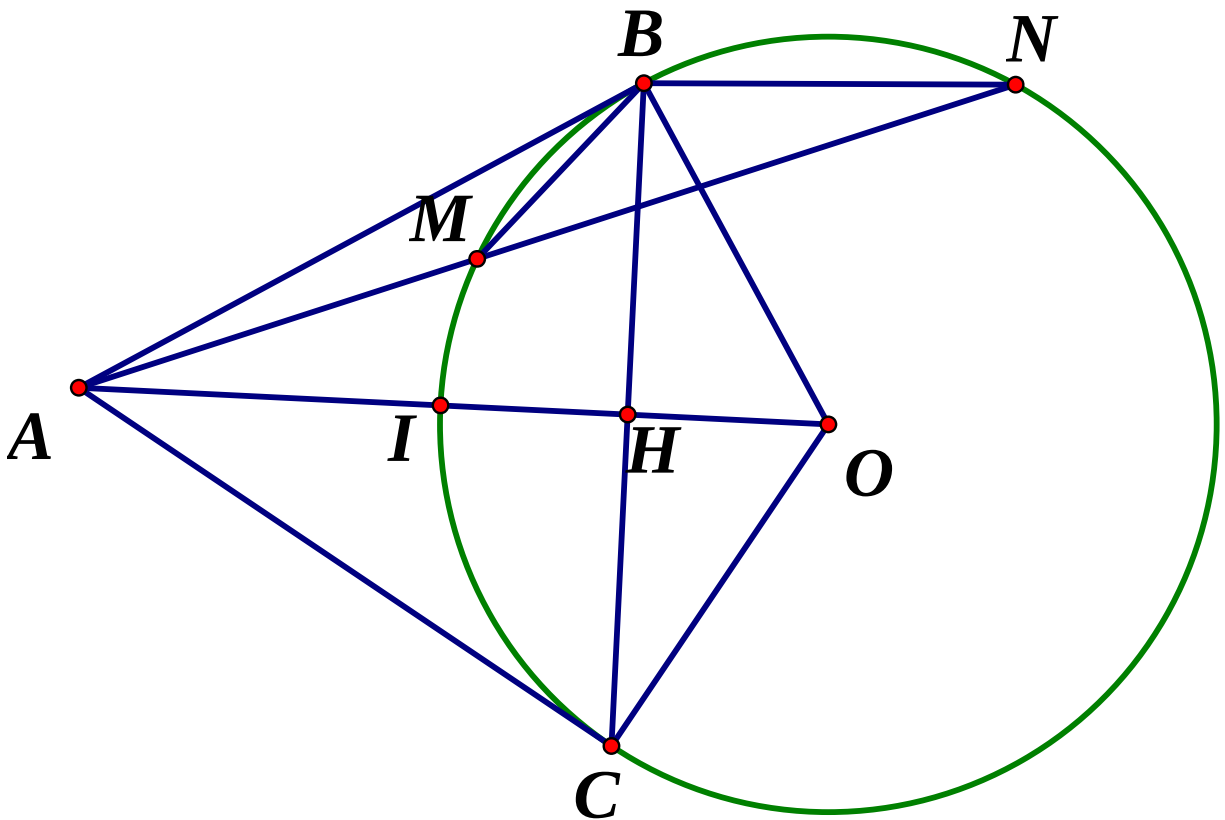
$$\frac{200}{x+10} + \frac{2}{3} \cdot \frac{600}{x} = \frac{600}{x} - 1 \Leftrightarrow \frac{200}{x+10} + \frac{1200}{3x} = \frac{600-x}{x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{600x+1200x+1200}{3x^2+30x} = \frac{600-x}{x} \Rightarrow 3x^2+30x-6000=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=40 \\ x=-50(ktm) \end{cases}$$

Vậy mỗi ngày xưởng làm được 40 sản phẩm.

Bài 4.



a) $\angle ABM = \angle ANB = \frac{1}{2} \text{sd } \widehat{BM}$

Chứng minh được: $\Delta ABM \sim \Delta ANB (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AB^2 = AN \cdot AM$

b) Chứng minh $AO \perp BC$, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ABO và sử dụng kết quả câu a $\Rightarrow AB^2 = AH \cdot AO$

c) Chứng minh được $\angle ABI = \angle CBI$ ($\overline{BI} = \overline{EI}$) $\Rightarrow BI$ là phân giác của $\angle ABC$
 Mà AO là tia phân giác của $\angle BAC \Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC

$$Q = \frac{3x+2y}{6} + \frac{6}{3x+2y} \quad (\text{do } xy=6)$$

Bài 5. Ta có:

Đặt $t = 3x+2y \Rightarrow t \geq 2\sqrt{3x \cdot 2y} = 12$

$$\Rightarrow Q = \left(\frac{t}{6} + \frac{24}{t} \right) - \frac{18}{t} \geq 2\sqrt{\frac{t}{6} \cdot \frac{24}{t}} - \frac{18}{12} = \frac{5}{2}$$

$$Q_{\min} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy

ĐỀ 66

Bài 1.

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ 5x - 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{1}{y+1} = 3 \\ \frac{4}{x-1} - \frac{3}{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Bài 2. Gọi x, y là số sản phẩm của hai tổ ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 600$)

$$\text{Theo bài ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} (tm)$$

Vậy tổ 1: 200 sản phẩm, tổ 2: 400 sản phẩm

Bài 3.

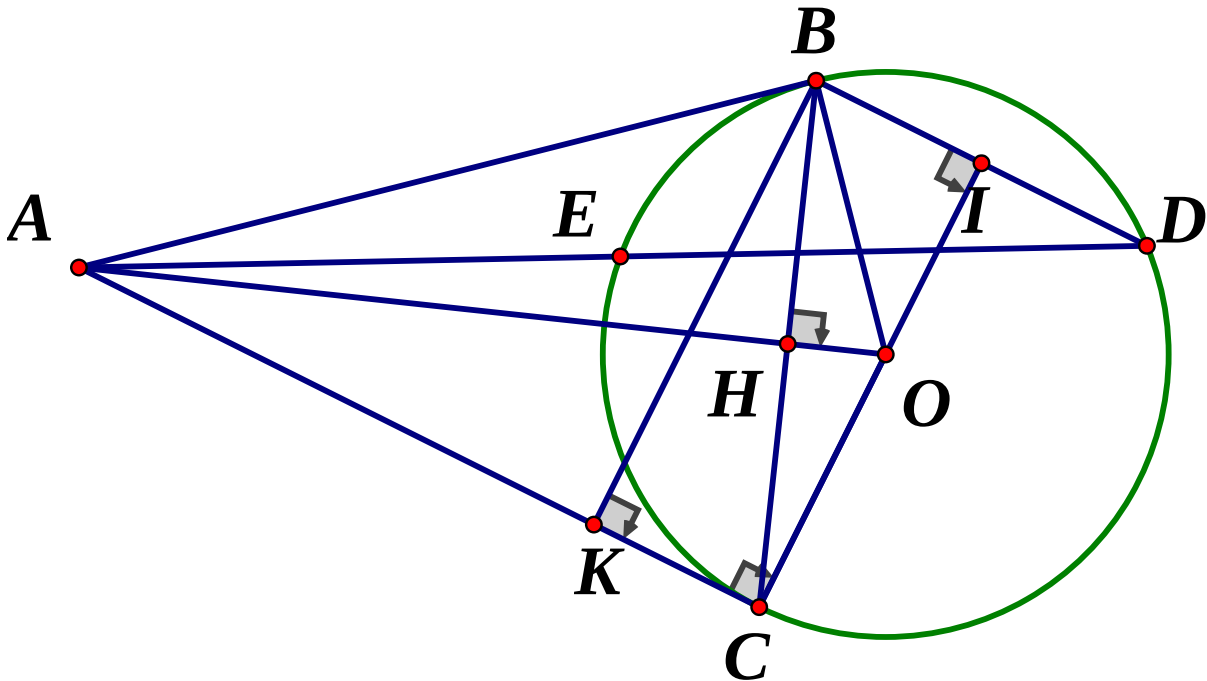
a) Học sinh tự vẽ

b) $A(-1; 2), B(2; 8)$

Gọi $y = ax + b$ là phương trình (d) . Vì $A, B \in (d)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases} \text{ Vậy } (d): y = 2x + 4$$

Bài 4.



a) $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$ (AB, AC là tiếp tuyến của (O))
 $\Rightarrow \angle OBA + \angle OCA = 180^\circ \Rightarrow OBAC$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle OEB$ và $\triangle OBD$ có:

$\angle EBA = \angle BDA$ (cùng chắn $\overset{\square}{BE}$); $\angle DAB$ chung

$$\Rightarrow \triangle EBA \sim \triangle BDA (g - g) \Rightarrow \frac{EA}{BA} = \frac{BA}{DA} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD (dfcm)$$

c) Gọi I là giao điểm của CO và BD
 $BD \parallel CA$ và $CO \perp AC \Rightarrow BD \perp CI$

Xét $\triangle OBD$ cân tại O , OI đường cao $\Rightarrow OI$ là trung trực của BD

$$\Rightarrow CB = CD \Rightarrow \overset{\square}{BC} = \overset{\square}{CD} \Rightarrow \angle BDC = \angle DBC \Rightarrow \angle DEC = \angle BDC (3)$$

Tứ giác $CEDB$ nội tiếp (O)

$$\Rightarrow \angle BDC + \angle BEC = 180^\circ \Rightarrow \angle BEC = 180^\circ - \angle BDC (1)$$

$$\text{Mà } \angle DEC + \angle CEA = 180^\circ \Rightarrow \angle CEA = 180^\circ - \angle DEC (2)$$

$$\text{Từ } (1), (2), (3) \Rightarrow \angle BEC = \angle CEA (dfcm)$$

d) Gọi H là giao điểm của BC, OA

K là hình chiếu của B lên CA

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle OBA$ vuông tại B , ta có:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2 \Rightarrow AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = 2\sqrt{2}R$$

Áp dụng hệ thức lượng vào ΔOBA vuông tại B, BH đường cao ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = AH \cdot AO \\ BH \cdot AO = OB \cdot BA \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{AB^2}{AO} \\ BH = \frac{OB \cdot BA}{AO} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH = \frac{(2\sqrt{2}R)^2}{3R} = \frac{8R}{3} \\ BH = \frac{R \cdot 2\sqrt{2}R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}R}{3} \end{cases}$$

$$BH = CH \Rightarrow BC = 2BH = \frac{4\sqrt{2}}{3}R$$

Dễ dàng chứng minh

$$\text{và } AC = AB = 2\sqrt{2}R$$

Trong ΔABC có:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}BK \cdot AC$$

$$\Rightarrow BK = \frac{BC \cdot AH}{AC} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}R \cdot \frac{8}{3}R}{2\sqrt{2}R} = \frac{16}{9}R$$

Vậy khoảng cách từ B đến AC là $\frac{16}{9}R$

Bài 5.

$$x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 + 2018 \frac{(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + x + 2})(\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2})}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - x - 1) \left(1 + 2018 \cdot \frac{1}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

ĐỀ 67

Câu 1.

$$a) P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{x - 1}{x}$$

$$b) x = \frac{2}{2 - \sqrt{3}} \text{ (tmdk)}$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{2}{2 - \sqrt{3}} - 1}{\frac{2}{2 - \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$c) P > 1 \Leftrightarrow \frac{x - 1}{x} > \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2(x - 1) - x}{2x} > 0 \Leftrightarrow 2(x - 1) - x > 0 \Leftrightarrow x > 2 \text{ (tmdk)}$$

Vậy $x > 2$

Câu 2.

Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng ($0 < b < a < 36$)

$$\text{Theo bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 36 \\ 3x + 2y = 97 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 11 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy chiều dài: $25m$, chiều rộng: $11m$

Câu 3.

$$a) \text{ Khi } m = 1 \Rightarrow \begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ 3x + 6y = 9m + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7m + 1 \\ 3x - y = 2m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = m + 1 \\ x = m \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 = 5 \Leftrightarrow m^2 + (m + 1)^2 = 5 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 4.

$$y = (a - 2b)x + b \quad (d)$$

(d) qua $A(1; 2), B(-4; -3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a - 2b) \cdot 1 + b = 2 \\ (a - 2b) \cdot (-4) + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 5.

a) Xét tứ giác $BEFI$ có:

$\angle BEI + \angle BFI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BEFI$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh được : $\Delta IAC \sim \Delta IDB$

$$\Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{ID}{IB} \Rightarrow IA \cdot IB = IC \cdot ID$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$$\Rightarrow AE \cdot AF = AD \cdot AB \text{ mà } AD \cdot AB = AC^2 \Rightarrow AC^2 = AE \cdot AF$$

c) Theo câu b, $\angle ACF = \angle AEC \Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF (1)

Mặt khác $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AC \perp CB$ (2)

Từ (1), (2) suy ra CB chứa đường kính của đường tròn ngoại tiếp ΔCEF , mà CB cố định nên tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCEF thuộc CB cố định khi E thay đổi trên cung BC

Câu 6.

Ta có:

$$\frac{a}{4} + b \geq 2\sqrt{\frac{ab}{4}} = \sqrt{ab}, \frac{a}{4} + c \geq \sqrt{ac}; \frac{a}{4} + d \geq \sqrt{ad}; \frac{a}{4} + e \geq \sqrt{ae}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} \cdot 4 + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$$

$$\Leftrightarrow a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \frac{a}{4} = b = c = d = e$$

ĐỀ 68**Câu 1.**

$$a) P = \left(\frac{1}{x - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x} + 1} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 1)^2}{\sqrt{x}} = \frac{x - 1}{x}$$

$$b) x = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} (tm)$$

$$\Rightarrow P = \frac{\frac{2}{2 + \sqrt{3}} - 1}{\frac{2}{2 + \sqrt{3}}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$c) P < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x-1}{x} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2x-2-x}{2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{2x} < 0$$

$$\text{Do } x > 0 \Rightarrow 2x > 0 \Rightarrow x-2 < 0 \Leftrightarrow x < 2$$

Vậy $0 < x < 2$ và $x \neq 1$

Câu 2.

Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng (đơn vị: $cm, 0 < x < y < 36$)

$$\Rightarrow \text{ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 36 \\ 2x + 3y = 88 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 16 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài là $20m$, chiều rộng là $16m$

Câu 3.

$$c) \text{ Khi } m = 2, \text{ hệ phương trình thành } \begin{cases} 3x - y = 3 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - y = 2m - 1 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 2y = 4m - 2 \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7m \\ x + 2y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ y = m + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m^2 + (m+1)^2 = 13 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$$

Câu 4.

$$(d): y = (a - 2b)x + b \text{ qua } A(1;0), B(-2;3) \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ -2a + 5b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Câu 5.

d) $CD \perp AB$ tại $K \Rightarrow \angle BKN = 90^\circ$ và $\angle BMN = 90^\circ$
 $\Rightarrow \angle BMN + \angle BKN = 180^\circ \Rightarrow BMNK$ là tứ giác nội tiếp

e) Xét $\triangle AKD$ và $\triangle CKB$ có: $\angle K_1 = \angle K_2 = 90^\circ$

Và $\angle ADC = \angle ABC$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$)

$$\Rightarrow \triangle AKD \sim \triangle CKB (g - g) \Rightarrow \frac{KA}{KD} = \frac{KC}{KB} \Rightarrow KA \cdot KB = KC \cdot KD$$

Xét ΔACN và ΔAMC có: $\angle CAM$ chung; $\angle C = \angle M$ (cùng chắn $\overline{AD} = \overline{AC}$)

$$\Rightarrow \Delta ACN \sim \Delta AMC \Rightarrow \frac{AC}{AN} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow AC^2 = AM \cdot AN$$

f) Ta có: $\angle ACN = \angle CMN \Rightarrow AC$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN

Gọi O' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCMN
 $\Rightarrow O'C \perp CA$ và $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow AC \perp O'B \Rightarrow C, B, O'$ thẳng hàng nên $O' \in CB$ cố định. Vậy khi M chuyển động đi qua O' cố định.

Câu 6. Ta có:

$$\frac{a}{4} + b \geq \sqrt{ab}; \frac{a}{4} + c \geq \sqrt{ac}; \frac{a}{4} + d \geq \sqrt{ad}; \frac{a}{4} + e \geq \sqrt{ae}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} \cdot 4 + b + c + d + e \geq \sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{ad} + \sqrt{ae}$$

$$\Leftrightarrow a + b + c + d + e \geq \sqrt{a}(\sqrt{b} + \sqrt{c} + \sqrt{d} + \sqrt{e})$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{a}{4} = b = c = d = e$$

ĐỀ 69

Bài 1.

$$a) P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} + \frac{6\sqrt{x}-4}{1-x} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x + \sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3 - 6\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$b) P = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 = -\sqrt{x}-1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0 (tm)$$

$$c) \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1-2}{\sqrt{x}+1} = 1 - \frac{2}{\sqrt{x}+1} < 1 \Rightarrow P < 1$$

Bài 2.

Gọi $x (km/h)$ là vận tốc xe du lịch ($x > 20$) \Rightarrow vận tốc x khách: $x - 20$

$$50' = \frac{5}{6}h, \text{ theo bài ta có phương trình :}$$

$$\frac{100}{x-20} - \frac{100}{x} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{100x - 100x + 2000}{(x-20).x} = \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 100x - 12000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60(tm) \\ x = -40(ktm) \end{cases}$$

Vận vận tốc xe du lịch: 60km/h, vận tốc xe khách: 40km/h

Bài 3.

a) $A(-1;1) \in (P): y = ax^2 \Rightarrow 1 = a.(-1)^2 \Rightarrow a = 1$

b) Học sinh tự vẽ

c) ta có phương trình hoành độ giao điểm $(P), (d)$:

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 9 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm là $(3;9), (1;1)$

d) $OA = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}, OB = \sqrt{2}, AB = 4\sqrt{5}$

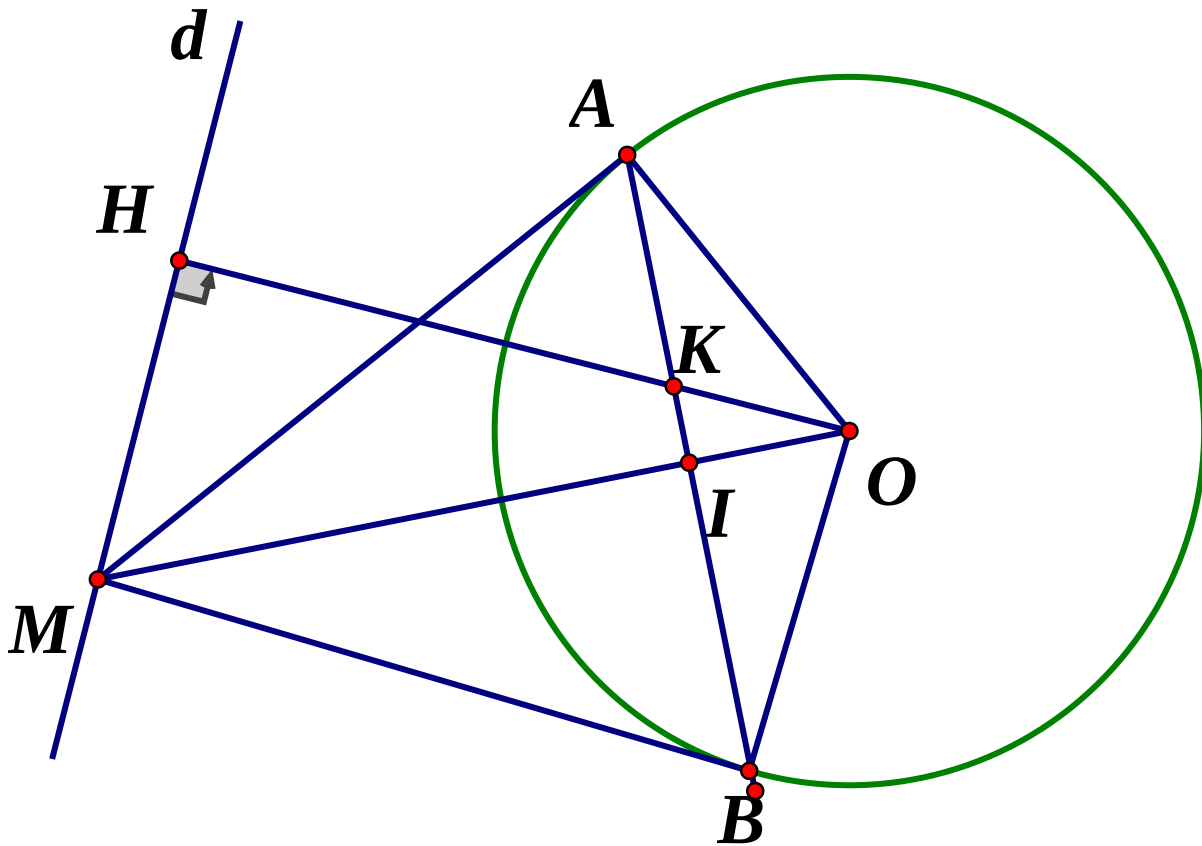
$$p = \frac{3\sqrt{10} + \sqrt{2} + 4\sqrt{5}}{2}$$

Nửa chu vi

Áp dụng công thức Hê – rông với p là nửa chu vi, ta có :

$$S = \sqrt{p(p - OA)(p - OB)(p - AB)} = 6(dvdt)$$

Bài 4.



a) Xét tứ giác $OAHM$ có :
 $\angle OAM = \angle OHM = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $OAHM$ nội tiếp
 Tứ giác $AMBO$ có : $\angle OAM = \angle OBM = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $AMBO$ nội tiếp
 Vậy 5 điểm A, M, B, O, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Ta có: $\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow OM$ là đường trung trực của AB
 $\Rightarrow MO \perp AB$ tại $I \Rightarrow I$ là trung điểm $AB \Rightarrow \angle OIK = \angle OHM = 90^\circ$
 Xét $\triangle OIK$ và $\triangle OHM$ có: $\angle OIK = \angle OHM = 90^\circ$

$$\angle O \text{ chung} \Rightarrow \triangle OIK \sim \triangle OHM (g.g) \Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OK}{OM} \Rightarrow OI \cdot OM = OH \cdot OK (dfcm)$$

c) Xét $\triangle AOM$ vuông tại A , có $AI \perp OM$

$$\Rightarrow OI \cdot OM = OA^2 = R^2 \text{ mà } OI \cdot OM = OH \cdot OK \Rightarrow OH \cdot OK = R^2 \Rightarrow OK = \frac{R^2}{OH}$$

Do O cố định, d cố định $\Rightarrow OH$ cố định $\Rightarrow K$ cố định

Vậy AB luôn đi qua K cố định

d) Từ I hạ $ID \perp OK$. Do OK cố định

Xét ΔOIK có $S_{OIK} = \frac{ID \cdot OK}{2}$

ID là đường cao ứng với góc vuông $\Rightarrow ID^2 = KO \cdot OD \leq \frac{(KO + OD)^2}{4} \Leftrightarrow ID \leq \frac{OK}{2}$

$\Rightarrow S_{OIK} \leq \frac{OK^2}{4}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \Delta OIK$ là tam giác vuông cân

Bài 5.

$$A = \frac{x + 3\sqrt{x-2}}{x + 4\sqrt{x-2} + 1} \quad (x \geq 2) = \frac{(x-2) + 3\sqrt{x-2} + 2}{[(x-2) + 4\sqrt{x-2} + 4] - 1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x-2} + 1)(\sqrt{x-2} + 2)}{(\sqrt{x-2} + 2)^2 - 1^2} = \frac{(\sqrt{x-2} + 1)(\sqrt{x-2} + 2)}{(\sqrt{x-2} - 1)(\sqrt{x-2} + 3)}$$

$$= \frac{\sqrt{x-2} + 2}{\sqrt{x-2} + 3} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-2} + 3}$$

$$A_{\min} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x-2} + 3} \max \Leftrightarrow (\sqrt{x-2} + 3) \min$$

Ta có: $\sqrt{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2} + 3 \geq 3$

$$A_{\min} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy

ĐỀ 70

Bài 1.

$$a) A = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9} - 5} = \frac{3 + 2}{3 - 5} = \frac{-5}{2}$$

$$b) B = \frac{3}{\sqrt{x} + 5} + \frac{20 - 2\sqrt{x}}{x - 25} \quad \left(\begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 25 \end{array} \right) = \frac{3(\sqrt{x} - 5) + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)}$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 5)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$$

$$c) \hat{A} = B|x - 4| \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5} \cdot |x - 4| \Rightarrow \sqrt{x} + 2 = |x - 4|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 2 = x - 4 \\ \sqrt{x} + 2 = 4 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 1 \end{cases} (tm)$$

Bài 2.

Gọi x (giờ) là thời gian chạy vòi I, y (giờ) là thời gian chạy vòi II $\left(x, y > \frac{24}{5}\right)$
 $4h48' = \frac{24}{5}h$ $1h20' = \frac{4}{3}h$, $30' = \frac{1}{2}h$

Theo bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{3x} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} (tm)$$

Vậy vòi 1: 8 giờ, vòi II: 12 giờ

Bài 3.

$$1) \begin{cases} 2\sqrt{2-y} + \sqrt{x+1} = 4 \\ \sqrt{2-y} - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2-y} = 1 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

2) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 - mx - 3 = 0$ có $\Delta = m^2 + 9 > 0$ (với mọi m) nên (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \Rightarrow y_B = 9 \\ x_A = -1 \Rightarrow y_A = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3;9) \\ B(-1;1) \end{cases}$$

Khi $m = 2$ ta có:

$$\Rightarrow OA = 3\sqrt{10}, OB = \sqrt{2}, AB = 4\sqrt{5}$$

Áp dụng hệ thức Hê rông với P là nửa chu vi

$$\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6(dvdt)$$

c) $x^2 - mx - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 + 9 > 0$ nên 2 đồ thị luôn cắt nhau tại C và D

$$\Rightarrow \begin{cases} y_C = mx_C + 3 \\ y_D = mx_D + 3 \end{cases}$$

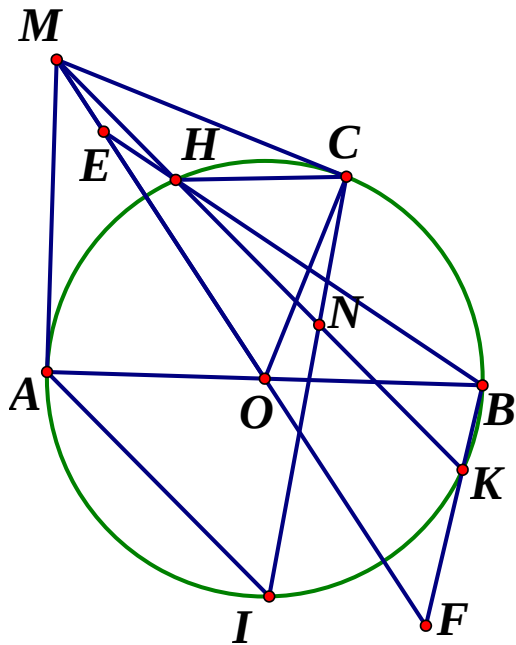
$$\Rightarrow CD = \sqrt{(x_C - x_D)^2 + (mx_C - 3 - mx_D + 3)^2}$$

$$= \sqrt{(x_C + x_D)^2 - 4x_Cx_D \cdot (1 + m^2)}$$

Áp dụng hệ thức Vi – et ta có: $\begin{cases} x_C + x_D = m \\ x_C x_D = -3 \end{cases}$
 $\Rightarrow CD = \sqrt{m^2 + 12} \cdot (1 + m^2) \geq 12$

Vậy $\text{Min}_{CD} = \sqrt{12} \Leftrightarrow m = 0$

Bài 4.



a) $AMCO$ có $\angle A + \angle C = 180^\circ$ nên là tứ giác nội tiếp
 $\angle CMB = \frac{1}{2} \text{sd} \hat{C}B = \frac{1}{2} (\text{sd} \hat{C}BY - \text{sd} \hat{B}MY) = \frac{1}{2} (\text{sd} \hat{C}BY - \text{sd} \hat{C}HY) = \angle CNE$
 $\Rightarrow \angle CME + \angle CHE = 180^\circ \Rightarrow CMEH$ là tứ giác nội tiếp
 $\angle CKB = \frac{1}{2} \text{sd} \hat{C}B = \frac{1}{2} (\text{sd} \hat{C}BY - \text{sd} \hat{C}HX) = \angle CME$
 $\Rightarrow \angle CME + \angle CKF = 180^\circ \Rightarrow MCKF$ là tứ giác nội tiếp
b) $\angle CNH = \frac{1}{2} (\hat{C}H + \hat{K}I) = \frac{1}{2} (\hat{A}H + \hat{C}H)$
 $= \frac{1}{2} \hat{A}C = \frac{1}{2} \cdot \angle COA = \angle COX$
 $\Rightarrow CMDN$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle DNM = \angle DCM = 90^\circ \Rightarrow ON \perp MN \Rightarrow ON \perp HK$
Nên N là trung điểm của HK

c) Ta có: $\angle DAB = \angle DCB$ (cùng chắn cung BD) $\Rightarrow \angle DCB = \angle ECM$ (đối đỉnh)
 và $\angle ECM = \angle EIM$ ($MICE$ là tứ giác nội tiếp)

Xét $\triangle MIE$ và $\triangle MAE$ có:

$MI = MA, \angle IME = \angle AME, ME$ chung $\Rightarrow \triangle MIE = \triangle MAE$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MAE = \angle EIM$
 $\Rightarrow \angle MAE = \angle DAB$

Mặt khác $\angle MAE + \angle OAE = 90^\circ (= \angle MAB)$

Và $\angle DAB + \angle CBF = 90^\circ$ ($\triangle DAB$ vuông tại D) $\Rightarrow \angle OAE = \angle OBF$

Xét $\triangle OAE$ và $\triangle OBF$ có:

$\angle AOE = \angle BOF, OA = OB (= R), \angle OAE = \angle OBF$
 $\Rightarrow \triangle OAE = \triangle OBF$ (c.g.c) $\Rightarrow OE = OF$

Bài 5.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có:

$$a^2 + 1 \leq (1+1)(a+1) = 2a + 2$$

Chứng minh tương tự: $b^2 + 1 \leq 2b + 2, c^2 + 1 \leq 2c + 2$

$$\Rightarrow A \geq \frac{1}{2a+2} + \frac{1}{2b+2} + \frac{1}{2c+2} \geq \frac{3}{4}$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 1$

ĐỀ 71

Bài 1.

$$1) A = \frac{\sqrt{x} - 1}{2} = \frac{\sqrt{25} - 1}{2} = 2$$

$$2) B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$= \frac{x+2+\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{x-2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$3) \frac{B}{A} = \frac{\frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}}{\frac{\sqrt{x}-1}{2}} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow x + \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x + \sqrt{x} + 1 \geq 1$$

$$\Rightarrow \frac{B}{A} \leq \frac{2}{1} = 2 \Leftrightarrow x = 0$$

Bài 2.

Gọi x (giờ) là thời gian dự định ($x > 0$) \Rightarrow Vận tốc dự định : $\frac{80}{x}$
 Theo bài ta có phương trình :

$$\frac{20}{\frac{80}{x} - 15} + \frac{60}{\frac{80}{x} + 10} = x \Leftrightarrow \frac{20x}{80 - 15x} + \frac{60}{80 + 10x} = x$$

$$\Leftrightarrow 1600x + 200x^2 + 4800x - 900x^2 = x(6400 - 400x - 150x^2)$$

$$\Leftrightarrow 150x^3 - 300x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2(tm)$$

Vậy thời gian dự định là $2h$

Bài 3.

$$1) \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{x+y-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y+x-1} = 5 \end{cases}$$

Đặt $t = \frac{1}{x+1}, u = \frac{1}{y+x-1}$, hệ phương trình thành : $\begin{cases} 3t + u = 2 \\ 2t - 3u = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ u = -1 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+1} = 1 \\ \frac{1}{y+x-1} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 1 \\ y+x-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

. Vậy $(x; y) = (0; 0)$

$$2) x^2 - mx + m - 1 = 0 \quad (1)$$

$$a) \Delta = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2$$

Để phương trình (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m = 2$

$$b) \text{ Với mọi } m, \text{ áp dụng Viet ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$$

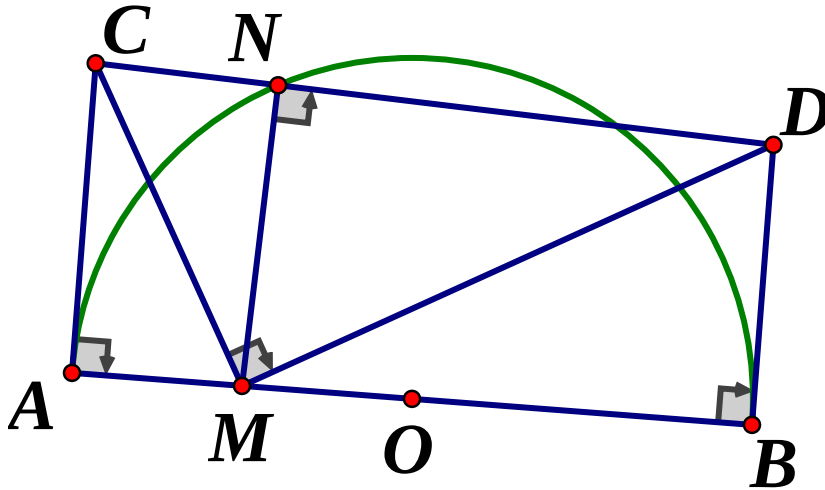
$$\text{Ta có: } x_1(x_1 + 3) + x_2(x_2 + 3) = 8$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 3(x_1 + x_2) - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 3(x_1 + x_2) - 2x_1x_2 - 8 = 0$$

$$\text{hay } m^2 + 3m - 2m + 2 - 8 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$$

Bài 4.



1) AC là tiếp tuyến tại A của $(O) \Rightarrow AC \perp OA \Rightarrow \angle OAC = 90^\circ$

$MN \perp CD \Rightarrow \angle CNM = 90^\circ$

Ta có: $\angle CAM + \angle CNM = 180^\circ \Rightarrow CAMN$ là tứ giác nội tiếp

2) Tứ giác $CAMN$ nội tiếp $(O) \Rightarrow \angle CAN = \angle CMN$ (cùng chắn cung CN)

$\angle OBD = 90^\circ$ (BD là tiếp tuyến) $\Rightarrow \angle DBM + \angle DNM = 180^\circ$

$\Rightarrow BMND$ nội tiếp $(O) \Rightarrow \angle DMN = \angle DBN$ (cùng chắn DN)

$\Rightarrow \angle CMN + \angle DMN = \angle CAN + \angle DBN$

Mà $\angle DBN = \angle BAN$ (cùng chắn BN)

$\Rightarrow \angle CAN + \angle DBN = \angle CAN + \angle BAN = \angle BAC = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle CMD = \angle CMN + \angle DMN = 90^\circ$

Bài 5.

Ta có: $x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy + 2\sqrt{xy} \leq 8$ hay $(\sqrt{xy} + 1)^2 \leq 9$

$\Rightarrow \sqrt{xy} + 1 \leq 3 \Leftrightarrow xy \leq 4$

Ta có: $(9 - xy)^2 = (x + y + 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 + 2(x + y + xy) = x^2 + y^2 + 17$

$$\forall xy \leq 4 \Rightarrow 9 - xy \geq 5 \Rightarrow (9 - xy)^2 \geq 25 \Rightarrow x^2 + y^2 + 17 \geq 25 \Rightarrow A \geq 8$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = y = 2$

Vậy $\text{Min } A = 8 \Leftrightarrow x = y = 2$

ĐỀ 72

Bài 1.

a) Tọa độ $(P), (d)$ là nghiệm phương trình

$$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

b) $A(1;1), B(-2;4) \Rightarrow AB = \sqrt{18}, OA = \sqrt{2}, OB = \sqrt{20}$

$$\Rightarrow OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow \Delta OAB \text{ vuông tại } A \Rightarrow S_{OAB} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{18}}{2} = 3$$

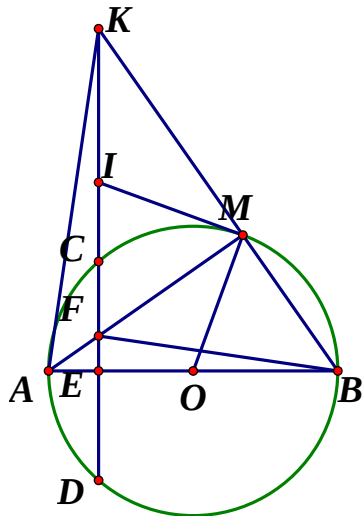
Bài 2.

Gọi x, y lần lượt là số chi tiết tổ I, II làm được

$(x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 860)$. Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} x + y = 860 \\ 1,15x + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 360 \\ y = 500 \end{cases} (tm)$$

Bài 3.



a) Ta có: $AB \perp CD$ tại E $\Rightarrow \angle FEB = 90^\circ$, $\angle AMB = 90^\circ$ (chữ đường kính AB)
 $\Rightarrow BMFE$ có $\angle FEB = \angle FMB = 90^\circ \Rightarrow BMFE$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét ΔKAB có $AM \perp KB, KB \perp AB \Rightarrow F$ là trực tâm ΔKAB
 $\Rightarrow BF \perp AK$ (đpcm)

Gọi G là giao điểm BF và AC

Ta có: $BEGK$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle FBE = \angle AKE$ (cùng chắn cung GE)

Mà $\triangle AKE$ và $\triangle FBE$ có:

$$\angle AEK = \angle FEB = 90^\circ, \angle FBE = \angle AKE (\text{cmt})$$

$$\Rightarrow \triangle AKE \sim \triangle FBE (g.g) \Rightarrow \frac{KE}{BE} = \frac{AE}{FE} \Rightarrow KE.FE = BE.AE$$

$$\text{c) Có: } \angle IKM + \angle DMB = 90^\circ, \angle EKB + \angle KBE = 90^\circ$$

Mà $\angle OMB = \angle KBE$ (vì $\triangle OBM$ cân tại O)

$$\Rightarrow \angle IKM = \angle EKB \Rightarrow \triangle IKM \text{ cân tại } I \Rightarrow IM = IK$$

Chứng minh tương tự $\Rightarrow \triangle IMF$ cân tại I

$$\Rightarrow IM = IF \Rightarrow IF = IK (\text{dpcm})$$

Bài 4.

$$\text{Có: } \frac{a}{1+9b^2} = \frac{a(1+9b^2) - 9ab^2}{1+9b^2} = a - \frac{9ab^2}{1+9b^2}$$

$$\text{Có } 1+b^2 \geq 6b \text{ (cô si)} \Rightarrow \frac{ab^2}{1+9b^2} \leq \frac{9ab^2}{6b} \Rightarrow \frac{a}{1+9b^2} \geq a - \frac{9ab^2}{6b} \Rightarrow \frac{a}{1+b^2} \geq a - \frac{3ab}{2}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{b}{1+9c^2} \geq b - \frac{3bc}{2}; \quad \frac{c}{1+9a^2} \geq a - \frac{3ac}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq (a+b+c) - \left(\frac{3ab}{2} + \frac{3bc}{2} + \frac{3ca}{2} \right)$$

$$\text{Mà } ab+bc+ca \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3(ab+bc+ca)}{2} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+9a^2} + \frac{b}{1+9b^2} + \frac{c}{1+9c^2} \geq 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{1+9b^2} + \frac{b}{1+9c^2} + \frac{c}{1+9a^2} \geq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow a=b=c = \frac{1}{3}$$

Dấu "=" xảy ra

ĐỀ 73

Bài 1.

1A

2B

3C

4A

Bài 2.

$$\begin{cases} 2(x+3) - 3y = 5 \\ \frac{x}{2} - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ \frac{1}{2}x - 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$$

Bài 3.

a) Tọa độ A là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ 3x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 1)$

b) $(d_1): y = \frac{2}{3}x + 5 \Rightarrow$ đường thẳng (d) cần tìm có dạng $y = -\frac{3}{2}x + b$ đi qua $A(-1; 1) \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$ nên phương trình đường thẳng cần tìm: $y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

c) Ta có hệ $(d_1), (d_3): \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ (m+2)x - y = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5-m}{3m+4} \end{cases} (1)$

Để (d_1) cắt (d_3) tại điểm nằm bên trái trục tung thì phương trình (1) có nghiệm âm

$$\Rightarrow x < 0 \Leftrightarrow \frac{5-m}{3m+4} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Bài 4.

Goi \overline{ab} là số cần tìm ($10 \leq \overline{ab} \leq 99$). Theo bài ta có hệ:

$$\begin{cases} 3a - 2b = 11 \\ \overline{ab} - \overline{ba} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 11 \\ 9a - 9b = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 5 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy số cần tìm là 75

Bài 5.

$$\begin{cases} mx - 4y = 10 \\ x - my = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx - 4y = 10 \\ -mx + m^2y = 5m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow y(m^2 - 4) = 5m - 10 \Leftrightarrow y = \frac{5}{m+2} \Rightarrow x = -5 + \frac{5m}{m+2} = \frac{-10}{m+2}$$

Vì diện tích hình chữ nhật là 0,5

$$\Rightarrow \frac{5}{m+2} \cdot \left| \frac{-10}{m+2} \right| = 0,5 \Leftrightarrow (m+2)^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 = 10 \\ m+2 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 8 \\ m = -12 \end{cases}$$

ĐỀ 74

Câu 1.

$$1) \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = 0$$

$$2) a) 3x^2 - 27 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$b) 0,3x^2 - 0,6x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$3) \text{Giả sử } M(-2; -12) \in (P) \Rightarrow 3 \cdot (-2)^2 = -12 \text{ (vô lý)}$$

$$\text{Vậy } M(-2; -12) \notin (P)$$

Câu 2.

Gọi x, y là số áo tổ I, II may được ($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 10$)

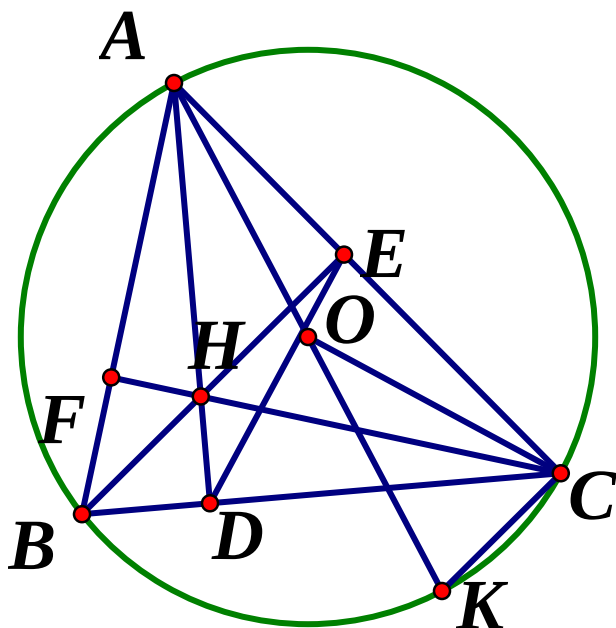
$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} x - y = 10 \\ 3x + 5y = 1310 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 170 \\ y = 160 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy tổ 1: 170 chiếc áo, tổ 2: 160 chiếc áo

Câu 3.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} \right) + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y} \begin{pmatrix} x \geq 0 \\ y > 0; x \neq y \end{pmatrix} \\ &= \left[\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - \sqrt{xy} \right] \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \\ &= (x - 2\sqrt{xy} + y) \cdot \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \sqrt{x} - \sqrt{y} \end{aligned}$$

Câu 4.



1) $\angle ABC = \angle AKC$ (cùng chắn cung AC)

2) Xét $\triangle ADB$ vuông và $\triangle AKC$ vuông có :

$\angle ABD = \angle AKC$ (cùng chắn \overline{AC}) $\Leftrightarrow \triangle ABD \sim \triangle AKC (g.g)$

3) $\triangle ABD \sim \triangle AKC (cmt) \Rightarrow \frac{AB}{AK} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AB.AC = AK.AD \Rightarrow AB.AC = 2R.AD$

ĐỀ 75

Câu 1.

$$a) \begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ 5x - 6y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$b) 5x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$c) 4x - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x(4 - 5x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Câu 2.

$$a) P = \left(\frac{11}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{2\sqrt{a}} \quad \begin{matrix} (a > 0) \\ (a \neq 1) \end{matrix}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} = \frac{2}{\sqrt{a} - 1}$$

$$b) P < -1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a} - 1} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} - 1 < 0 \Leftrightarrow a < 1$$

Vậy $0 < a < 1$ thì $P < -1$

Câu 3.

1) Gọi x là chiều dài, y là chiều rộng ($0 < y < x < 23$). Theo bài ta có hệ phương

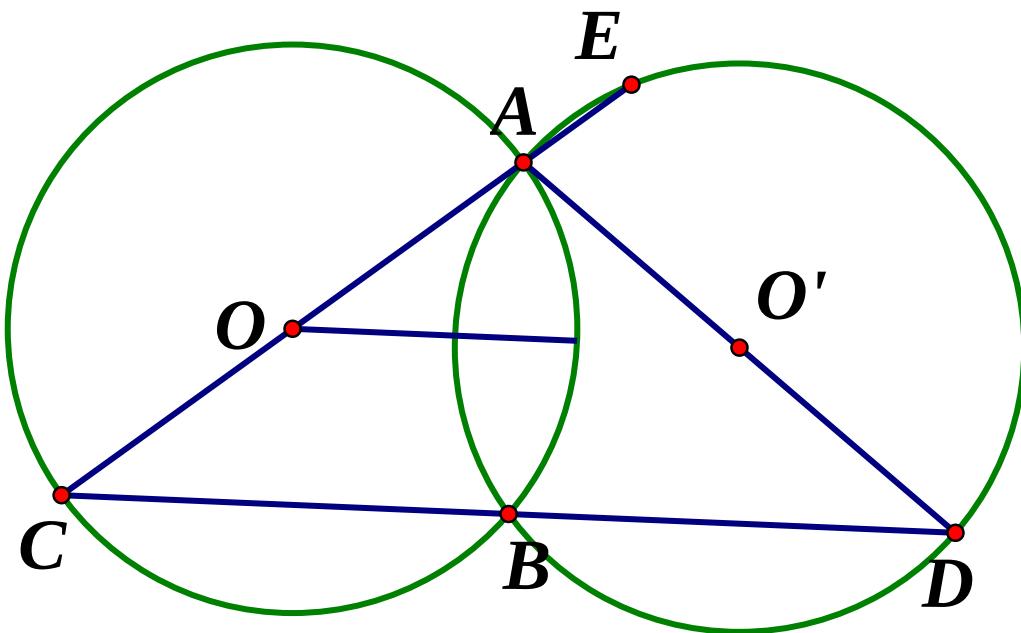
$$\text{trình: } \begin{cases} x + y = 23 \\ (x + 5) = 4(y - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 23 \\ x - 4y = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 8 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy chiều dài : 15m , chiều rộng : 8m

$$2) f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 = 2 \qquad f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$f(2) = 2 \cdot 2^2 = 8 \qquad f(\sqrt{3}) = 6$$

Câu 4.



a) Có $\triangle ABC = \triangle ABD$ vì $\begin{cases} \angle ABD = \angle ABC = 90^\circ \\ AC = AD \\ AB \text{ chung} \end{cases} \Rightarrow CB = BD$

Do $(O), (O')$ bằng nhau $\Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{BD}$

b) $E \in$ đường tròn đường kính $AD \Rightarrow \angle AED = 90^\circ$

Lại có : $BC = BD$ (cmt) $\Rightarrow EB$ là trung tuyến $\triangle ECD$ vuông tại $E \Rightarrow EB = ED$

Vậy $\widehat{BE} = \widehat{BD} \Rightarrow B$ là điểm chính giữa cung \widehat{EBD}

ĐỀ 76**Bài 1.**

$$1) a) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 5 \end{cases}$$

2) $3x^2 - 4x + 1 = 0$ có $\Delta' = (-2)^2 - 3 \cdot 1 = 1 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{3}$$

$$3) M = \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{a}} = (1 + 2\sqrt{a} + a) \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{a}} = (1 + \sqrt{a})^2 \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{a}} = 1 + \sqrt{a}$$

Bài 2.

Gọi x (ngày), y (ngày) lần lượt là số ngày làm xong của người thứ nhất và thứ hai ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y > 4$)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{9}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 6 \end{cases}$$

Theo bài ta có hệ phương trình : (thỏa mãn)

Vậy người 1: 12 ngày, người 2: 6 ngày

Bài 3.

$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất khi } \frac{m}{2} \neq \frac{1}{-1} \Leftrightarrow m \neq -2, \text{ Khi đó:}$$

$$\begin{cases} mx + y = 5 \\ 2x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x = 3 \\ y = 5 - mx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{m+2} \\ y = 5 - m \cdot \frac{3}{m+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{m+2} \\ y = \frac{2m+10}{m+2} \end{cases}$$

$$H, K \in BE \Rightarrow AK = KF, AH = HF \quad (1)$$

AF là tia phân giác của $\angle IAM$ và $BE \perp AF$

$\Rightarrow \Delta AHK$ có AE vừa là đường cao, vừa là đường phân giác

$\Rightarrow \Delta AHK$ cân tại $A \Rightarrow AH = AK \quad (2)$

Từ (1), (2) $\Rightarrow AK = KF = FH = HA \Rightarrow AKFH$ là hình thoi.

Bài 5. Biểu thức $P = a - 2\sqrt{ab} + 3b - 2\sqrt{a} + 1 (a, b \geq 0)$

Ta có:

$$3P = 3a - 6\sqrt{ab} + 9b - 6\sqrt{a} + 3$$

$$\Rightarrow 3P = a - 6\sqrt{ab} + 9b + 2a - 6\sqrt{a} + 3$$

$$\Rightarrow 3P = \left[(\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2 \right] + 2 \left[(\sqrt{a})^2 - 2\sqrt{a} \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2} \right)^2 \right] - \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3P = (\sqrt{a} - 3\sqrt{b})^2 + 2 \left(\sqrt{a} - \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{3}{2} \geq -\frac{3}{2}$$

Với $a, b \geq 0 \Rightarrow P \geq -\frac{1}{2}$

$$\text{Min} P = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Vậy

ĐỀ 78

Bài 1.

$$1) a \begin{cases} x + y = 5 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 7x = 8 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$2) (\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5} = 0$$

Bài 2.

$$1) y = ax^2 \text{ qua } (2; 5) \Rightarrow a \cdot 2^2 = 5 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$$

$$2) a) B = \left(\frac{\sqrt{a}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{a}} \right) \left(\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} - \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right) \begin{matrix} (a > 0) \\ (a \neq 1) \end{matrix}$$

$$= \frac{a - 1}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)^2 - \sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)^2}{a - 1} = \frac{2\sqrt{a} \cdot (-2)}{2} = -2\sqrt{a}$$

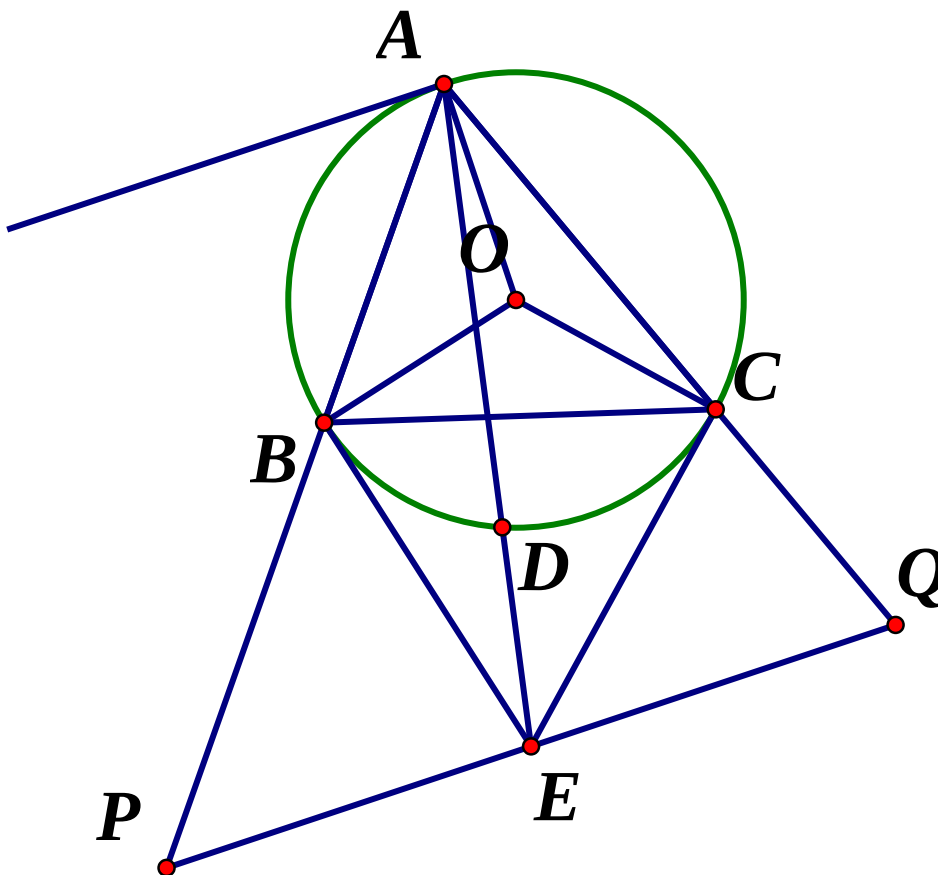
$$b) B = -4 \Leftrightarrow -2\sqrt{a} = -4 \Leftrightarrow \sqrt{a} = 2 \Leftrightarrow a = 4(tm)$$

Bài 3. Gọi a, b là hai cạnh của tam giác ($0 < a, b < 48$). Ta có hệ :

$$\begin{cases} a + b = 28 \\ a - b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 15 \\ b = 13 \end{cases} (tm)$$

Vậy độ dài hai cạnh là $15cm, 13cm$

Bài 4.



a) $\angle OBE = \angle OCE = 90^\circ$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow OBEC$ là tứ giác nội tiếp

b) Do $d \parallel AI$ nên $\angle IAQ = \angle AQE$ (so le trong) mà $\angle IAQ = \angle ADC \left(= \frac{1}{2} sd \widehat{AC} \right)$

$\Rightarrow \angle AQE = \angle ADC$. Xét $\triangle ADC$ và $\triangle AQE$ có:
 $\angle A$ chung, $\angle AQE = \angle ADC$ (cmt)

$$\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AQE (g.g) \Rightarrow \frac{AP}{AQ} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow AP \cdot AE = AQ \cdot AC$$

c) Chứng minh được: $\triangle ECQ$ cân tại E $\Rightarrow EC = EQ$ (1)

Chứng minh tương tự $\Rightarrow \triangle EPB$ cân tại E $\Rightarrow EP = EB$ (2)

Mà $EB = EC$ (tính chất tiếp tuyến) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow EQ = EP$

Bài 5.

Từ $a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c \Rightarrow (a + b)^2 = (-c)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$

Chứng minh tương tự: $b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$; $c^2 + a^2 - b^2 = -2ca$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{a^2 + c^2 - b^2} \\ &= \frac{1}{-2ab} + \frac{1}{-2bc} + \frac{1}{-2ac} = \frac{a + b + c}{-2abc} = 0 \end{aligned}$$

ĐỀ 87**Bài 1.**

$$A=4, \text{hpt} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=9 \\ x-2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=1 \end{cases}$$

1) Khi

$$2) \begin{cases} x+y=3a-3 \\ x-2y-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=3a-9 \\ x+y=3a-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=a-3 \\ x=2a \end{cases}$$

$$a) x^2 + 3y + 2 = 0 \Leftrightarrow 4a^2 + 3(a-3) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 3a - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-\frac{7}{4} \end{cases}$$

$$b) M(x; y) \text{ thuộc góc phần tư thứ hai} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a < 0 \\ a-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a \in \emptyset$$

Vậy không có giá trị của a để $M(x; y)$ thuộc góc phần tư thứ hai

Bài 2.

Gọi x, y là số chiếc áo mỗi ngày tổ I, II may được ($0 < x, y < 1310, x, y \in \mathbb{N}^*$)

$$\text{Theo bài ta có hệ } \begin{cases} 3x+5y=1310 \\ x-y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=170 \\ y=160 \end{cases} (tm)$$

Vậy tổ 1: 170 chiếc áo, tổ 2: 160 chiếc áo.

Bài 3.

$$1) \text{ Giả sử } M(m; m^2+1) \in (P): y = -2x^2 \Rightarrow -2m^2 = m^2 + 1 \text{ (vô lý)}$$

Vậy $M \notin (P)$

$$2) \text{ Ta có phương trình hoành độ giao điểm } (P), (d): 2x^2 + 4x + 2a + b = 0$$

$$\Delta' = 4 - 2(2a + b) = 0 \Leftrightarrow 2a + b = 2$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -2$$

$$\Rightarrow N(-1; -2) \Rightarrow ON = \sqrt{(0+1)^2 + (0+2)^2} = \sqrt{5}$$

3) Khi $2a + b = 8$, ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^2 + 4x + 8 = 0 \text{ (VN)}$$

Vậy không có điểm E, F thỏa mãn

Bài 4.

$$1) mx^2 - 2(m-2)x + m + 2 = 0$$

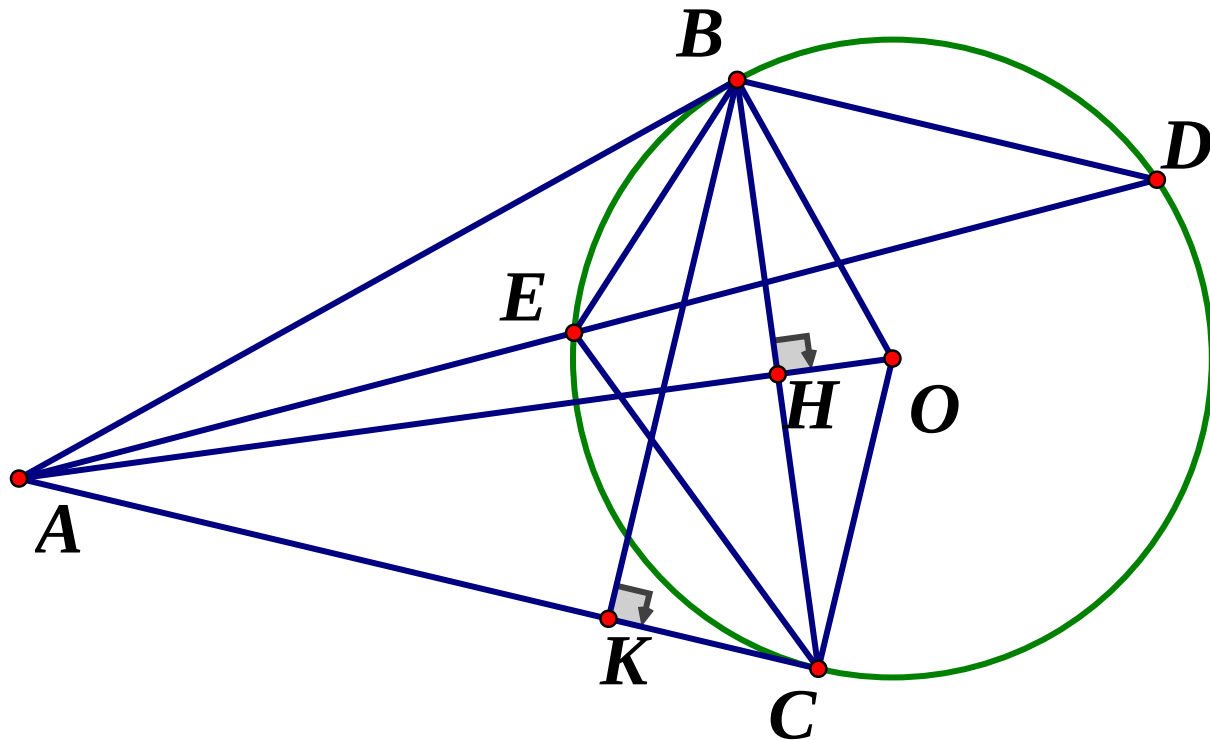
$$\Delta' = (m-2)^2 - m(m+2) = -6m + 4$$

Để (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -6m + 4 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3}$

2) Khi đó, áp dụng Vi - et $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 4 \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$. Ta có

$$3(x_1 + x_2) + 4x_1 x_2 = 5 \text{ hay } 3(2m + 4) + 4(m + 2) = 5 \Leftrightarrow 10m = -15 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2} \text{ (tmdk)}$$

Bài 5.



1) $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$ (AB, AC là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \angle OBA + \angle OCA = 180^\circ \Rightarrow OBAC$ là tứ giác nội tiếp

Xét $\triangle OEB$ và $\triangle OBD$ có: $\angle EBA = \angle BDA$ (cùng chắn $\overset{\frown}{BE}$), $\angle DAB$ chung

$$\Rightarrow \triangle EBA \sim \triangle BDA (g.g) \Rightarrow \frac{EA}{BA} = \frac{BA}{DA} \Rightarrow AB^2 = AE \cdot AD \text{ (dfcm)}$$

2) Gọi I là giao điểm của CO và BD , $BD \parallel CA, CO \perp AC \Rightarrow BD \perp CI$

Xét $\triangle OBD$ cân tại O có đường cao $OI \Rightarrow OI$ cũng là đường trung trực của đoạn BD
 $\Rightarrow CB = CD \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{BC} \Rightarrow \angle BDC = \angle DBC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau)

Lại có: $\angle DEC = \angle DBC \Leftrightarrow \angle DEC = \angle BDC$ (3)

Tứ giác $CEDB$ nội tiếp đường tròn (O) nên :

$$\angle BDC + \angle BEC = 180^\circ \Leftrightarrow \angle BEC = 180^\circ - \angle BDC \quad (1)$$

Mà $\angle DEC + \angle CEA = 180^\circ \Rightarrow \angle CEA = 180^\circ - \angle DEC$ (2)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle BEC = \angle CEA$ (dpcm)

3) Gọi H là giao điểm của BC, OA, K là hình chiếu của B lên CA

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle OBA$ vuông tại B ta có:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2 \Rightarrow AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = 2\sqrt{2}R$$

Áp dụng hệ thức lượng vào $\triangle OBA$ vuông tại B, đường cao BH ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = AH \cdot AO \\ BH \cdot AO = OB \cdot BA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AH = \frac{AB^2}{AO} \\ BH = \frac{OB \cdot BA}{AO} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AH = \frac{(2\sqrt{2}R)^2}{3R} = \frac{8}{3}R \\ BH = \frac{R \cdot 2\sqrt{2}R}{3R} = \frac{2\sqrt{2}R}{3} \end{cases}$$

Dễ dàng chứng minh : $BH = CH$

$$\Rightarrow 2BH = \frac{4\sqrt{2}}{3}R \quad \text{và} \quad AC = AB = 2\sqrt{2}R$$

Trong $\triangle ABC$ có :

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AH = \frac{1}{2}BK \cdot AC$$

$$\Rightarrow BK = \frac{BC \cdot AH}{AC} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}R \cdot \frac{8}{3}R}{2\sqrt{2}R} = \frac{16}{9}R$$

Vậy khoảng cách từ BD đến AC là $\frac{16}{9}R$

ĐỀ 88

Bài 1.

$$1) x^2 - (m+3)x - 5 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = (m+3)^2 - 4 \cdot (-5) = (m+3)^2 + 20 > 0$$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 mà a, c trái dấu nên phương trình có hai nghiệm trái dấu

$$2) a) \begin{cases} x_1 = \frac{(m+3) + \sqrt{\Delta}}{2} \\ x_2 = \frac{(m+3) - \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Để } x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \text{ thì } \sqrt{\Delta} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \sqrt{(m+3)^2 + 20} \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow (m+3)^2 + 20 \text{ là số chính phương}$$

$$\Rightarrow (m+3)^2 + 20 = a^2 \ (a \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow (a - m - 3)(a + m + 3) = 20$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - (m+3) \\ a + (m+3) \end{cases} \in \{(\pm 1; \pm 20); (\pm 2; \pm 10); (\pm 4; \pm 5)\}$$

$$\Rightarrow m+3 \in \{4; -4\} \Rightarrow m \in \{1; -7\}$$

$$b) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = -11 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow x_1 = \frac{-11 - 4x_2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-11 - 4x_2}{3} \cdot x_2 = -5 \Leftrightarrow x_2(11 + 4x_2) = 15$$

$$\Leftrightarrow 4x_2^2 + 11x_2 - 15 = 0 \Leftrightarrow (x_2 - 1)(4x_2 + 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 1 \Rightarrow x_1 = -5 \Rightarrow x_1 + x_2 = -4 \Rightarrow m + 3 = -4 \\ x_2 = -\frac{15}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{4}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-29}{12} \Rightarrow m + 3 = \frac{-29}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -7 \\ m = -\frac{65}{12} \end{cases}$$

$$c) \text{Ta có: } Q = |x_1 - x_2| \geq 0$$

$$\Rightarrow Q^2 = (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$$

$$\text{Mà } x_1 + x_2 = m + 3; x_1x_2 = -5 \Rightarrow Q^2 = (m+3)^2 + 20$$

$$\text{Ta thấy } (m+3)^2 \geq 0 \Rightarrow Q^2 \geq 20 \Rightarrow Q \geq \sqrt{20} \ (\text{Do } Q \geq 0)$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$$

$$\text{Vậy GTNN của } Q = \sqrt{20} \Leftrightarrow m = -3$$

Bài 2.

1) Số sản phẩm được giao của tổ 1 là $x(SP)(x \in \mathbb{N}^* / x < 600)$

Số sản phẩm được giao của tổ 2 là $y(SP)(y \in \mathbb{N}^*, y < 600)$

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 400 \end{cases} (tm)$$

Theo bài ta có hệ phương trình :

Vậy tổ 1: 200 sản phẩm, tổ 2: 400 sản phẩm.

$$2) \begin{cases} x^3 - 8y^3 = 0 \\ x^4 - 80y^2 + 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 = (2y)^3 \\ x^4 - 80y^2 + 96 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ (2y)^4 - 80y^2 + 96 = 0 \Leftrightarrow 16y^4 - 80y^2 + 96 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 3 \\ y^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \pm\sqrt{3} \\ y = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2\sqrt{3} \\ x = -2\sqrt{3} \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y) \in \left\{ (2\sqrt{3}; \sqrt{3}); (-2\sqrt{3}; -\sqrt{3}); (2\sqrt{2}; \sqrt{2}); (-2\sqrt{2}; -\sqrt{2}) \right\}$$

Bài 3.

1) Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$-x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 1 \Rightarrow y_A = -1 \\ x_B = -2 \Rightarrow y_B = -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(1; -1), B(-2; -4), O(0; 0) \Rightarrow AB = 3\sqrt{2}, OA = \sqrt{2}, OB = 2\sqrt{5}$$

Áp dụng công thức Hê rông với p là nửa chu vi, ta có:

$$S_{OAB} = \sqrt{p(p - OA)(p - OB)(p - AB)} = 3(dvdt)$$

2) Ta có: $AB = 3\sqrt{2}$. Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và CD là

$$x^2 - x + a = 0 \quad (2)$$

(2) phải có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 - 4a > 0$

$$\Rightarrow C(x_1; -x_1 + a), D(x_2; x_2 + a)$$

$$\Rightarrow CD = 2(x_1 - x_2)^2 = 2[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = 2 \cdot 1 - 4a = 2 - 4a$$

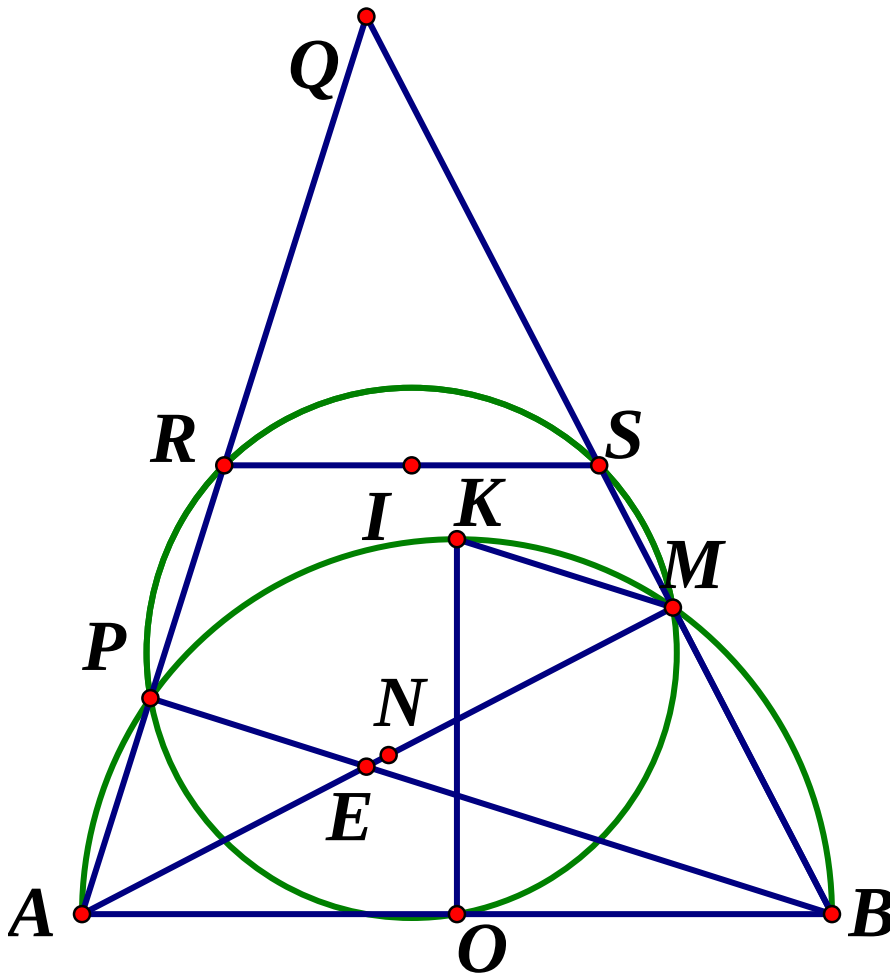
$$\Rightarrow AB^2 = CD^2 \Leftrightarrow 2 - 4a = 18 \Leftrightarrow a = -4$$

3) Gọi phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔOAB là :

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0, \text{ Vì } A, O, B \in \text{đường tròn nên :}$$

$$\begin{cases} c = 0 \\ -2a + 2b + c = -2 \\ 4a + 8b + c = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Tâm } I(-1; -2), R = \sqrt{1 + 4 - 0} = \sqrt{5}$$

Bài 4.



- a) Ta có : $\angle APB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle QPB = 90^\circ$
 Chứng minh tương tự: $\angle DMA = 90^\circ$
 Mà chúng cùng nhìn $ME \Rightarrow PQME$ là tứ giác nội tiếp
- b) Xét $\triangle AKN$ và $\triangle BKM$ có: $AM = BM, \angle KAN = \angle KBM = \frac{sd \perp KM}{2}$

$$AK = KB \left(\begin{array}{l} KA = KB \\ \end{array} \right) \Rightarrow \Delta AKN = \Delta BKM (c.g.c)$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle AQM + \angle QBP = 90^\circ \\ \angle MEB + \angle QBP = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AQM = \angle MEB \Rightarrow \frac{AM}{EM} = \frac{AQ}{EB} . \text{ Ta có:}$$

$$\angle PBM = \frac{1}{2} \angle PK + \frac{1}{2} \angle KM = \frac{1}{2} \angle BM + \frac{1}{2} \angle KM \quad (\angle MKB = \angle KBP \text{ (so le trong)})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \angle BK = 45^\circ \Rightarrow \Delta BME \text{ vuông cân} \Rightarrow ME = MB$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{BE} \Leftrightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AQ}{BE} \quad (AM = BM)$$

$$\Rightarrow AM \cdot BE = AN \cdot AQ$$

c) Ta có:

$$\angle MPO = \angle MPB + \angle BPO = \angle MPB + \angle ABP$$

$$= \frac{1}{2} \angle MB + \frac{1}{2} \angle AD = \frac{1}{2} \angle PK + \frac{1}{2} \angle AP = \frac{1}{2} \angle AK = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta MPO \text{ vuông cân tại O}$$

Gọi J là trung điểm của $MP \Rightarrow J$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔMOP

Mà I là trung điểm $RS \Rightarrow IJ \perp RS$

Mặt khác, $\angle QRS = \angle QMP = \angle QAB \Rightarrow RS \parallel AB$

Mà $IJ \perp RS \Rightarrow IJ \perp AB$

Gọi O' là trung điểm của OK

$$\left. \begin{array}{l} OO' \perp AB \\ OO' = \frac{1}{2} R \end{array} \right\} \Rightarrow IJ \parallel OO'$$

Có: . Ta có:

$$\angle RJS = 180^\circ - \angle RJP - \angle SJM$$

$$= 180^\circ - (180^\circ - 2\angle QPM) - (180^\circ - 2\angle QMP)$$

$$= 2(\angle QPM + \angle QMP) - 180^\circ$$

$$= 2(180^\circ - \angle PQM) - 180^\circ = 180^\circ - 2\angle PQM$$

$$= 2.(90^\circ - \angle PQM) = 2\angle MBE = 90^\circ$$

$\Rightarrow \Delta RJS$ vuông cân tại J

$$\Rightarrow JI = \frac{JR}{\sqrt{2}} = \frac{JP}{\sqrt{2}} = \frac{R}{2}$$

$$\text{Vậy } OO' = OI = \frac{R}{2}$$

$\Rightarrow OO'IJ$ là hình bình hành nên $O'I = OJ = \frac{R}{2}$

Ta có : O' cố định nên $O'I = \frac{R}{2}$ không đổi

$\Rightarrow I$ luôn thuộc $\left(O'; \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$ với O' là trung điểm OK

Bài 5.

$$1) \sqrt{9 - \frac{9}{x}} = x - \sqrt{x - \frac{9}{x}} (*)$$

$$\text{Điều kiện : } \begin{cases} 9 - \frac{9}{x} \geq 0 \\ x - \frac{9}{x} \geq 0 \end{cases} \Rightarrow -3 \leq x < 0, x \geq 3$$

Th1: $-3 \leq x < 0$, ta có: $VT(*) \geq 0, VP(*) < 0 \Rightarrow PTVN$

Th2: $x \geq 3$,

$$(*) \Leftrightarrow 9 - \frac{9}{x} = x^2 - 2x\sqrt{x - \frac{9}{x}} + x - \frac{9}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 9 = 2x\sqrt{x - \frac{9}{x}} \Leftrightarrow (x^2 + x - 9)^2 = 4x^2 \left(x - \frac{9}{x}\right)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 9) + 2x(x^2 - 9) + x^2 = 4x(x^2 - 9)$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 9) - 2x(x^2 - 9) + x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 9 - x)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sqrt{37}}{2} > 3(tm) \\ x = \frac{1 - \sqrt{37}}{2} (ktm) \end{cases}$$

$$2) 27(x^2y + y^2z + z^2x + xyz) \leq 4(x + y + z)^3$$

Giả sử : $x \geq y \geq z$, ta có:

$$\begin{aligned}
VT(*) &= 27(x \cdot xy + y \cdot yz + z \cdot zx + xy^2) \\
&\leq 27(x \cdot xy + y \cdot xz + z \cdot yz + xyz) \\
&= 27(x^2y + 2xyz + yz^2) = 27y(x+z)^2 \\
&= \frac{27}{2} \cdot 2y(x+z)(x+z) \leq \frac{27}{2} \left(\frac{2y + x + z + x + z}{3} \right)^3 \\
&= 4(x+y+z)^3 = VP(dfcm)
\end{aligned}$$

ĐỀ 89**Bài 1.**

$$1) A = \frac{\sqrt{25} - 1}{2} = 2$$

$$2) B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$= \frac{x+2 + \sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - x - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{2x+2 - \sqrt{x} - x - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$3) \frac{B}{A} = \frac{\frac{\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1}}{\frac{\sqrt{x}-1}{2}} = \frac{2}{x+\sqrt{x}+1}$$

$$\forall x \geq 0 \Rightarrow x + \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x + \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{B}{A} \leq \frac{2}{1} = 2 \Leftrightarrow x = 0$$

Bài 2.

Gọi x là thời gian dự định ($x > 0$) \Rightarrow vận tốc dự định: $\frac{80}{x}$. Ta có phương trình

$$\frac{20}{\frac{80}{x} - 15} + \frac{60}{\frac{80}{x} + 10} = x \Leftrightarrow \frac{20x}{80 - 15x} + \frac{60x}{80 + 10x} = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{20}{80 - 15x} + \frac{60}{80 + 10x} = 1 \Leftrightarrow 1600 + 200x + 4800 - 900x = (80 - 15x)(80 + 10x)$$

$$\Leftrightarrow 6400 - 700x = 6400 - 400x - 150x^2 \Leftrightarrow 150x^2 - 300x = 0 \Leftrightarrow x = 2(tm)$$

Vậy thời gian dự định là 2 giờ.

Bài 3.

$$1) \begin{cases} \frac{3}{x+1} + \frac{1}{y+x-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y+x-1} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=1 \\ y+x-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$$

$$2) a) x^2 - mx + m - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta = m^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2$$

Phương trình (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow m = 2$

$$d) \text{ Áp dụng hệ thức Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}. \text{ Ta có:}$$

$$x_1(x_1 + 3) + x_2(x_2 + 3) = 8 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 3(x_1 + x_2) = 8$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 + 3(x_1 + x_2) - 2x_1 x_2 - 8 = 0$$

$$\text{hay } m^2 + 3m - 2(m-1) = 8$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$$

Bài 4.

$$1) AC \text{ là tiếp tuyến tại } A \text{ của } (O) \Rightarrow AC \perp OA \Rightarrow \angle OAC = 90^\circ$$

$$MN \perp CD \Rightarrow \angle CMN = 90^\circ$$

Ta có: $\angle CAM + \angle CNM = 180^\circ \Rightarrow CAMN$ là tứ giác nội tiếp

$$2) \text{ Tứ giác } CAMN \text{ nội tiếp } \Rightarrow \angle CAN = \angle CMN \text{ (góc nội tiếp cùng chắn } \overset{EN}{\text{MN}})$$

$$\text{Ta có: } BD \text{ là tiếp tuyến tại } B \text{ của } (O) \Rightarrow \angle OBD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DBM + \angle DNM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BMND \text{ là tứ giác nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \angle DMN = \angle DBN \Rightarrow \angle CMN + \angle DMN = \angle CAN + \angle DBN$$

Mà $\angle DBN = \angle BAN$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn 1 cung) $\Rightarrow \angle CAN + \angle DBN = \angle CAN + \angle BAN = \angle BAC = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle CMD = \angle CMN + \angle DMN = 90^\circ$$

Bài 5.

$$\text{Ta có: } (9 - xy)^2 = (x + y + 1)^2 = x^2 + y^2 + 1$$

$$\forall xy \leq 4 \Rightarrow 9 - xy \geq 5 \Leftrightarrow (9 - xy)^2 \geq 25 \Rightarrow A \geq 8$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = y = 2$$

$$\forall y \quad \text{Min}A = 8 \Leftrightarrow x = y = 2$$

ĐỀ 90

Bài 1.

$$a) x = 9(\text{tmdk}) \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9} + 2}{\sqrt{9} - 5} = \frac{-5}{2}$$

$$b) B = \frac{3(\sqrt{x} - 5) + 20 - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} = \frac{\sqrt{x} + 5}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}$$

$$c) A = B|x - 4| \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 5} = \frac{1}{\sqrt{x} - 5}|x - 4| \Leftrightarrow |x - 4| = \sqrt{x} + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = \sqrt{x} + 2 \\ 4 - x = \sqrt{x} + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x} - 6 = 0 \\ x + \sqrt{x} - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ \sqrt{x} = -2(\text{ktm}) \\ x = 1 \\ \sqrt{x} = -2(\text{ktm}) \end{cases}$$

$$\forall y \quad x \in \{9; 1\}$$

Bài 2.

Gọi x, y là số giờ vòi I, II chảy riêng đầy bể

$$1h20' = \frac{4}{3}h \quad 30' = \frac{1}{2}h \quad 4h48' = \frac{24}{5}h$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{4}{3x} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 12 \end{cases} (\text{tm})$$

Theo bài ta có hệ phương trình

Bài 3.

$$1) \begin{cases} 2\sqrt{2-y} + \sqrt{x+1} = 4 \\ \sqrt{2-y} - 3\sqrt{x+1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2-y} = \frac{7}{8} \\ \sqrt{x+1} = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{79}{64} \\ x = \frac{65}{16} \end{cases}$$

2) a) Ta có phương trình hoành độ giao điểm của $(P), (d)$ là :

$x^2 - mx - 3 = 0$, $\Delta = m^2 + 12 > 0 \Rightarrow (d)$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt

b) Khi $m = 2$, ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 3 \Rightarrow y_B = 9 \\ x_A = -1 \Rightarrow y_A = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(-1; 1), B(3; 9), O(0; 0) \Rightarrow AB = 4\sqrt{5}, AO = \sqrt{2}, OB = 3\sqrt{10}$$

Áp dụng hệ thức Hê rông với P là nửa chu vi

$$\Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 6 \text{ (đvdt)}$$

c) Hoành độ C, D thỏa mãn $x^2 - mx - 3 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_C + x_D = m \\ x_C \cdot x_D = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_C = mx_C + 3 \\ y_D = mx_D + 3 \end{cases}$$

$$CD^2 = (x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2$$

$$= -2x_C x_D + (x_C^2 + x_D^2) + (y_C^2 + y_D^2) - 2y_C y_D$$

$$= 6 + (x_C + x_D)^2 - 2x_C x_D + (y_C^2 + y_D^2) - 4y_C y_D$$

$$= m^2 + 12 [m(x_C + x_D) + 6]^2 - 4(mx_C + 3)(mx_D + 3)$$

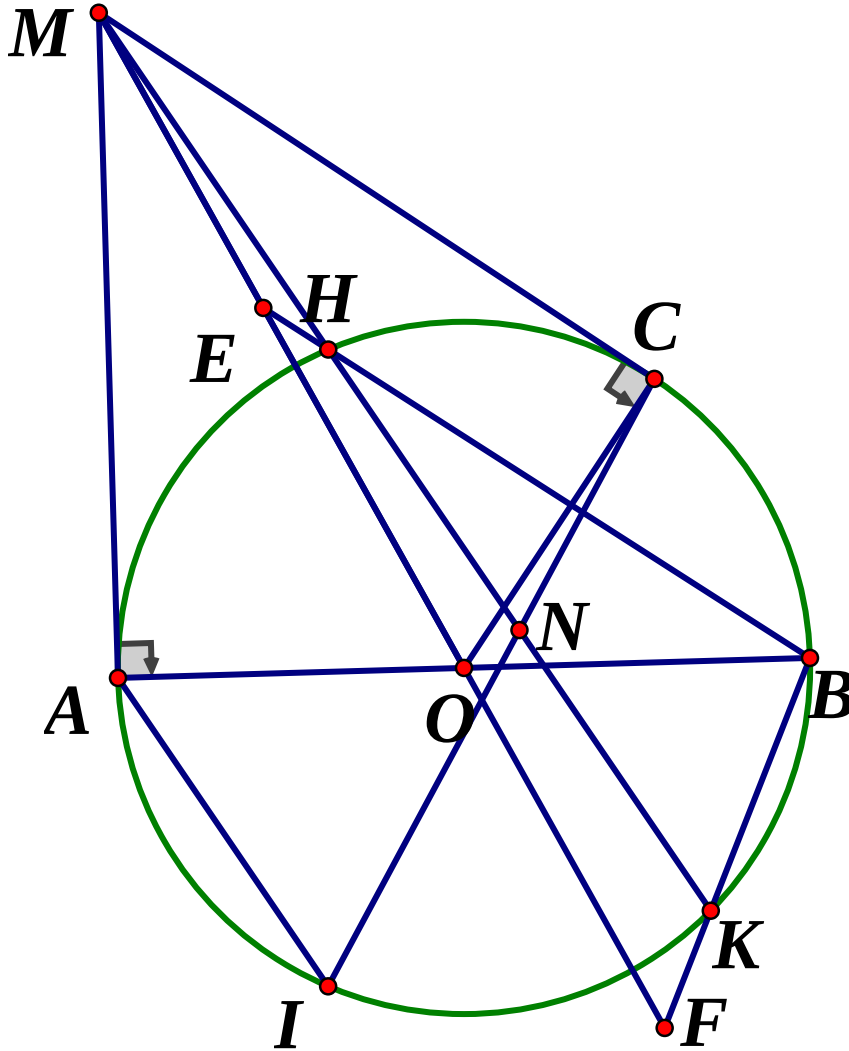
$$= m^2 + 12 + (m^2 + 6)^2 - 4[m^2 x_C x_D + 3m(x_C + x_D) + 9]$$

$$= m^2 + 12 + (m^2 + 6)^2 - 4(-3m^2 + 3m^2 + 9)$$

$$= m^2 + (m^2 + 6)^2 - 24 \geq |-24| = 24$$

$$\Leftrightarrow \text{Min}_{CD} = \sqrt{24} \Leftrightarrow m = 0$$

Bài 4.



a) MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau
 $\Rightarrow \begin{cases} MA \perp AO \\ MC \perp CO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \angle MAO = 90^\circ \\ \angle MCO = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle MAO + \angle MCO = 180^\circ$
 $\Rightarrow AMCO$ là tứ giác nội tiếp
 $\left. \begin{array}{l} MA = MC \\ OA = OC \end{array} \right\} \Rightarrow OM$ là trung trực của $AC \Rightarrow OM \perp AC$
 Mà tứ giác $OAMC$ nội tiếp $\Rightarrow \angle OMC = \angle CAO$
 Mà $\angle CAO = \angle CHB$ (cùng chắn \overline{BC})
 $\Rightarrow \angle CMO = \angle CHB$ mà $\angle CHB + \angle CHE = 180^\circ$ (kề bù)
 $\Rightarrow \angle CMO + \angle CHE = 180^\circ \Rightarrow MEHC$ là tứ giác nội tiếp

$$b) \left. \begin{array}{l} \angle MOC = \frac{1}{2} \angle AOC \\ \angle AIC = \frac{1}{2} \angle AOC \end{array} \right\} \Rightarrow \angle MOC = \angle AIC$$

$$\Rightarrow AI // MK \Rightarrow \angle MNC = \angle AIC$$

$$\Rightarrow \angle MOC = \angle MNC \Rightarrow MONC \text{ là tứ giác nội tiếp} \Rightarrow \angle MNO = \angle MCO = 90^\circ$$

$$\Rightarrow ON \perp HK \Rightarrow N \text{ là trung điểm } HK$$

c) Ta có: $\angle DAB = \angle DCB$ (cùng chắn \overline{BD}) và $\angle DCB = \angle ECM$ (đối đỉnh),

$$\angle ECM = \angle EIM \text{ (MICE là tứ giác nội tiếp)}$$

Xét $\triangle MIE$ và $\triangle MAE$ có: $MI = MA, \angle IME = \angle AME$, ME chung

$$\Rightarrow \triangle MIE = \triangle MAE (c.g.c) \Rightarrow \angle MAE = \angle EIM$$

$$\text{Vậy có } \angle MAE = \angle DAB$$

$$\text{Mặt khác: } \angle MAE + \angle OAE = 90^\circ (= \angle MAB)$$

$$\text{Và } \angle DAB + \angle OBF = 90^\circ (\triangle DAB \text{ vuông tại D}) \Rightarrow \angle OAE = \angle OBF$$

Xét $\triangle OAE$ và $\triangle OBF$ có:

$$\angle AOE = \angle BOF \text{ (đối đỉnh), } OA = OB = R, \angle OAE = \angle OBF$$

$$\Rightarrow \triangle OAE = \triangle OBF (g.c.g) \Rightarrow OE = OF$$

Bài 5.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta được:

$$\frac{1}{a^2 + 1} = 1 - \frac{a^2}{a^2 + 1} \geq 1 - \frac{a^2}{2a} = 1 - \frac{a}{2}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{1}{b^2 + 1} \geq 1 - \frac{b}{2} \qquad \frac{1}{c^2 + 1} \geq 1 - \frac{c}{2}$$

Cộng vế theo vế ta được:

$$\frac{1}{a^2 + 1} + \frac{1}{b^2 + 1} + \frac{1}{c^2 + 1} \geq 3 - \frac{a + b + c}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow a = b = c = 1$$

ĐỀ 91**Bài 1.**

$$1) A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{16} + 1}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$$

$$2) B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{2}{x - 1} \right) \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$= \frac{x - 1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)} : \frac{\sqrt{x} - 1 + 2}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1) \cdot (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{x - 1}{\sqrt{x}}$$

$$3) P = A : B = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} : \frac{x - 1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$P_{\max} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \max \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 \min$$

$$\text{Do } x > 0, x \neq 1 \Rightarrow \text{Min} \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow P = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Vậy } \text{Min} P = \sqrt{2} + 1 \Leftrightarrow x = 2$$

Bài 2.

1) Gọi x (km/h) là vận tốc lúc về ($x > 0$) \Rightarrow vận tốc lúc đi : $x + 10$ (km/h)

Thời gian cả đi lẫn về : $10h - 3h15' = \frac{27}{4} h$. Theo bài ta có phương trình :

$$\frac{150}{x} + \frac{150}{x + 10} = \frac{27}{4} \Leftrightarrow \frac{300x + 1500}{x(x + 10)} = \frac{27}{4}$$

$$\Rightarrow 27x^2 + 270x = 1200x + 6000 \Leftrightarrow 27x^2 - 930x - 6000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \text{ (tm)} \\ x = -\frac{50}{9} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lúc về là 40 km/h

$$2) S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 9 = 108\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 3.

1) Đặt $t = \frac{1}{x - 1}, u = \frac{1}{y}$, hệ phương trình thành :

$$\begin{cases} 7t - 4u = \frac{5}{3} \\ 5t + 3u = \frac{13}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ u = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 3 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$$

2) Khi $m = 3$, phương trình (1) thành : $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$b) x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 3m + 3 = 0$$

$$\Delta' = (m - 1)^2 - (m^2 - 3m + 3) = m - 2$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 2$

$$\text{Khi đó, theo Vi - et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 2 \\ x_1 x_2 = m^2 - 3m + 3 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 3(x_1 + x_2) - 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 3(x_1 + x_2) + 2 = 0$$

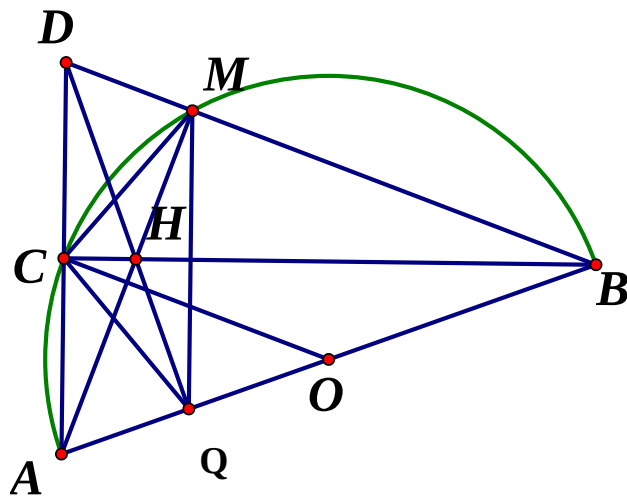
$$\text{hay } (2m - 2)^2 - 2(m^2 - 3m + 3) - 3(2m - 2) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 2m^2 + 6m - 6 - 6m + 6 + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 0(\text{ktm}) \end{cases}$$

Vậy $m = 4$

Bài 4.



1) Tứ giác $CHMD$ có $\angle DCH = \angle DMH = 90^\circ$ mà 2 góc ở vị trí đối nhau nên $CHMD$ là tứ giác nội tiếp

2) Xét $\triangle DMC$ và $\triangle DAB$ có $\angle D$ chung, $\angle DMC = \angle DAB$ (vì tứ giác $CHMD$ nội tiếp) $\Rightarrow \triangle DMC \sim \triangle DAB (g.g) \Rightarrow DA \cdot DC = DB \cdot DM$

3) Tứ giác $BCDQ$ nội tiếp vì $\angle BQD = \angle BCD = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle CQD = \angle CBD \text{ (cùng chắn } \overline{CD}) \quad (1)$$

Tứ giác $BMHQ$ nội tiếp vì $\angle BMH = \angle BQH = 90^\circ$

$$\Rightarrow \angle MQH = \angle CBD \text{ (cùng chắn } \overline{MH}) \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \angle CQD = \angle MQH = \frac{1}{2} \angle CQM$$

$$\angle CBM = \frac{1}{2} \angle COM \Rightarrow \angle COM = \angle CQM$$

Có $\angle COM = \angle CQM$, mà 2 góc này cùng nhìn cạnh CM dưới một góc bằng nhau $\Rightarrow CMQO$ là tứ giác nội tiếp

\Rightarrow Đường tròn ngoại tiếp $\triangle CMQ$ luôn đi qua điểm O cố định

Bài 5.

Ta có: $ab + bc = 2ac \Rightarrow b = \frac{2ac}{a+c}$, thay vào P ta có

$$P = \frac{a + \frac{2ac}{a+c}}{2a - \frac{2ac}{a+c}} + \frac{c + \frac{2ac}{a+c}}{2c - \frac{2ac}{a+c}} = \frac{a+3c}{2a} + \frac{c+3a}{2c} = 1 + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} \right) \geq 4$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

ĐỀ 92

Câu 1.

$$a) \begin{cases} 3x - 4y = 11 \\ 5x - 6y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 12y = 33 \\ 10x + 12y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$b) 5x^2 - 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$c) 4x - 5x^2 = 0 \Leftrightarrow x(4 - 5x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Câu 2.

$$a) P = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{2\sqrt{a}} \left(\begin{array}{l} a > 0 \\ a \neq 1 \end{array} \right) = \frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} \cdot \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} = \frac{2}{\sqrt{a} - 1}$$

$$b) P < -1 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a} - 1} < -1 \Leftrightarrow \frac{2 + \sqrt{a} - 1}{\sqrt{a} - 1} < 0 \Leftrightarrow \frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} < 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{a} - 1 < 0 \text{ (do } 1 + \sqrt{a} > 0) \Rightarrow a < 1$$

Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow 0 < a < 1$

Câu 3.

1) Gọi a là chiều dài, b là chiều rộng ($0 < b < a < 23$). Theo bài ta có hệ

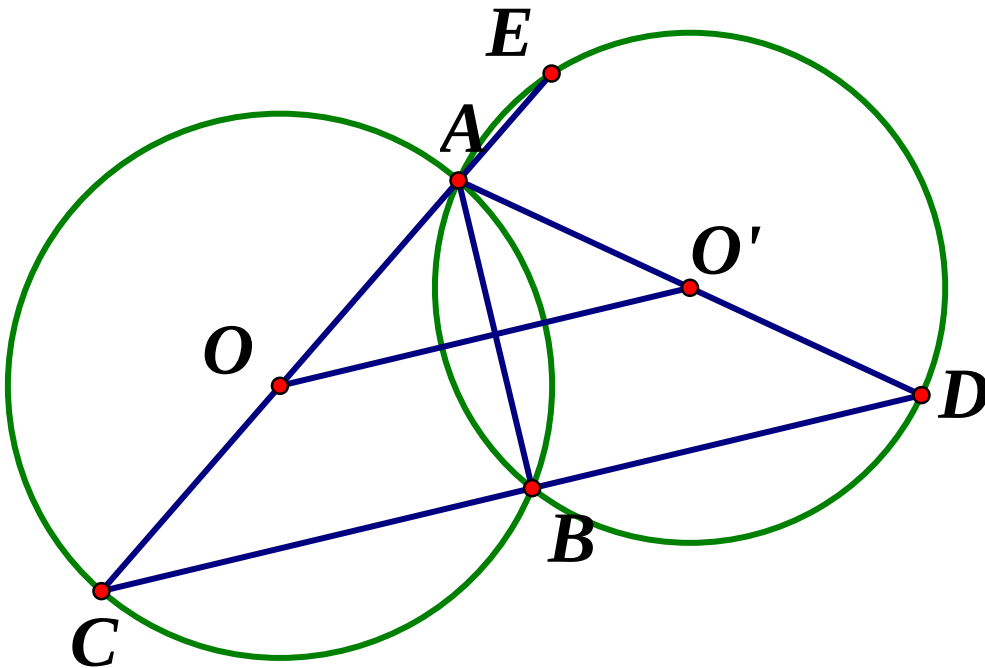
$$\begin{cases} a + b = 23 \\ a + 5 = 4(b - 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 23 \\ a - 4b = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 17 \\ b = 6 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy chiều dài: $17m$, chiều rộng: $6m$

$$2) f(-1) = 2 \cdot (-1)^2 = 2 \qquad f(2) = 8$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \qquad f(\sqrt{3}) = 6$$

Câu 4.



a) Hai tam giác vuông ABC, ABD bằng nhau vì có cạnh huyền bằng nhau và cạnh AB chung $\Rightarrow CB = BD$ mà $(O) = (O') \Rightarrow \overline{CB} = \overline{BD}$

b) E nằm trên đường tròn đường kính AD nên $\angle AED = 90^\circ$
 Do $BC = BD$ (cmt) $\Rightarrow EB$ là đường trung tuyến của $\triangle ECD$ vuông tại E và $EB = BD$

Vậy $\overline{EB} = \overline{BD} \Leftrightarrow B$ là điểm chính giữa cung EBD

ĐỀ 93

Bài 1.

a) Học sinh tự vẽ (P) và (d)

b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm $(P), (d)$:

$$x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -3 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$$

Vậy tọa độ $(P), (d): (1; -1), (-3; -9)$

Bài 2.

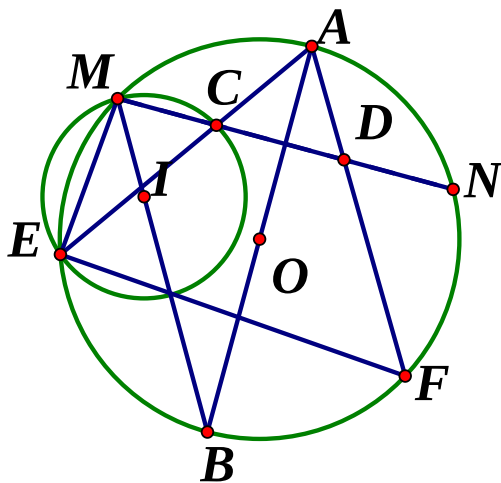
Gọi x (ngày), y (ngày) là thời gian tổ I, II làm xong ($x, y > 15$)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{15} \\ \frac{6}{x} + \frac{30}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24 \\ y = 40 \end{cases} (tm)$$

Theo bài ta có hệ:

Vậy tổ I: 24 ngày, tổ II: 40 ngày

Bài 3.



a) Ta có: $\angle ACD = \frac{1}{2}sd(\widehat{AN} + \widehat{ME}) = \frac{1}{2}(sd\widehat{AM} + sd\widehat{ME}) = \frac{1}{2}sd\widehat{AE}$

Mà $\angle AFE = \frac{1}{2}sd\widehat{AE} \Rightarrow \angle ACD = \angle AFE \Rightarrow \angle ACD = \angle AFE$

$\Rightarrow CDFE$ là tứ giác nội tiếp (góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

b) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle AEM$ có:

$\angle MAC = \angle EAM$ chung; $\angle AMC = \angle AEM$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle AEM$

$\Rightarrow \frac{AM}{AE} = \frac{AC}{AM} \Rightarrow AM^2 = AE.AC$

c) Có I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MEC \Rightarrow IM = IE = IC$

Có $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Có $2\angle IMC = 180^\circ - \angle MIC = 180^\circ - 2\angle MEC$ (Do $\angle MIC = 2\angle MEC$)

Mà $\angle CMA = \angle MEC \Rightarrow 2\angle IMC + 2\angle CMA = 180^\circ \Rightarrow \angle IMC + \angle CMA = 90^\circ$

$\Rightarrow IM \perp MA$ tại M , mà $BM \perp MA$ tại M nên M, I, B thẳng hàng

Bài 4.

$$P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}}$$

$$P = \frac{3x + 3y + 3z}{\sqrt{6(x+y)(x+z)} + \sqrt{6(x+y)(y+z)} + \sqrt{6(z+x)(y+z)}}$$

Có: $\sqrt{3(x+y) \cdot 2(x+z)} \leq \frac{1}{2}(5x + 3y + 2z)$

Tương tự: $\sqrt{3(x+y) \cdot 2(y+z)} \leq \frac{1}{2}(3x + 5y + 2z), \sqrt{(z+x)(x+y)} \leq \frac{1}{2}(x + y + 2z)$

$\Rightarrow P \geq \frac{2(3x + 3y + 3z)}{9x + 9y + 6z} = \frac{2}{3}$

Đẳng thức xảy ra khi:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y) = 2(x+z) = 2(y+z) \\ z+x = y+z \\ xy + yz + zx = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Vậy $MinP = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = y = 1; z = 2$

ĐỀ 94

Câu 1.

$$1) x = 9 \Rightarrow A = \frac{\sqrt{9} - 1}{\sqrt{9} + 1} = \frac{1}{2}$$

$$2) B = \frac{(\sqrt{x} + 5)(\sqrt{x} - 1) + (\sqrt{x} + 1) + 8}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{x + 5\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1}$$

$$3) P = AB = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} + 1} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x} + 1}$$

$$P \in \mathbf{Z} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x} + 1} \in \mathbf{Z} \Rightarrow (\sqrt{x} + 1) \in U(3) = \{1; 3\} \text{ (do } \sqrt{x} + 1 > 0)$$

$$\Rightarrow x \in \{0; 4\}$$

Câu 2.

$$a) \begin{cases} 3x - y = 5 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 3\sqrt{y-2} = 5 \\ 4\sqrt{x+1} + \sqrt{y-2} = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 4 \\ \sqrt{y-2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 3 \end{cases}$$

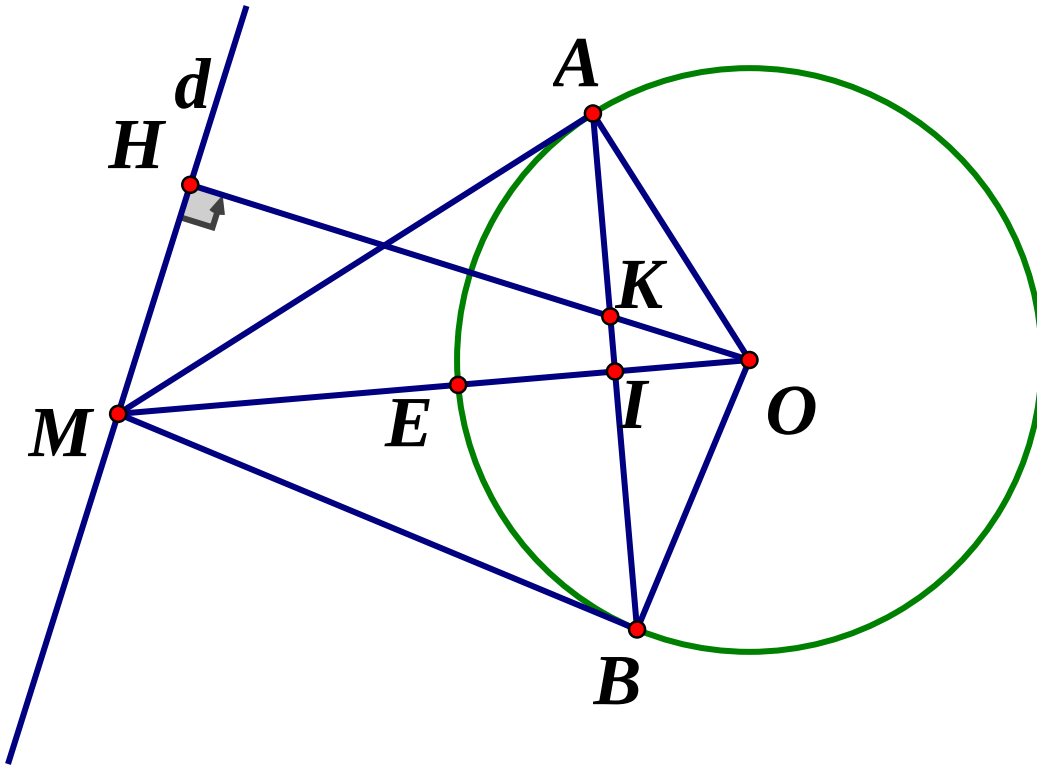
Câu 3.

Gọi x, y là thời gian mỗi vòi chảy đầy bể ($x, y > 12$). Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{18}{x} + \frac{4}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 28 \end{cases} (tm)$$

Vậy vòi I: 21 giờ, vòi II: 28 giờ

Câu 4.



- a) Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên $\angle OAM = \angle OBM = 90^\circ \Rightarrow AOMB$ thuộc đường tròn đường kính OM
- b) Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O)
 $\Rightarrow \begin{cases} MA = MB \\ OA = OB = R \end{cases} \Rightarrow OM$ là trung trực của $AB \Rightarrow OM \perp AB$ tại I
- Xét $\triangle OIK$ và $\triangle OHM$ có: $\angle OIK = \angle OHM = 90^\circ$; $\angle IOK$ chung
 $\Rightarrow \triangle OIK \sim \triangle OHM (g - g) \Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OK}{OM} \Leftrightarrow OI \cdot OM = OK \cdot OH$
- c) MA, MB là hai tiếp tuyến $\Rightarrow MD$ là phân giác $\triangle AMB$ cân
 $\Rightarrow \begin{cases} \angle EAM = \frac{1}{2} sd \widehat{AE} \\ \angle EAB = \frac{1}{2} sd \widehat{BE} \end{cases} \Rightarrow \angle EAM = \angle EAB$
- Mặt khác $\angle EOA = \angle EOB \Rightarrow sd \widehat{AF} = sd \widehat{BE} \Rightarrow AE$ là phân giác $\angle MAB$
 $\Rightarrow E$ là giao điểm 2 phân giác $\triangle MAB$
 $\Rightarrow E$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MAB$
- d) Xét $\triangle OAM$ vuông tại A , đường cao AI

$$\Rightarrow OI \cdot OM = OA^2 \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$\text{Mà } OK \cdot OH = OI \cdot OM = OA^2$$

Do OH, OA không đổi nên OK không đổi $\Rightarrow K$ cố định mà $\angle OIK = 90^\circ$
 $\Rightarrow I \in$ đường tròn đường kính OK

Từ I kẻ $ID \perp OK$ tại D

$$\text{Khi đó } S_{OIK} = \frac{ID \cdot OK}{2} \text{ mà } ID \leq \frac{OK}{2}$$

$\Rightarrow S_{OIK}$ lớn nhất khi M nằm trên d sao cho I nằm chính giữa cung OK

Câu 5. Ta có:

$$x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow 0 < xy \leq \frac{1}{4}$$

$$A = \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(y + \frac{1}{y}\right) = x^2 + y^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + 4$$

$$\geq 2xy + 2 \cdot \frac{1}{xy} + 4 = 2 \left(xy + \frac{1}{16xy} + \frac{15}{xy} \right) + 4$$

$$\Rightarrow A \geq 2 \left(2\sqrt{xy \cdot \frac{1}{16xy}} + \frac{15}{16xy} \right) + 4 = 2 \left(2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{15}{16 \cdot \frac{1}{4}} \right) + 4 = \frac{25}{2}$$

$$\text{Vậy } A_{\min} = \frac{25}{2} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

ĐỀ 95

I. Trắc nghiệm

1B 2C 3B 4A 5B 6D 7C 8D

II. Tự luận

Bài 1.

$$m = -2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

a) Khi

$$b) x^2 - mx + m - 1 = 0 \quad (1)$$

$\Delta = m^2 - 4(m - 1) = (m - 2)^2 \geq 0$ (với mọi m) \Rightarrow Phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2

c) (1) có một nghiệm bằng 3

$$\Rightarrow 9 - 3m + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \Rightarrow x_2 = x_1 + x_2 - x_1 = 2 - 3 = -1$$

$$\Rightarrow \Delta ABF \sim \Delta BDF (g.g) \Rightarrow \frac{FB}{FD} = \frac{FA}{BF} \Rightarrow FB^2 = FD.FA$$

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \text{sd} \widehat{AC} = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ$$

c) Ta có:

$$\Rightarrow \angle CDF = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

Xét tứ giác $CDFE$ có $\angle E + \angle D = 180^\circ$

$\Rightarrow CDFE$ là tứ giác nội tiếp

$$\begin{cases} |xy - 4| = 8 - y^2 & (1) \\ xy = 2 + x^2 & (2) \end{cases}$$

Bài 4.

$$(1) \Rightarrow 8 - y^2 \geq 0 \Rightarrow |y| \leq \sqrt{8}$$

$$(2) \Rightarrow x^2 + 2 = |x| \cdot |y| \leq 2\sqrt{2}|x|$$

$$\Rightarrow x^2 - 2\sqrt{2}|x| + \sqrt{2}^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (|x| - \sqrt{2})^2 \leq 0 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \Rightarrow y = -2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy $(x; y) \in \{(\sqrt{2}; 2\sqrt{2}); (-\sqrt{2}; -2\sqrt{2})\}$

ĐỀ 96

I. Trắc nghiệm

1B 2D 3C 4.5(dvdt)

5B 6B

II. Tự luận

Bài 1.

$$1) \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x + 4y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 5 \end{cases}$$

Bài 2.

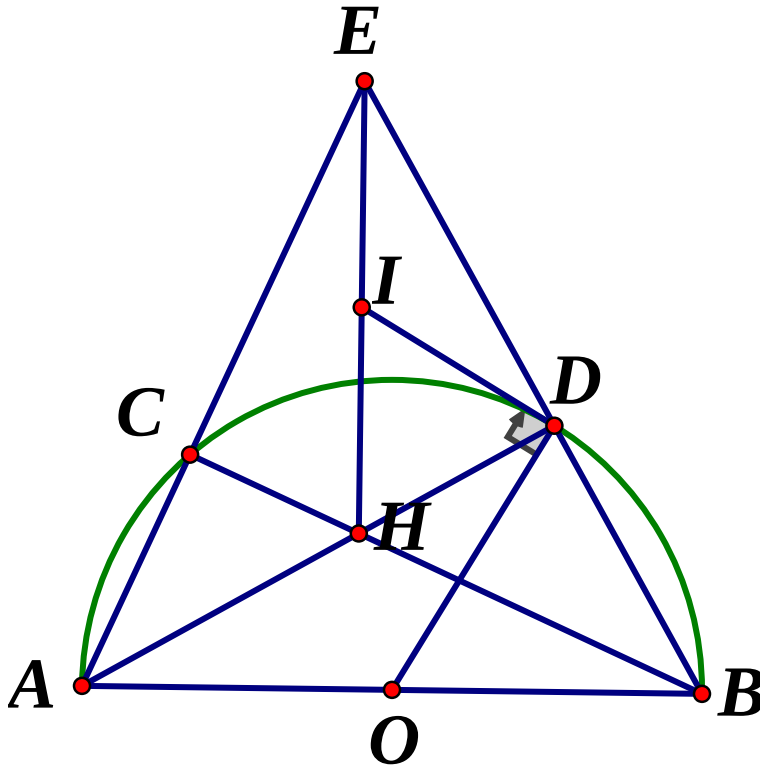
Gọi x, y là số giờ người I, II làm ($x, y \in \mathbb{N}, x, y > 6$)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{4}{x} + \frac{6}{y} = \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} (tm)$$

Theo bài ta có hệ :

Vậy người I: 10 ngày, người II: 15 ngày.

Bài 3.



- a) ΔABC nội tiếp $\left(O; \frac{AB}{2}\right) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại C $\Rightarrow AC \perp BC$
 ΔADB nội tiếp $\left(O; \frac{AB}{2}\right) \Rightarrow \Delta ABD$ vuông tại D $\Rightarrow AD \perp BD$
 ΔEAB có: $\left. \begin{matrix} AD \perp EB \\ BC \perp AE \end{matrix} \right\} \Rightarrow H$ là trực tâm $\Delta AEB \Rightarrow EH \perp AB$
- b) Có $\angle IDA = \angle DBA$ (cùng chắn \overline{AD})
 $EH \perp AB \Rightarrow \angle DBA + \angle E_1 = 90^\circ$ (1)
 ΔEHD vuông tại D $\Rightarrow \angle EHD + \angle E_1 = 90^\circ$ (2)
 Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle DBA = \angle EHD$

$\Rightarrow \angle IDA = \angle EHD \Rightarrow \triangle IHD$ cân tại I $\Rightarrow ID = IH$

Lại có : $\angle IDA + \angle IDE = 90^\circ$ (3) , $\angle EHD + \angle E_1 = 90^\circ$ (4), $\angle IDA = \angle EHD$ (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \triangle IED$ cân tại I

$\Rightarrow IE = ID$ mà $ID = IH \Rightarrow IE = IH \Rightarrow I$ là trung điểm EH

ĐỀ 97**Bài 1.**

$$a) P = \left(\frac{1}{\sqrt{a+2}} + \frac{1}{\sqrt{a-2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{a-2}}{\sqrt{a}} \quad \begin{matrix} (a > 0) \\ (a \neq 4) \end{matrix}$$

$$= \frac{\sqrt{a-2} + \sqrt{a+2}}{(\sqrt{a-2})(\sqrt{a+2})} = \frac{2}{\sqrt{a+2}}$$

$$b) P > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{a+2}} - \frac{1}{3} > 0 \Leftrightarrow \frac{6 - \sqrt{a-2}}{3(\sqrt{a+2})} > 0 \Leftrightarrow 4 - \sqrt{a} > 0 \Leftrightarrow a < 16$$

$$\text{Vậy } 0 < a < 16, a \neq 4 \text{ thì } P > \frac{1}{3}$$

$$c) Q = \frac{9}{4} P = \frac{9}{4} \cdot \frac{2}{\sqrt{a+2}} = \frac{9}{2(\sqrt{a+2})}$$

$$Q \in \mathbb{Z} \Rightarrow 9 : (2(\sqrt{a+2})) \Rightarrow 2(\sqrt{a+2}) \in U(9) = \{1; 3; 9\}$$

$$\text{Thay các trường hợp ta có : } a = \frac{25}{4} (tm)$$

Bài 2.

Gọi a là số giáo viên nữ, b là số giáo viên nam ($a, b \in \mathbb{N}^*, a, b < 80$)

$$\begin{cases} a + b = 80 \\ \frac{32a + 38b}{80} = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = 40 \end{cases} (tm)$$

Theo bài ta có hệ :

Vậy có 40 nữ, 40 nam

Bài 3.

$$1) \begin{cases} 3\sqrt{x} - 4\sqrt{y} = -8 \\ 2\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$$

2) a) Tọa độ $(P), (d)$ là nghiệm phương trình :

$$2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; 2)$

b) (d') có dạng $y = mx + b$ qua $A(1; 2)$

$$\Rightarrow 2 = m \cdot 1 + b \Rightarrow b = 2 - m \Rightarrow (d'): y = mx + 2 - m$$

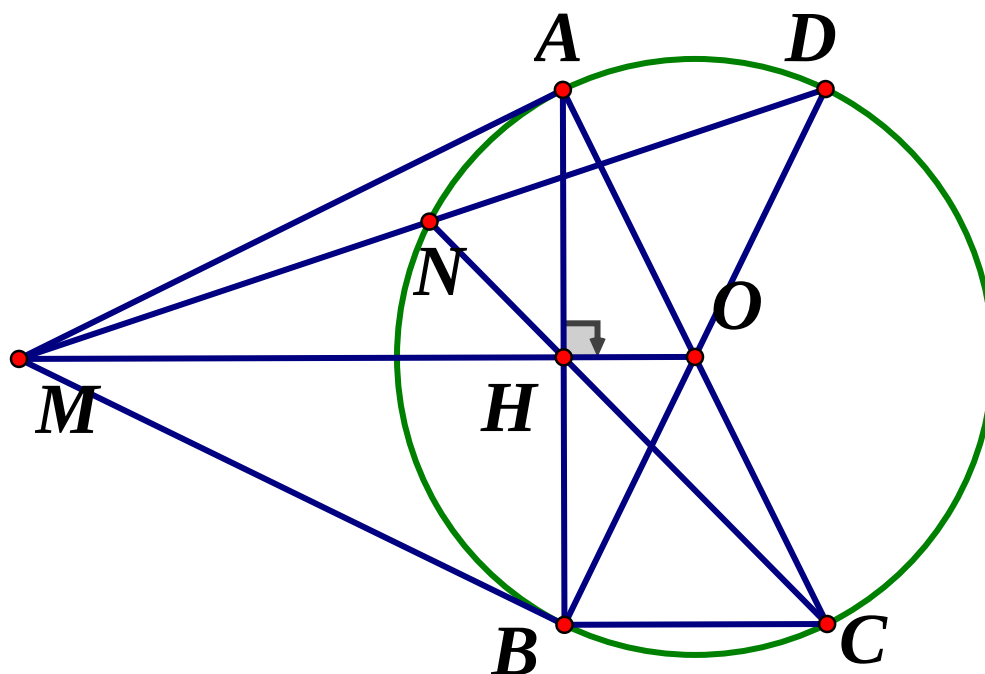
Ta có phương trình hoành độ giao điểm của $(P), (d)$:

$$2x^2 - mx + m - 2 = 0 \text{ có } \Delta = m^2 - 4.2.(m - 2) = m^2 - 8m + 16 = (m - 4)^2 \geq 0$$

Nên phương trình luôn có hai nghiệm với mọi $m \neq 4$

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi $m \neq 4$

Bài 4.



a) Xét tam giác ABC có $BO = OA = OC = \frac{1}{2}AC$ nên ΔABC vuông tại B nên $\angle ABC = 90^\circ \Rightarrow BC \perp AB$ mà $AB \perp OM \Rightarrow OM \parallel BC$

Vì $OM \perp AB$ tại H nên $HA = HB$

Xét ΔAOB có $OA = OB = R \Rightarrow \Delta AOB$ cân tại O mà $OH \perp AB \Rightarrow \angle AOH = \angle BOH$

Xét ΔAOM và ΔBOM có:

$\angle AOH = \angle BOH, OA = OB, OM$ chung

$\Rightarrow \Delta AOM = \Delta BOM (c.g.c) \Rightarrow \angle MOA = \angle MOB = 90^\circ \Rightarrow OB \perp BM$

Xét tứ giác $AOBM$ có $\angle OBM + \angle OAM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow AOBM$ là tứ giác nội tiếp

b) Xét ΔMAN và ΔMDA có: $\angle AMD$ chung, $\angle MAN = \angle MDN \left(= \frac{1}{2} \text{sd } \widehat{AN} \right)$

$\Rightarrow \Delta MAN \sim \Delta MDA (g.g) \Rightarrow \frac{MA}{MN} = \frac{MD}{AM} \Rightarrow MA^2 = MN.MD$

$$c) \text{ Độ dài cung nhỏ } AB : l = \frac{\pi R \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi R}{3}$$

$$S_{\text{quat}(AOB)} = \frac{lR}{2} = \frac{2\pi R^2}{6} = \frac{\pi R^2}{3}$$

d) Tứ giác $NADB$ nội tiếp (O) nên : $\angle AND = \angle ABD$ (cùng chắn \overline{AD}) (1)
 $MO \parallel BC \Rightarrow \angle MHN = \angle BCN$ (đồng vị)

Mà $\angle MBN = \angle BCN$ (cùng chắn cung \overline{BN}) $\Rightarrow \angle MBN = \angle MHN$

\Rightarrow Tứ giác $MNHB$ nội tiếp $\Rightarrow \angle MBH = \angle HND$

$\Rightarrow \angle AND = \angle ABD \Rightarrow \angle MBA = \angle CDN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\angle MBA + \angle ABD = \angle CDN + \angle DNA$

$\Rightarrow \angle MBD = \angle CNA = 90^\circ \Rightarrow MB \perp BP$

Mà $MB \perp BO \Rightarrow B, O, D$ thẳng hàng.

Bài 5. Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow (x+y-1)^2 \leq \frac{(x+y)^2}{4}$$

$$\Rightarrow 4(x+y)^2 - 8(x+y) + 4 \leq (x+y)^2$$

$$\Rightarrow 3(x+y)^2 - 8(x+y) + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y-2)[3(x+y)-2] \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq x+y \leq 2$$

Với $x+y \leq 2$ ta có:

$$P = \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{x+y} \geq \frac{1}{xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{\sqrt{xy}}{2}$$

$$= \frac{1}{2xy} + \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{\sqrt{xy}}{2} \geq \frac{4}{(x+y)^2} + 2\sqrt{\frac{1}{2xy} \cdot \frac{\sqrt{xy}}{2}} \geq 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$$

Lại có: $\sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} = 1 \Rightarrow P \geq 1+1=2$

Vậy $\text{Min } P = 2 \Leftrightarrow x = y = 1$

ĐỀ 98

Bài 1.

$$1) x = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2} - 1 + 2}{\sqrt{2} - 1} = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$2) B = \frac{x + \sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}$$

$$3) P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} = \frac{x - 4}{x}$$

$$xP \leq 10\sqrt{x} - 29 - \sqrt{x - 25} \Leftrightarrow x - 4 - 10\sqrt{x} + 29 + \sqrt{x - 25} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x - 25} \leq -x - 10\sqrt{x} - 25 \Leftrightarrow \sqrt{x - 25} = -(\sqrt{x} - 5)^2 \Rightarrow x - 25 = 0 \Leftrightarrow x = 25 (tm)$$

Bài 2.

Gọi $x (km/h)$ là vận tốc ca nô ($x > y > 0$)

$y (km/h)$ là vận tốc dòng nước

Theo bài ta có hệ :

$$\begin{cases} 3(x + y) + x - y = 190 \\ 2(x + y) + 3(x - y) = 227 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 49 \\ x - y = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 46 \\ y = 3 \end{cases} (tm)$$

Vậy vận tốc ca nô: 46km/h, vận tốc nước : 3km/h

Bài 3.

$$1) \begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{1}{x-y} = 1 \\ \sqrt{x+1} - \frac{2}{x-y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 2 \\ \frac{1}{x-y} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$2) \text{ Khi } m = 3 \Rightarrow (d): y = 7x - 10$$

Tọa độ (P), (d) là nghiệm phương trình $x^2 - 7x + 10 = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow y = 25 \\ x = 2 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Vậy tọa độ (P), (d): (5; 25), (2; 4)

2b) Ta có phương trình hoành độ giao điểm :

$$x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Delta = 4m^2 + 4m + 1 - 4(m^2 + m - 2) = 9 > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = m + 2 \\ x_2 = m - 1 \end{cases} . \text{Áp dụng hệ thức Vi-et} \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 1 \\ x_1 x_2 = m^2 + m - 2 \end{cases}$$

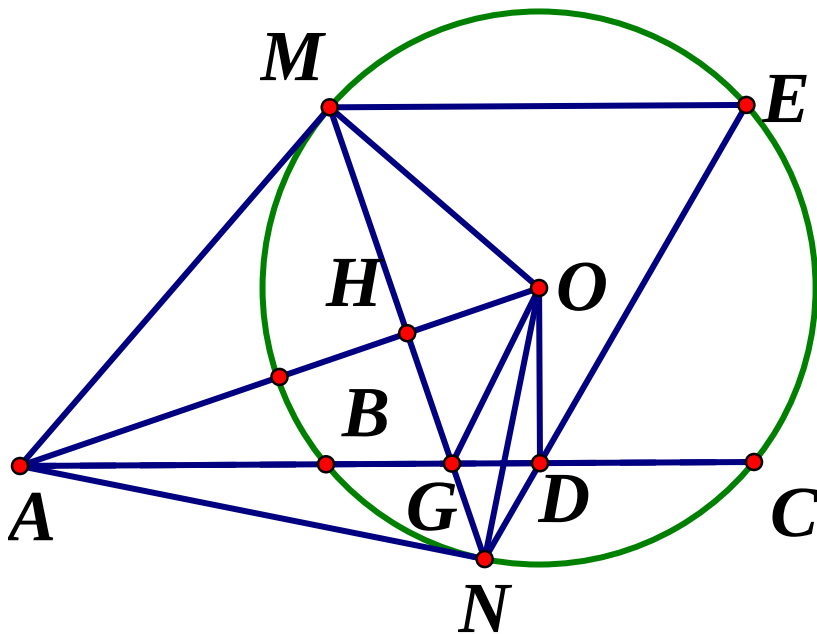
$$-3 < x_1 < x_2 < 3 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 3 > 0 \\ x_2 - 3 < 0 \Rightarrow (x_1 + 3)(x_2 - 3) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 3(x_1 - x_2) < 9$$

$$\text{hay } m^2 + m - 2 + 3(m + 2 - m + 1) - 9 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 < 0 \Rightarrow -2 < m < 1$$

Bài 4.



a) AM, AN là hai tiếp tuyến $\Rightarrow OM \perp AM, ON \perp AN \Rightarrow \angle OMA = \angle ONA = 90^\circ$

$\Rightarrow M, N$ thuộc đường tròn đường kính $OA \Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp

b) AB là tiếp tuyến $\Rightarrow \angle BNA = \angle NCB$

Xét $\triangle ABN$ và $\triangle ANC$ có: $\angle CAN$ chung, $\angle BNA = \angle MCA$

$$\Rightarrow \triangle ABN \sim \triangle ANC (g - g) \Rightarrow \frac{AB}{AN} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow AN^2 = AB \cdot AC$$

c) O là trung điểm $BC \Rightarrow OD \perp BC \Rightarrow \angle ODA = 90^\circ$

$\angle ODA = \angle ONA = 90^\circ \Rightarrow ODN A$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \angle NOA = \angle NDA$

Xét $\triangle AOM$ và $\triangle AON$ có:

$\angle AMO = \angle ANO = 90^\circ, OM = ON, AO$ chung
 $\Rightarrow \Delta AOM = \Delta AON$ (ch - cv) $\Rightarrow \angle NOA = \angle MOA$

$$\Rightarrow \angle NDA = \angle NOA = \angle MOA = \frac{1}{2} \angle MON$$

Xét (O): $\angle MEN = \frac{1}{2} \angle MON \Rightarrow \angle MEN = \angle NOA$, mà chúng đồng vị $\Rightarrow ME // AC$

d) $ODNA$ là tứ giác nội tiếp (câu c) $\Rightarrow \angle NDA = \angle NOA$
 $\angle NOH + \angle ONM = 90^\circ \Rightarrow \angle NOH = \angle MNA \Rightarrow \angle GNA = \angle NDA$

Xét ΔAGN và ΔAND có: $\angle DAN$ chung, $\angle GNA = \angle NOA$

$$\Rightarrow \Delta AGN \sim \Delta AND (g.g) \Rightarrow \frac{AG}{AN} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow AG \cdot AD = AN^2$$

$$AC \cdot AB = AN^2 \text{ (cmt)} \Rightarrow AG = \frac{AC \cdot AB}{AD}$$

Mà A, B, C cố định $\Rightarrow D$ cố định $\Rightarrow AG$ không đổi nên G cố định

Vậy MN đi qua G cố định

$$x, y > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$$

Bài 5. Với

$$A = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{1}{2xy} + \frac{1}{2xy}$$

$$\geq \frac{4}{x^2 + y^2 + 2xy} + \frac{1}{2xy} \text{ hay } A \geq \frac{4}{(x+y)^2} + \frac{1}{xy}$$

$$x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow A \geq 4 + \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 6$$

Mặt khác :

$$\text{Min} A = 6 \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$$

ĐỀ 99

I. Trắc nghiệm

1B 2C 3B 4A 5B 6D 7C 8D

II. Tự luận

Bài 1.

$$x^2 - mx + m - 1 = 0 \quad (1)$$

$$a) m = -2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{7} \\ x = -2 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$b) x^2 - mx + m - 1 = 0 \quad (1), \quad \Delta = m^2 - 4(m - 1) = (m - 2)^2 \geq 0 \text{ (với mọi } m)$$

Vậy (1) luôn có hai nghiệm với mọi m

c) Để $pt(1)$ có 1 nghiệm là 3 khi :

$$3^2 - 3m + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 4 \Rightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 1$$

ĐỀ 100

Bài 1.

$$a) x = 16(\text{tmdk}) \Rightarrow A = \frac{2\sqrt{16} - 1}{\sqrt{16}} = \frac{7}{4}$$

$$b) B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) - 4x}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}$$

$$= \frac{2x + 6\sqrt{x} + x - 3\sqrt{x} - 4x}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{3\sqrt{x} - x}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{-\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$$

$$c) M = A.B = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{1 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$$

Xét để $M > \sqrt{M}$ thì $M > 1$

$$\Rightarrow \frac{1 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} > 1 \Leftrightarrow 1 - 2\sqrt{x} > \sqrt{x} + 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} < -2 \quad (\text{vô lý})$$

Vậy $M < \sqrt{M}$

Bài 2.

Gọi x, y là thời gian 2 vòi chảy đầy bể $\left(x, y > \frac{3}{20}\right)$

$$6h40' = \frac{20}{3}h \quad \text{Theo bài ta có hệ :}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{11}{120} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy phương trình vô nghiệm

Bài 3.

$$1) \begin{cases} 6\sqrt{x+2} = \sqrt{x+y} \\ \frac{3}{\sqrt{x+y}} + \frac{2}{\sqrt{x+2}} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 0 \\ \sqrt{x+y} = 0 \end{cases} \text{ (ktm)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = \frac{20}{3} \\ \sqrt{x+y} = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{382}{9} \\ y = \frac{14018}{9} \end{cases}$$

3) Ta có phương trình hoành độ giao điểm $(d), (P)$

$$x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$$

$$\Delta' = m^2 - (m^2 - 2m) = 2m$$

$\Rightarrow (d)$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0$

Áp dụng định lý Vi-et : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m^2 - 2m \end{cases}$

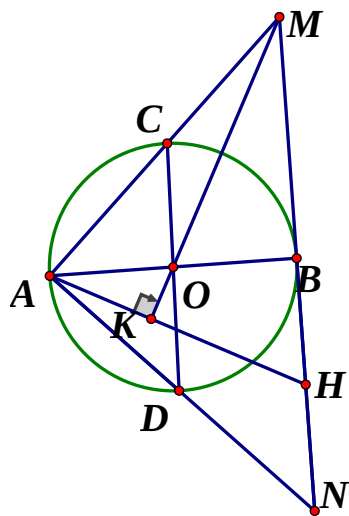
$$y_1 y_2 + 10x_1 x_2 + 9 = 0 \Leftrightarrow (x_1 x_2)^2 + 10(x_1 x_2) + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 - 2m)^2 + 10(m^2 - 2m) + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = -1 \\ m^2 - 2m = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \in \emptyset \end{cases}$$

Vậy $m = 1$

Bài 4.



1) Xét $\angle ANB + \angle NAB = 90^\circ \Rightarrow \angle ANB = 90^\circ - \angle NAB = 90^\circ - \angle DAB$
 Xét $\triangle DAB$ vuông tại D và AB là đường kính
 $\Rightarrow \angle DAB + \angle ABD = 90^\circ \Rightarrow \angle ANB = \angle ABD = \frac{1}{2} \text{sd} \overline{AD} = \angle ACD$
 $\Rightarrow \angle ANB = \angle ACD$ mà $\angle ACD + \angle MCA = 180^\circ \Rightarrow \angle MCD + \angle ANB = 180^\circ$
 \Rightarrow Tứ giác $MCDN$ nội tiếp
 2) O là trung điểm AB , H là trung điểm BN
 $\Rightarrow OH$ là đường trung bình $\Rightarrow OH \parallel AN$

Mà $\angle NAC = 90^\circ$ (vì $\angle NAC = \angle DAC$ mà DC là đường kính của (O))
 $\Rightarrow \angle DAC = 90^\circ \Rightarrow AN \perp AC \Rightarrow OH \perp AC$ và $AD \perp MN \Rightarrow O$ là trực tâm $\triangle AMH$
 (vì $HO \perp AN, AO \perp MH$)

3) Xét $\triangle OAK$ và $\triangle OMB$ có :
 $\angle OKA = \angle OBM = 90^\circ, \angle AOK = \angle MOB$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle OAK \sim \triangle OMB (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{OA}{OM} = \frac{OK}{OB} \Rightarrow OK \cdot OM = OA \cdot OB = R^2$$

$$4) OK \cdot OM = OA \cdot OB = OD \cdot OC$$

$$\Rightarrow \frac{OK}{OC} = \frac{OD}{OM} \text{ và } \angle KOD = \angle COM \text{ (đối đỉnh)} \Rightarrow \triangle KOD \sim \triangle COM (g - g)$$

$$\Rightarrow \angle CMO = \angle KDO \Rightarrow \angle CMK = \angle KDC$$

\Rightarrow Tứ giác $KDMC$ nội tiếp hay $K \in$ đường tròn đi qua 4 điểm M, N, C, D

Bài 5.

Từ giả thiết của bài toán, ta suy ra

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) = 18$$

Mặt khác, vì a, b, c dương nên :

$$9 = ab + bc + ca < a(b + c) + \frac{(b + c)^2}{4} = a(6 - a) + \frac{(6 - a)^2}{4}$$

$$\text{Hay } \frac{3a^2}{4} - 3a < 0 \quad \text{từ đó suy ra } 0 < a < 4. \text{ Do vậy } 0 < a < b < c$$

$$\text{Khi đó } 18 = a^2 + b^2 + c^2 < ac + bc + c^2 = c(a + b + c) = 6c \Rightarrow c > 3$$

Bây giờ ta chứng minh $c < 4$. Thật vậy, giả sử $c \geq 4$, khi đó ta được $c^2 \geq 4c$, ta suy ra :

$$18 = a^2 + b^2 + c^2 > \frac{(a + b)^2}{2} + c^2 + \frac{(6 - c)^2}{2} + 4c$$

$$\frac{c^2}{2} - 2c < 0 \Leftrightarrow 0 < c < 4$$

Hay

Mâu thuẫn với $c \geq 4$, vậy $c < 4$

Từ đó ta có : $3 < c < 4$

Cũng từ đây ta suy ra $a < b < c < 4$

Ta chứng minh $a < 1$. Thật vậy, giả sử $a \geq 1$. Khi đó ta được :

$1 \leq a < b < c < 4$, suy ra :

$$(a - 1)(a - 4) \leq 0; (b - 1)(b - 4) < 0; (c - 1)(c - 4) < 0$$

$$\text{Hay } a^2 \leq 5a - 4, b^2 < 5b - 4; c^2 < 5c - 4$$

Cộng vế theo vế ta được :

$$a^2 + b^2 + c^2 < 5(a + b + c) - 12 = 18$$

Điều này mâu thuẫn $a^2 + b^2 + c^2 = 18$

Do đó $a < 1$. Vậy $0 < a < 1$

Cuối cùng ta chứng minh $1 < b < 3$

Thật vậy, vì $a < 1$ và $c < 4$, do đó :

$b = 6 - a - c > 6 - 1 - 4 = 1$ hay $b > 1$. Ta cần chứng minh $b < 3$

Giả sử $b \geq 3$, ta có: $(b - 3)(c - 3) \geq 0$

$$\text{Hay } bc \geq 3(b + c) - 9 = 3(6 - a) - 9 = 9 - 3a$$

$$\text{Hay } a(b + c - 3) \leq 0$$

Đánh giá cuối cùng sai vì $3 < c < 4$. Vậy $b \geq 3$ sai, do đó $b < 3$

Vậy ta được $1 < b < 3$