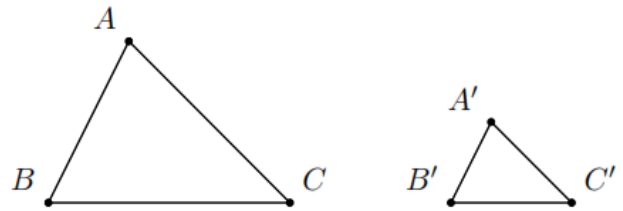


Bài 5: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ NHẤT
(cạnh – cạnh – cạnh)

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Định lí: Nếu ba cạnh của tam giác này tỉ lệ với ba cạnh của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Chứng minh hai tam giác đồng dạng

- Để chứng minh hai tam giác đồng dạng khi độ dài các cạnh của nó, ta lập các tỉ số các cạnh tương ứng của hai tam giác và chứng minh chúng bằng nhau.

Ví dụ 1. Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

a) 6 cm, 9 cm, 12 cm và 24 cm, 18 cm, 12 cm;

b) $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5}$ và $\frac{DE}{6} = \frac{DF}{8} = \frac{EF}{9}$.

Lời giải

a) Ta có $\frac{6}{12} = \frac{9}{18} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ nên hai tam giác đồng dạng.

b) Đặt $\frac{AB}{3} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{5} = m$ và $\frac{DE}{6} = \frac{DF}{8} = \frac{EF}{9} = n$, ta có $AB = 3m, AC = 4m, BC = 5m$ và $DE = 6n, DF = 8n, EF = 9n$.

Lập tỉ số các cặp cạnh tương ứng, dẫn tới kết luận hai tam giác không đồng dạng.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC , điểm O nằm trong tam giác. Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của OA, OB, OC .

a) Chứng minh $\triangle DEF \sim \triangle ABC$, tìm tỉ số đồng dạng.

b) Biết chu vi $\triangle ABC$ bằng 26 cm. Tìm chu vi $\triangle DEF$.

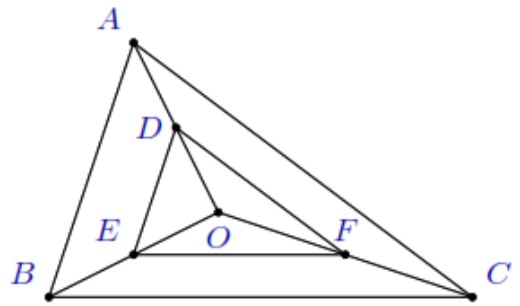
Lời giải.

a) Sử dụng tính chất đường trung bình của tam giác ta

$$\text{có } \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC, \text{ tỉ số đồng dạng bằng } \frac{1}{2}.$$

b) Tỉ số chu vi của hai tam giác đồng dạng bằng tỉ số đồng dạng, từ đó tìm được chu vi $\triangle DEF$ là 13 cm.



Dạng 2: Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất để tính độ dài các cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau

- Vận dụng trường hợp đồng dạng thứ nhất (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng, từ đó suy ra các cặp góc bằng nhau.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm. Trên cạnh AC lấy D sao cho $AD = 4,5$ cm. Chứng minh

a) $\triangle ABC \sim \triangle ADB$;

b) $\angle ABC = \angle ADB$.

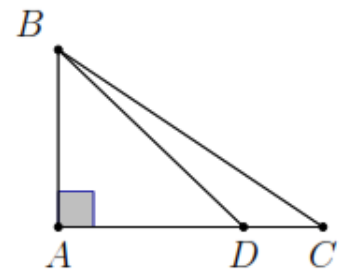
Lời giải.

a) Áp dụng định lý Py-ta-go tính được $BC = 10$ cm, $BD = 7,5$ cm.

$$\text{Bởi vậy } \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADB \text{ (c.c.c.)}$$

b) Từ câu a) suy ra $\angle ABC = \angle ADB$ (góc tương ứng).



C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tam giác ABC có độ dài các cạnh là $AB = 3$ cm, $AC = 5$ cm và $BC = 7$ cm. Tam giác MNP đồng dạng với tam giác ABC có độ dài cạnh nhỏ nhất là 1 cm. Tính độ dài các cạnh còn lại của tam giác MNP .

Lời giải

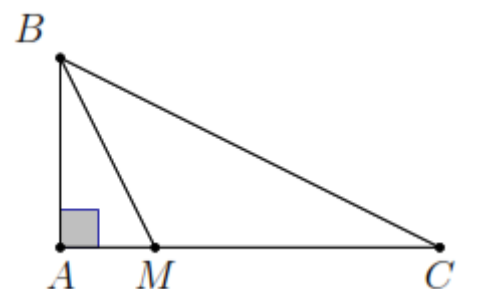
Tỉ số đồng dạng của hai tam giác là $\frac{1}{3}$, từ đó tính được $MN = 1$ cm, $NP = \frac{7}{3}$ cm, $MP = \frac{5}{3}$ cm.

Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 10$ cm, $AC = 20$ cm. Trên AC lấy M sao cho $AM = 5$ cm.

a) Tính độ dài BC , BM .

b) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle AMB$.

Lời giải.



a) Áp dụng định lý Py-ta-go tính được

$$BC = 10\sqrt{5} \text{ cm}, BM = 5\sqrt{5} \text{ cm}.$$

b) Ta có $\frac{BM}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AMB$ (c.c.c).

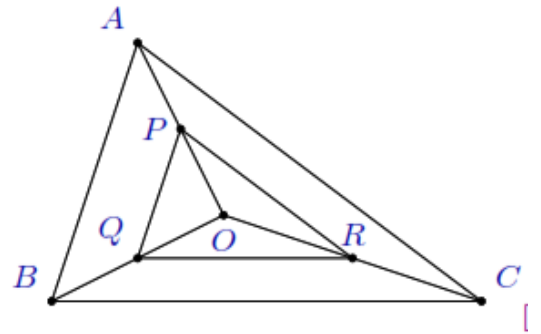
Bài 3. Tam giác ABC có ba đường trung tuyến cắt nhau tại O . Gọi P, Q, R theo thứ tự là trung điểm của OA, OB, OC . Chứng minh $\triangle PQR \sim \triangle ABC$.

Lời giải.

Theo tính chất đường trung bình của tam giác ABC , suy

$$\text{ra } \frac{PQ}{AB} = \frac{PR}{AC} = \frac{QR}{BC} = \frac{1}{2}.$$

Vì vậy $\triangle PQR \sim \triangle ABC$ (c.c.c).



D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 4. Hai tam giác mà các cạnh có độ dài như sau có đồng dạng với nhau không? Vì sao?

a) 4 cm, 5 cm, 6 cm và 12 cm, 15 cm, 18 cm;

b) $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm và $\triangle MNP$ vuông tại M có $MN = 4$ cm, $MP = 3$ cm.

Lời giải

a) Ta có $\frac{4}{12} = \frac{5}{15} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$ nên hai tam giác đồng dạng.

b) Dùng định lý Py-ta-go tính được $BC = 10$ cm, $NP = 5$ cm.

Lập tỉ số các cặp cạnh tương ứng, ta có $\triangle ABC \sim \triangle MPN$.

Bài 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh

a) $\triangle ABC \sim \triangle MNP$, tìm tỉ số đồng dạng.

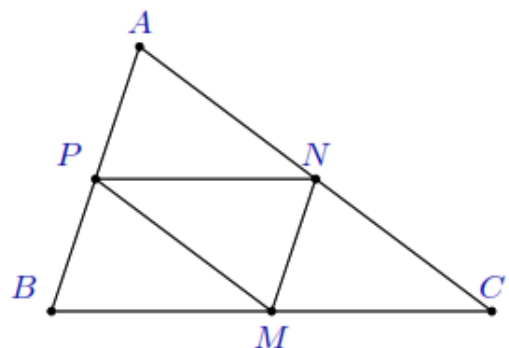
b) Tỉ số chu vi của $\triangle ABC$ và $\triangle MNP$ bằng 2.

Lời giải.

a) Sử dụng tính chất đường trung bình của tam giác ta

$$\text{có } \frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{MP}{AC} = \frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle MNP$, tỉ số đồng dạng bằng $\frac{1}{2}$.



b) Vì $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{MP}{AC} = \frac{1}{2}$ (cmt)

$\Rightarrow \frac{MN + NP + MP}{AB + BC + AC} = \frac{1}{2}$ (tính chất dãy tỉ số bằng nhau).

Từ đó ta có $\frac{P_{MNP}}{P_{ABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{MNP}} = 2$.

Bài 6. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $CD = 2\text{ cm}$, $AD = 6\text{ cm}$ và $BD = 4\text{ cm}$. Chứng minh

a) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$;

b) $ABCD$ là hình thang.

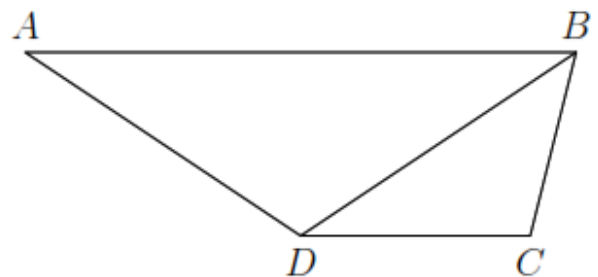
Lời giải.

a) Ta có $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BC} = 2$

$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC$ (c.c.c)

b) Từ câu a) $\Rightarrow \angle ABD = \angle BDC \Rightarrow AB \parallel DC$

$\Rightarrow ABCD$ là hình thang.



--- HẾT ---

Chương

3

TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

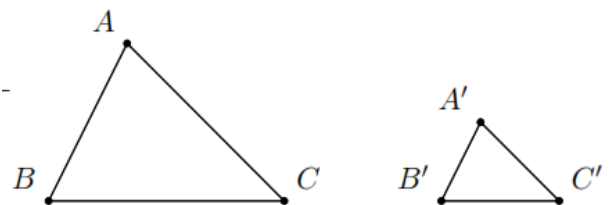
Bài 6: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ HAI (cạnh – góc – cạnh)

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Nếu hai cạnh của tam giác này tỉ lệ với hai cạnh của tam giác kia và hai góc tạo bởi các cặp cạnh đó bằng nhau thì hai tam giác đó đồng dạng.

GT $\left| \begin{array}{l} \triangle ABC, \triangle A'B'C', \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}, \hat{B} = \hat{B}' \end{array} \right.$

KL $\left| \begin{array}{l} \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \end{array} \right.$



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: chứng minh hai tam giác đồng dạng

- Bước 1: Xét hai tam giác, chọn ra hai góc bằng nhau và chứng minh (nếu cần).
- Bước 2: Lập tỉ số hai cạnh tạo nên mỗi góc đó rồi chứng minh hai tỉ số đó bằng nhau.

▪ Bước 3: Kết luận hai tam giác đồng dạng (theo đúng thứ tự).

Ví dụ 1. Cho xOy , trên tia Ox lấy các điểm A, C , trên tia Oy lấy các điểm B, D . Chứng minh $\triangle AOD \sim \triangle BOC$ biết rằng

a) $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$;

b) $OA \cdot OC = OB \cdot OD$.

Lời giải.

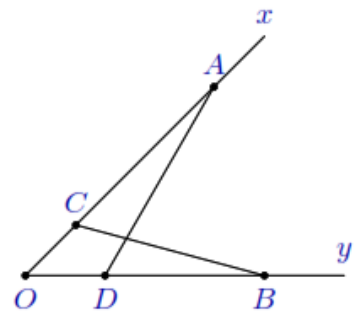
a) Xét $\triangle AOD$ và $\triangle BOC$ có

$$\hat{O} \text{ chung, } \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$$

$$\Rightarrow \triangle AOD \sim \triangle BOC \text{ (c.c.c).}$$

b) $OA \cdot OC = OB \cdot OD \Rightarrow \frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$.

Từ đó ta có điều phải chứng minh.

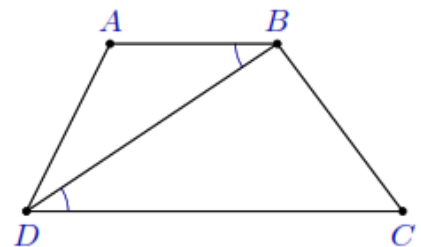


Ví dụ 2. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Biết $AB = 9$ cm, $BD = 12$ cm và $DC = 16$ cm. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

Lời giải.

Ta có $\angle ABD = \angle BDC$ và $\frac{BA}{BD} = \frac{DB}{DC} = \frac{3}{4}$.

$$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC \text{ (c.g.c).}$$



Dạng 2: Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai để tính độ dài cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau

- Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ hai (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng. Từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau hoặc các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $AC = 8$ cm. Trên cạnh AC lấy D sao cho $AD = 2$ cm. Chứng minh

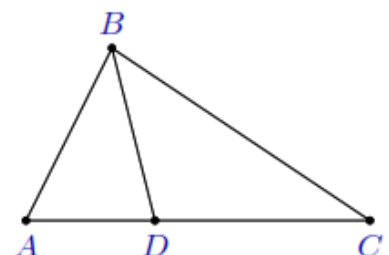
a) $\angle ABD = \angle ACB$;

b) $BC = 2BD$.

Lời giải.

a) Xét $\triangle ABD$ và $\triangle ACB$ có

$$\hat{A} \text{ chung, } \frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$$



$\Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACB$ (c.g.c), suy ra $\angle ABD = \angle ACB$.

b) Từ câu a), ta có $\frac{BC}{BD} = \frac{AC}{AB} = 2 \Rightarrow \text{ĐPCM}$.

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=1$ cm, $AC=3$ cm. Trên cạnh AC lấy D, E sao cho $AD=DE=EC$. Chứng minh

a) $\triangle DBE \sim \triangle DCB$;

b) $\angle AEB + \angle ACB = 45^\circ$.

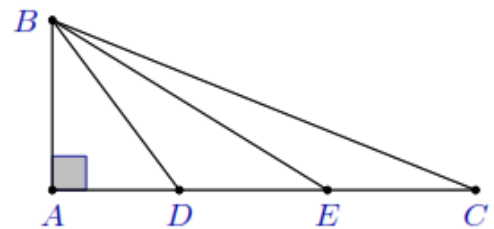
Lời giải.

a) Tính được $DB^2 = 2$, từ đó ta có

$$DB^2 = DE \cdot DC \Rightarrow \frac{DB}{DE} = \frac{DC}{DB} \Rightarrow \triangle DBE \sim \triangle DCB \text{ (c.g.c)}.$$

b) Từ câu a), ta có

$$\angle AEB = \angle DBC \Rightarrow \angle AEB + \angle ACB = \angle DBC + \angle ACB = \angle ADB = 45^\circ.$$



C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

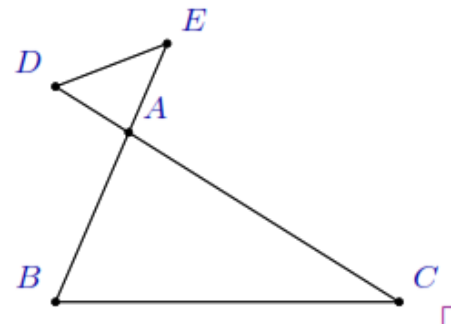
Bài 1. Cho tam giác ABC có $AB=3$ cm, $AC=6$ cm. Trên tia đối của tia AC lấy D sao cho $AD=1$ cm. Trên tia đối của tia AB lấy E sao cho $AE=2$ cm. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

Lời giải.

Ta có $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{1}{2}$. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ADE$ có

$$\angle DAE = \angle BAC \text{ (đối đỉnh), } \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$ (c.g.c).



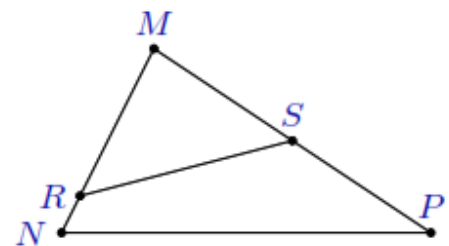
Bài 2. Cho tam giác MNP có $MN=12$ cm, $MP=15$ cm, $NP=18$ cm. Trên các cạnh MN, MP lần lượt lấy R, S sao cho $MR=10$ cm và $MS=8$ cm. Tính độ dài đoạn thẳng RS .

Lời giải.

Ta có $\frac{MS}{MN} = \frac{MR}{MP} = \frac{2}{3}$. Xét $\triangle MRS$ và $\triangle MPN$ có

$$M \text{ chung, } \frac{MS}{MN} = \frac{MR}{MP} \text{ (cm)}$$

$\Rightarrow \triangle MRS \sim \triangle MPN$ (c.g.c), suy ra $\frac{RS}{PN} = \frac{2}{3} \Rightarrow RS = 12$ cm.



Bài 3. Cho tam giác AHB vuông tại H có $HA=4$ cm, $HB=6$ cm. Trên tia đối của tia HA lấy điểm C sao cho $HC=9$ cm. Chứng minh

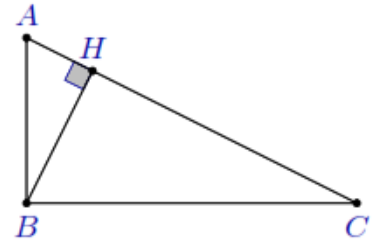
a) $\triangle AHB \sim \triangle BHC$;

b) $\triangle ABC$ vuông.

Lời giải.

a) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle BHC$ có

$$\begin{cases} \hat{A}HB = \hat{B}HC = 90^\circ \\ \frac{HB}{HA} = \frac{HC}{HB} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle BHC \text{ (c.g.c).}$$



b) Từ câu a), suy ra $\hat{A}BH = \hat{A}CB$ nên $\hat{A}BH + \hat{C}BH = 90^\circ$

hay $\hat{A}BC = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại B .

Bài 4. Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm, $BC = 7$ cm. Trên tia đối của tia BA lấy D sao cho $BD = BC$.

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

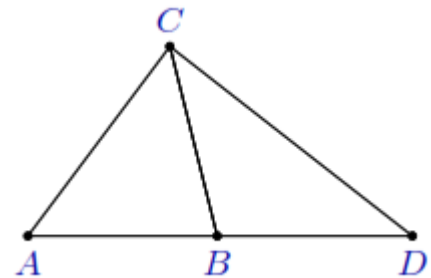
b) Tính độ dài đoạn thẳng CD .

c) Chứng minh $\hat{A}BC = 2\hat{A}CB$.

Lời giải.

a) Tính được $AD = 16$ cm. Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ACD$ có

$$\begin{cases} \hat{A} \text{ (chung)} \\ \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ACD \text{ (c.g.c).}$$



b) Từ câu a), ta có $\frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow CD = \frac{7 \cdot 12}{9} = \frac{28}{3}$ cm.

c) Chú ý $\triangle BCD$ cân tại B và kết quả câu a), ta có

$$\hat{BCD} = \hat{BDC} = \hat{ACB} \Rightarrow \hat{ABC} = 2\hat{ADC} = 2\hat{ACB}.$$

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

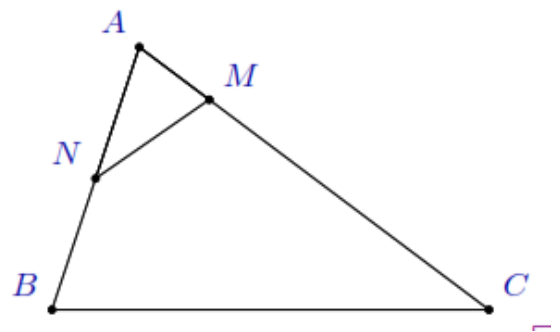
Bài 5. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6$ cm, $AC = 9$ cm. Trên cạnh AC , AB lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $AM = 2$ cm, $AN = 3$ cm. Chứng minh $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

Lời giải.

Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$.

Xét $\triangle AMN$ và $\triangle ABC$ có

\hat{A} chung, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$



$\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ (c.g.c).

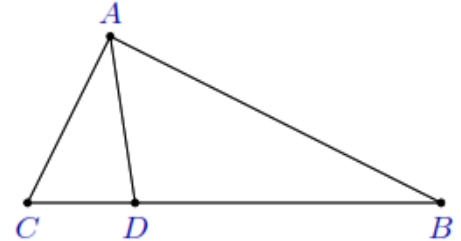
Bài 6. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm, $BC = 9$ cm. Trên cạnh BC lấy D sao cho $CD = 4$ cm. Chứng minh $\triangle CAD \sim \triangle CBA$.

Lời giải.

Xét $\triangle CAD$ và $\triangle CBA$ có

$$\begin{cases} \frac{CD}{CA} = \frac{CA}{CB} = \frac{2}{3} \\ \angle DCA = \angle ACB \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle CBA$ (c.g.c).



Bài 7. Cho xOy và Oz là tia phân giác của xOy . Trên các tia Ox , Oz , Oy lần lượt lấy các điểm A , B , C sao cho $OA = 1$ cm, $OB = 2$ cm và $OC = 4$ cm.

a) Chứng minh $\angle OAB = \angle OBC$.

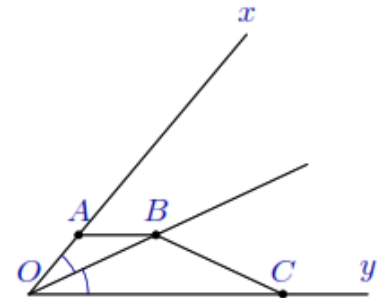
b) Biết $AB = 1,5$ cm, tính độ dài BC .

Lời giải.

a) Vì Oz là phân giác của xOy nên $\angle AOB = \angle BOC$.

Xét $\triangle OAB$ và $\triangle OBC$ có

$$\begin{cases} \frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle OAB \sim \triangle OBC \text{ (c.g.c), suy ra } \angle OAB = \angle OBC \\ \angle AOB = \angle BOC \end{cases}$$



b) Từ câu a), ta có $\frac{BC}{AB} = \frac{OB}{OA} = 2 \Rightarrow BC = 3$ cm.

Bài 8. Hình thang $ABCD$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $AB = 10$ cm, $CD = 30$ cm và $AD = 35$ cm. Trên cạnh AD lấy M sao cho $AM = 15$ cm. Chứng minh

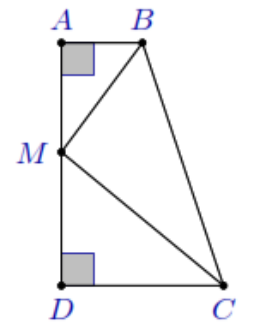
a) $\triangle ABM \sim \triangle DMC$;

b) $\angle BMC = 90^\circ$.

Lời giải.

a) Chứng minh $\frac{AB}{AM} = \frac{DM}{DC} \Rightarrow \triangle ABM \sim \triangle DMC$ (c.g.c).

b) Từ câu a), ta có $\angle AMB = \angle DCM$, do đó $\angle AMB + \angle DMC = 90^\circ \Rightarrow \angle BMC = 90^\circ$.



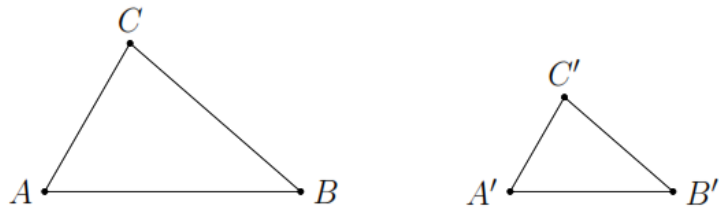
--- HẾT ---

Bài 7: TRƯỜNG HỢP ĐỒNG DẠNG THỨ BA
(góc – góc)

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Nếu hai góc của tam giác này bằng hai góc của tam giác kia thì hai tam giác đó đồng dạng với nhau (góc – góc).
- Ta có

GT	$\triangle ABC, \triangle A'B'C'$
	$\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}'$
KL	$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

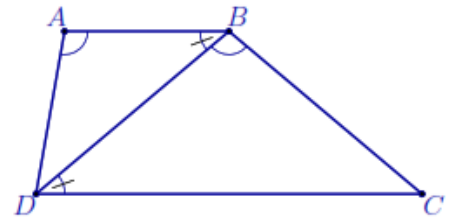
Dạng 1: Chứng minh hai tam giác đồng dạng

- Chứng minh hai tam giác có hai cặp góc bằng nhau.

Ví dụ 1. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $\hat{DAB} = \hat{DBC}$. Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

Lời giải

Ta có $\hat{ABD} = \hat{BDC} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC$ (g.g).



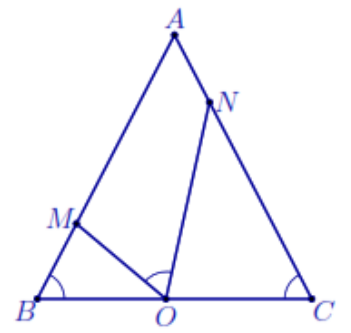
Ví dụ 2. Cho tam giác ABC cân tại A ($\hat{A} < 90^\circ$), O thuộc cạnh BC . Trên cạnh AB , AC lần lượt lấy hai điểm M , N sao cho $\hat{MON} = \hat{ABC}$. Chứng minh $\triangle BMO \sim \triangle CON$.

Lời giải

Ta có $\hat{BMO} = 180^\circ - \hat{ABC} - \hat{MOB}$.

Mà $\hat{MON} = \hat{ABC} \Rightarrow \hat{BMO} = 180^\circ - \hat{MON} - \hat{MOB} = \hat{CON}$.

Chú ý $\hat{MBO} = \hat{OCN} \Rightarrow \triangle BMO \sim \triangle CON$ (g.g).



Dạng 2: Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba để tính độ dài các cạnh, chứng minh hệ thức cạnh hoặc chứng minh các góc bằng nhau.

- Sử dụng trường hợp đồng dạng thứ ba (nếu cần) để chứng minh hai tam giác đồng dạng.

Từ đó suy ra các cặp góc tương ứng bằng nhau, các cặp cạnh tương ứng tỉ lệ.

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC . Trên AB , AC lần lượt lấy các điểm D , E sao cho $ACD = ABE$ và CD cắt BE tại O . Chứng minh

a) $AD \cdot AB = AE \cdot AC$;

b) $OC \cdot OD = OB \cdot OE$.

Lời giải

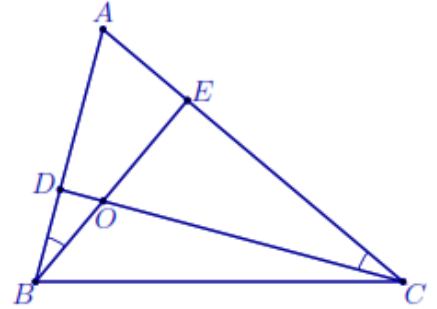
a) Xét $\triangle ACD$ và $\triangle ABE$ có \hat{A} chung và $ACD = ABE \Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle ABE$ (g.g).

Từ đó suy ra $AD \cdot AB = AE \cdot AC$.

b) Xét $\triangle OBD$ và $\triangle OCE$ có $BOD = EOC$ (đối đỉnh)

và $OBD = OCE \Rightarrow \triangle OBD \sim \triangle OCE$ (g.g).

Từ đó suy ra $OC \cdot OD = OB \cdot OE$.

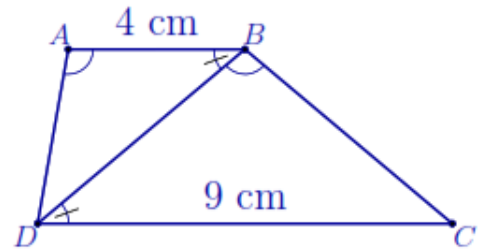


Ví dụ 4. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $DAB = BDC$. Tính độ dài cạnh BD biết $AB = 4$ cm, $DC = 9$ cm.

Lời giải

Ta có $ABD = BDC \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow BD = \sqrt{AB \cdot DC} = \sqrt{4 \cdot 9} = 6 \text{ cm.}$$



C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB , AC lần lượt lấy các điểm M , N sao cho $ANM = ACB$. Chứng minh

a) $\triangle AMN \sim \triangle ABC$;

b) $AM \cdot AC = AN \cdot AB$.

Lời giải

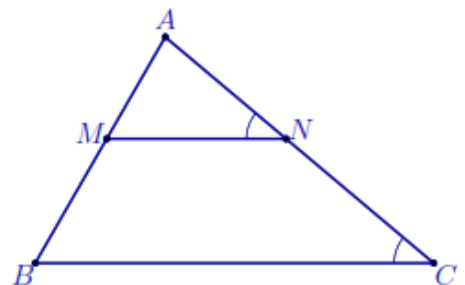
a) Xét $\triangle AMN$ và $\triangle ABC$ có

\hat{A} chung;

và $ANM = ACB \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ (g.g).

b) Từ kết quả câu a), ta có

$$\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AM \cdot AC = AN \cdot AB.$$



Bài 2. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Tia phân giác của \hat{B} cắt AH , AC lần lượt tại D , E .

a) Chứng minh $\triangle BAD \sim \triangle BCE$ và $\triangle BHD \sim \triangle BAE$.

b) Chứng minh $\frac{DH}{DA} = \frac{EA}{EC}$.

c) Biết $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm. Tính độ dài BH , HC . \(\dapo{ HB = 1,8 \text{ cm}, HC = 3,2 \text{ cm} \)

Lời giải

a) Xét $\triangle BAD$ và $\triangle BCE$ có $\angle ABD = \angle ECB$ và $\angle BAD = \angle ECB$ (góc có cặp cạnh tương ứng vuông góc) $\Rightarrow \triangle BAD \sim \triangle BCE$ (g.g).

Xét $\triangle BHD$ và $\triangle BAE$ có $\angle BHD = \angle BAE = 90^\circ$

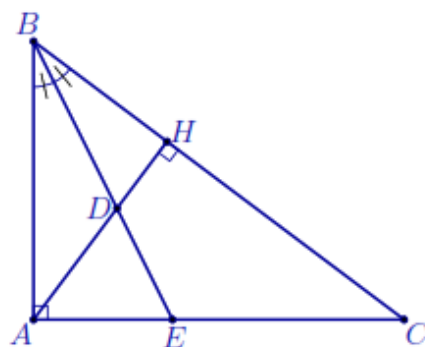
và $\angle HBD = \angle ABE \Rightarrow \triangle BHD \sim \triangle BAE$ (g.g).

b) Từ kết quả câu a), ta có $\frac{DH}{EA} = \frac{BD}{BE} = \frac{DA}{CE} \Rightarrow \frac{DH}{DA} = \frac{EA}{EC}$.

c) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CBA$ có \hat{B} chung và $\angle AHB = \angle BHC = 90^\circ \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{BH}{BA} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow BH = \frac{BA^2}{BC} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow HC = BC - BH = 5 - 1,8 = 3,2 \text{ cm.}$$



Bài 3. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{B} = 80^\circ$. Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD = BC$. Chứng minh

a) $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;

b) $AC^2 = AB^2 + AB \cdot BC$.

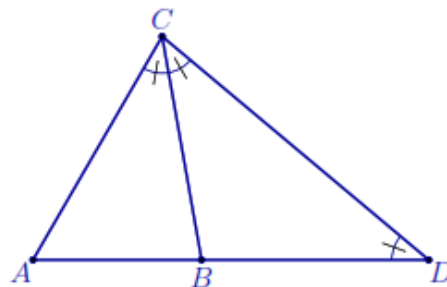
Lời giải

a) Tính được $\angle ACB = 40^\circ$, lại có $\triangle BCD$ cân tại B nên

$$\angle BCD = \frac{\angle ABC}{2} = 40^\circ \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ACD \text{ (g.g).}$$

b) Từ kết quả câu a), ta có

$$AC^2 = AB \cdot AD = AB(AB + BC) = AB^2 + AB \cdot BC.$$



Bài 4. Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I . Chứng minh $AI^2 = AD \cdot AE$.

Lời giải

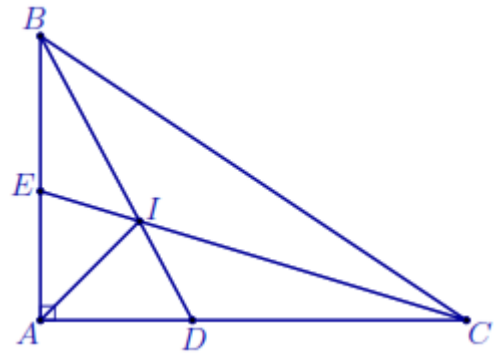
Ta có AI là tia phân giác của $BAC \Rightarrow IAD = IAE = 45^\circ$.

Theo tính chất góc ngoài

$$AID = IAB + IBC = 45^\circ + \frac{ABC}{2}.$$

$$AEI = ABC + ICB = 45^\circ + \frac{ABC}{2}.$$

Do đó $\triangle ADI \sim \triangle AIE \Rightarrow AI^2 = AD \cdot AE$.



D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

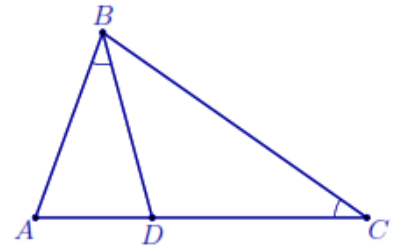
Bài 5. Cho tam giác ABC , D thuộc cạnh AC sao cho $ABD = \hat{C}$. Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

Lời giải

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ADB$ có

\hat{A} chung;

và $ABD = \hat{C} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADB$ (g.g).



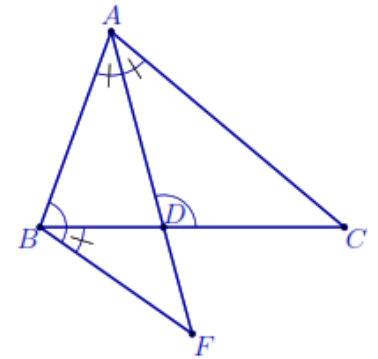
Bài 6. Cho tam giác ABC , kẻ đường phân giác AD . Trên tia đối của DA lấy điểm F sao cho $FBD = BAD$. Chứng minh $\triangle ABF \sim \triangle ADC$.

Lời giải

Ta có $BAF = DAC$, sử dụng tính chất góc ngoài thu được

$$ADC = ABD + BAD = ABD + FBD$$

$\Rightarrow ADC = ABF \Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle ADC$ (g.g).



Bài 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Chứng minh

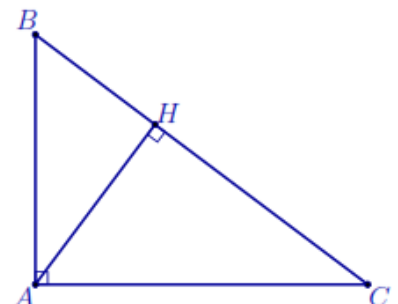
a) $AB^2 = BH \cdot BC$;

b) $AH^2 = HB \cdot HC$.

Lời giải

a) Xét $\triangle ABH$ và $\triangle CBA$ có \hat{B} chung và $AHB = CAB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle CBA$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC.$$



b) Xét $\triangle AHB$ và $\triangle CHA$ có $\angle AHB = \angle AHC = 90^\circ$ và

$\angle BAH = \hat{C}$ (do a) $\Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle CHA$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{AH}{HB} = \frac{HC}{AH} \Rightarrow AH^2 = HB \cdot HC.$$

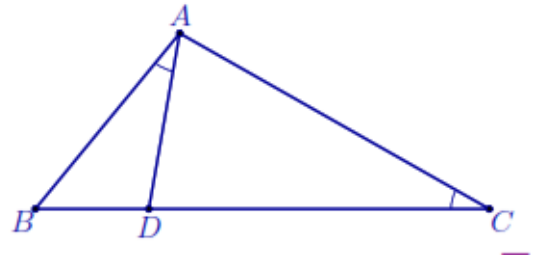
Bài 8. Cho tam giác ABC có $\hat{A} > \hat{C}$. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho $\angle BAD = \hat{C}$. Biết $AB = 5$ cm, $BC = 10$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng DB , DC .

Lời giải

Ta có $\triangle BAD \sim \triangle BCA$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{BD}{BA} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow BD = \frac{BA^2}{BC} = \frac{5^2}{10} = 2,5 \text{ cm.}$$

Từ đó $DC = BC - BD = 10 - 2,5 = 7,5$ cm.



--- HẾT ---