Trả lời ngắn.docx

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh: .....

Số báo danh: .....

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+(m+3)x-5+m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Đáp án : 2

Ta có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-4mx+(m+3)$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-4mx+(m+3)=0$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm

$\Leftrightarrow \Delta'\leq 0\Leftrightarrow (-2m)^2-1.(m+3)\leq 0\Leftrightarrow 4m^2-m-3\leq 0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}\leq m\leq 1$.

Vậy $-\frac{3}{4}\leq m\leq 1$.

Vậy có 2 giá trị

Đáp án: 2

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{-mx+3m+4}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Lời giải

Đáp án : 2

$y'=\frac{m^2-3m-4}{(x-m)^2}$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y'<0,\ \forall x\in(1;+\infty)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-3m-4<0 \\ m\notin(1;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-1;4)\\ m\leq 1\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\leq 1$.

Vậy có 2 giá trị

Đáp án: 2

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm m để hàm số $y=\frac{1}{3}\cos^3 x-4\cot x-(m+1)\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Lời giải

Đáp án : 5

- Ta có: $y'=-\cos^2 x.\sin x+\frac{4}{\sin^2 x}+(m+1).\sin x=\sin^3 x+\frac{4}{\sin^2 x}+m.\sin x$.

- Hàm số đồng biến trên $(0;\pi)$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\ \forall x\in(0;\pi)$

$\Leftrightarrow \sin^3 x+\frac{4}{\sin^2 x}+m.\sin x\geq 0,\ \forall x\in(0;\pi)$,

$\Leftrightarrow \sin^2 x+\dfrac{4}{\sin^3 x}\geq -m$, $\forall x\in(0;\pi)$ (1).

- Xét hàm số: $g(x)=\sin^2 x+\dfrac{4}{\sin^3 x}$, trên $(0;\pi)$.

Có $g'(x)=2\sin x.\cos x-\dfrac{12\cos x}{\sin^4 x}=2\cos x.\left(\sin x-\dfrac{6}{\sin^4 x}\right)=2\cos x.\dfrac{\sin^5 x-6}{\sin^4 x}$

$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}\in(0;\pi)$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

- Do đó: $(1)\Leftrightarrow -m\leq \min\limits_{x\in(0;\pi)} g(x)\Leftrightarrow -m\leq 5\Leftrightarrow m\geq -5$.

M là giá trị nguyên âm nên $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1\}$

Vậy có 5 giá trị

Đáp án: 5

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảnng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-10		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm m để hàm số $y=f(x^3+4x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

Lời giải

Đáp án : 3

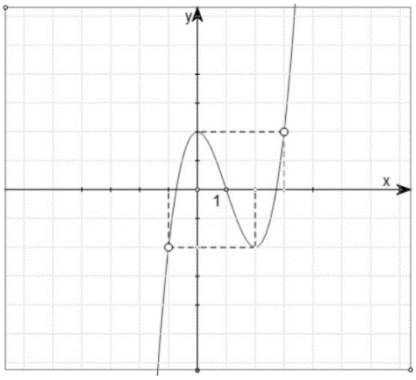
Đặt $t=x^3+4x+m\Rightarrow t'=3x^2+4$ nên t đồng biến trên $(-1;1)$ và $t\in(m-5;m+5)$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(m-5;m+5)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta được $\begin{cases} m-5\geq -2\\ m+5\leq 8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\geq 3\\ m\leq 3\end{cases}\Leftrightarrow m=3$

Đáp án: 3

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x-m)-\dfrac{1}{2}(x-m-1)^2+2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$. Tính tổng tất cả các phần tử trong S bằng



Lời giải

Đáp án : 14

Xét hàm số $g(x)=f(x-m)-\frac{1}{2}(x-m-1)^2+2019$

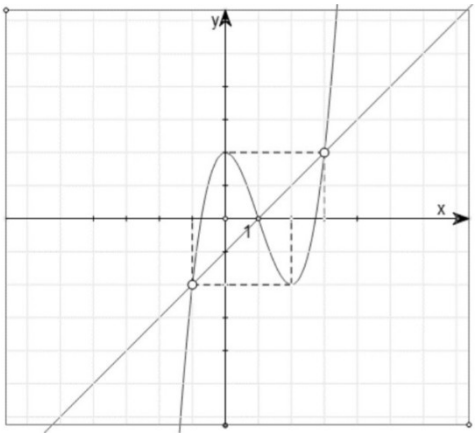
$g'(x)=f'(x-m)-(x-m-1)$

Xét phương trình $g'(x)=0(1)$

Đặt $x-m=t$, phương trình (1) trở thành $f'(t)-(t-1)=0\Leftrightarrow f'(t)=t-1(2)$

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=t-1$

Ta có đồ thị các hàm số $y=f'(t)$ và $y=t-1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là: $\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=1\\t=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\\x=m+3\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của $y=g(x)$

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$m+3$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Để hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5;6)$ cần $\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}m-1\le 5\\m+1\ge 6\\m+3\le 5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5\le m\le 6\\m\le 2\end{array}\right.\end{array}\right.$

Vì $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m$ nhận các giá trị $1;2;5;6\Rightarrow S=14$.

Đáp án: 14

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m^2\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

Lời giải

Đáp án : 6

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m^2$; $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x_1=0;x_2=-1;x_3=2$. Suy ra, hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m^2\right|$ có 5 điểm cực trị khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3x^4-4x^3-12x^2+m^2=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $3x^4-4x^3-12x^2+m^2=0\Leftrightarrow -3x^4+4x^3+12x^2=m^2$ (1).

Xét hàm số $g(x)=-3x^4+4x^3+12x^2$; $g'(x)=-12x^3+12x^2+24x$.

Bảng biến thiên:

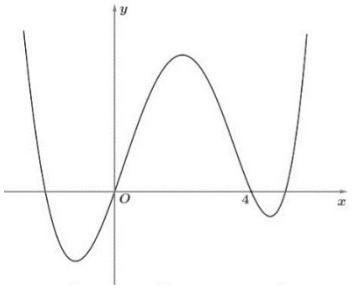
x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	32	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình (1) cớ 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2<0 \\ 5<m^2<32 \end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{5}<|m|<\sqrt{32}$.

Vậy $m\in\{3;4;5;-3;-4;-5\}$.

Đáp án: 6

Câu 7. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)$ là



Lời giải

Đáp án : 7

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau

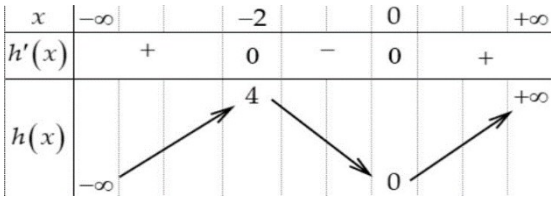
x	$-\infty$		a			b			c			$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		0	$-$		0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$											$+\infty$

Ta có $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)\Rightarrow g'(x)=\left(3x^2+6x\right).f'\left(x^3+3x^2\right)$

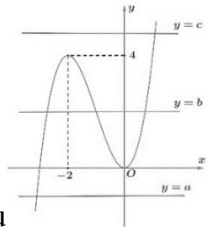
Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2+6x=0 \\ f'\left(x^3+3x^2\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x^3+3x^2=a;\ a<0 \\ x^3+3x^2=b;\ 0<b<4 \\ x^3+3x^2=c;\ c>4 \end{array}\right.$

Xét hàm số $h(x)=x^3+3x^2 \Rightarrow h'(x)=3x^2+6x$. Cho $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Ta có đồ thị của hàm $h(x)=x^3+3x^2$ như sau



Từ đồ thị ta thấy:

Đường thẳng $y=a$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y=b$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 3 điểm.

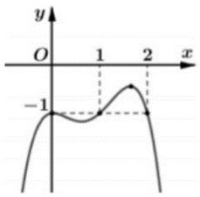
Đường thẳng $y=c$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 1 điểm.

Như vậy phương trình $g'(x)=0$ có tất cả 7 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)$ có 7 cực trị.

Đáp án: 7

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f(x)+x$ đạt cực tiểu tại điểm tại điểm nào x bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án : 1

Xét hàm số $g(x)=f(x)+x$ có $g'(x)=f'(x)+1$

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có:

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	CT	$\nearrow$	CĐ	$\searrow$	

Từ đó suy ra hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Đáp án: 1

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm tất cả giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

Lời giải

Đáp án : 15

Đặt $g(x)=f(x^2-8x+m)$

$$f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)\Rightarrow g'(x)=(2x-8)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m)(x^2-8x+m-2)$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\x^2-8x+m-1=0\quad(1)\\x^2-8x+m=0\quad(2)\\x^2-8x+m-2=0\quad(3)\end{cases}$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2-8x+m-1)^2\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow\begin{cases}16-m>0\\16-m+2>0\\16-32+m\neq 0\\16-32+m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\m<18\\m\neq 16\\m\neq 18\end{cases}\Leftrightarrow m<16.$$

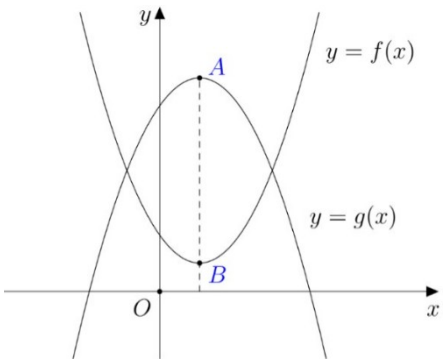
Do m nguyên dương nên $0<m<16$. Vậy cos15 giá trị

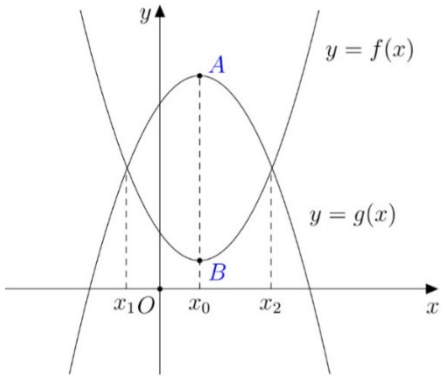
Đáp án: 15

Câu 10. Cho hai hàm đa thức $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $AB=\frac{7}{4}$. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=|f(x)-g(x)+m|$ có đúng 5 điểm cực trị?

Lời giải

Đáp án : $-\frac{7}{4}$





Đặt $h(x)=f(x)-g(x)$, ta có: $h'(x)=f'(x)-g'(x)$; $h'(x)=0\Leftrightarrow x=x_0$;

$h(x)=0\Leftrightarrow x=x_1$ hoặc $x=x_2$ ($x_1<x_0<x_2$);

$h(x_0)=f(x_0)-g(x_0)=-\dfrac{7}{4}$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$ là:

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{7}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=k(x)=\left|f(x)-g(x)\right|$ là:

x	$-\infty$		x_1		x_0		x_2		$+\infty$
$k'(x)$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
$k(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{7}{4}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó, hàm số $y=k(x)+m$ cũng có ba điểm cực trị.

Vì số điểm cực trị hàm số $y=\left|k(x)+m\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y=k(x)+m$ và số nghiệm đơn và số nghiệm bội lẻ của phương trình $k(x)+m=0$, mà hàm số $y=k(x)+m$ cũng có ba điểm cực trị nên hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|+m\right|$ có đúng năm điểm cực trị khi phương trình $k(x)+m=0$ có đúng hai nghiệm đơn (hoặc bội lẻ).

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=k(x)$, phương trình $k(x)+m=0$ có đúng hai nghiệm đơn (hoặc bội lẻ) khi và chỉ khi $-m\geq\dfrac{7}{4}\Leftrightarrow m\leq-\dfrac{7}{4}$.

Vậy $m=-\dfrac{7}{4}$

Đáp án: [!m:$mathtype_202$]

Câu 11. Tìm giá trị thực m lớn nhất sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực?

Lời giải

Đáp án: 2

Điều kiện: $x\geq-1$.

Ta có $2\sqrt{x+1}=x+m\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1}-x=m$ $(*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=2\sqrt{x+1}-x$ (C) và $y=m$.

Xét hàm số $y=\sqrt{x+1}-x$ với $x\geq -1$ ta có $y'=\frac{1}{\sqrt{x+1}}-1$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=1\Leftrightarrow x=-1$.

Lập bảng biến thiên

x -1 $+\infty$ | y' $+$ 0 $-$ | y 1 $-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm khi $m\leq 2$.

Đáp án: 2

Câu 12. Tìm giá trị nhỏ nhất của m sao cho hàm số $y=2x^3-3x^2-6mx+m$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

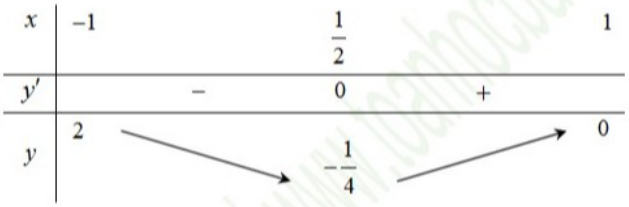
Đáp án: 2

Ta có $y'=6x^2-6x-6m$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y'\leq 0$ với $\forall x\in(-1;1)$ hay $m\geq x^2-x$ với $\forall x\in(-1;1)$.

Xét $f(x)=x^2-x$ trên khoảng $(-1;1)$ ta có $f'(x)=2x-1$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có $m\geq f(x)$ với $\forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow m\geq 2$.

* Có thể sử dụng $y'\leq 0$ với $\forall x\in(-1;1)\Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1)\leq 0 \\ y'(1)\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -6m\leq 0 \\ 12-6m\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 0 \\ m\geq 2 \end{cases}\Leftrightarrow m\geq 2$.

Đáp án: 2

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của m để hàm số $y=\frac{x^2+(m+1)x-1}{2-x}$ (m là tham số) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Lời giải

Đáp án: −2,5

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. Đạo hàm: $y'=\frac{-x^2+4x+2m+1}{(2-x)^2}=\frac{g(x)}{(2-x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi $y'\leq 0,\ \forall x\in D$

$\Leftrightarrow g(x)=-x^2+4x+2m+1\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Điều kiện: $\Delta'\leq 0\Leftrightarrow 4-(-1).(2m+1)\leq 0\Leftrightarrow 2m+5\leq 0\Leftrightarrow m\leq -\frac{5}{2}$.

Đáp án: −2,5

Câu 14. Gọi S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x-3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. Số phần tử của tập S là

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có $y'=x^2-2(m+1)x+(m^2+2m)$

Xét $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+(m^2+2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+2 \end{array}\right. \forall m$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m;m+2)\ \forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì $(-1;1)\subset(m;m+2)$.

Nghĩa là: $m\le -1<1\le m+2 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\le -1 \\ -1<1 \\ 1\le m+2 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=-1$.

Đáp án: 1

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S.

Lời giải

Đáp án: 2

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{m}{2}\right\}$

$y'=\frac{m^2-4}{(2x+m)^2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2-4<0 \\ -\frac{m}{2}\notin(0;1) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} -\frac{m}{2}\le 0 \\ -\frac{m}{2}\ge 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -2<m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow 0\le m<2$.

Đáp án: 2

Câu 16. Cho hàm số $y=\frac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Đáp án: 2

Xét $x\in(1;e)\Rightarrow \ln x\in(0;1)$.

Ta có:

$y'=\frac{(\ln x-6)'(\ln x-2m)-(\ln x-2m)'(\ln x-6)}{(\ln x-2m)^2}=\frac{-2m+6}{(\ln x-2m)^2}.\frac{1}{x}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (1;e) \Leftrightarrow \begin{cases} -2m+6>0 \\ 2m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ m \le 0 \vee m \ge \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow m \le 0 \vee \frac{1}{2} \le m < 3$.

Vậy $S = \{1;2\}$.

Đáp án: 2

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Đáp án: 5

$y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x \Rightarrow y' = 2m - 3 + (3m+1)\sin x$.

Hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow (3m+1)\sin x \ge 3 - 2m \quad (1)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m = -\frac{1}{3}$ ta có $(1) \Leftrightarrow 0.\sin x \ge 3 + \frac{2}{3}$. Do đó $m = -\frac{1}{3}$ không thỏa mãn.

+ Với $m > -\frac{1}{3}$ ta có $(1) \Leftrightarrow \sin x \ge \frac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-2m}{1+3m} \le -1 \Leftrightarrow \frac{4+m}{1+3m} \le 0$.

$\Leftrightarrow \frac{4+m}{1+3m} \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m < -\frac{1}{3}$.

+ Với $m < -\frac{1}{3}$ ta có $(1) \Leftrightarrow \sin x \le \frac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3-2m}{1+3m} \ge 1$.

$\Leftrightarrow \frac{2-5m}{1+3m} \ge 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < m \le \frac{2}{5}$.

Mặt khác $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;-1;-2;-3;-4\}$

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn bài ra.

Đáp án: 5

Câu 18. Cho hàm số $y = |x^3 - mx + 1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

Lời giải

Đáp án: 3

$y' = \frac{x^3 - mx + 1}{|x^3 - mx + 1|}.(3x^2 - m)$

Để hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $g(x) = (x^3 - mx + 1)(3x^2 - m) \ge 0 \quad (*), \forall x \ge 1$.

Với $m = 0$ ta có $g(0) = (x^3+1).3x^2 > 0, \forall x \ge 1$.

Với $m > 0$. Do $m \in \mathbb{N} \Rightarrow (*)$ luôn có 1 nghiệm là $\sqrt{\frac{m}{3}}$. Ta chú ý $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.

Do vậy, điều kiện cần để $g(x) \ge 0, \forall x \ge 1$ là $\sqrt{\frac{m}{3}} \le 1 \Rightarrow m \le 3$.

Với $m=1$, $m=2$ thay vào kiểm tra BXD thấy đúng $\Rightarrow$ nhận $m=1; m=2$.

Với $m=3$ thì $g(x)=(x^3-3x+1)(3x^2-3)$ có một nghiệm $x_0>1$ $\Rightarrow$ do vậy trên miền $[1;x_0]$ thì $g(x)<0$ $\Rightarrow$ trái yêu cầu bài toán.

Vậy $S=\{0;1;2\}$. Tổng các phần tử của S là 3.

Đáp án: 3

Câu 19. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x+\dfrac{m^2+3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Đáp án: 2

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có $y'=3-\dfrac{m^2+3m}{(x+1)^2}=\dfrac{3x^2+6x+3-m^2-3m}{(x+1)^2}$

Hàm số đồng biết trên từng khoảng xác định

$\Leftrightarrow y'\geq 0 \quad \forall x\neq -1 \Leftrightarrow 3x^2+6x+3-m^2-3m\geq 0 \quad \forall x\neq -1$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=9+3(m^2+3m)-9\leq 0\\ m^2+3m\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow -3<m<0$

Mà m nguyên nên $m\in\{-2,-1\}$.

Đáp án: 2

Câu 20. Tìm giá trị m lớn nhất để hàm số $y=8^{\cot x}+(m-3).2^{\cot x}+3m-2$ đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$.

Lời giải

Đáp án: −9

Đặt $2^{\cot x}=t$ vì $x\in\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$ nên $0<t\leq 2$. Khi đó ta có hàm số: $y=t^3+(m-3)t+3m-2$.

$\Rightarrow y'=3t^2+m-3$.

Để hàm số đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$ thì hàm số phải nghịch biến trên $(0;2]$ hay $3t^2+m-3\leq 0, \forall t\in(0;2]$

$\Leftrightarrow m\leq 3-3t^2, \forall t\in(0;2]$.

Xét hàm số: $f(t)=3-3t^2, \forall t\in(0;2] \Rightarrow f'(t)=-6t$.

$f'(t)=0 \Leftrightarrow t=0$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0		2
$f'(t)$	0	−	
$f(t)$	3	↘	−9

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $-9\leq f(t)<3, \forall t\in(0;2]$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4};\pi\right)$ khi $m \le -9$.

Đáp án: −9

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{mx+2015m+2016}{-x-m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của S.

Lời giải

Đáp án: 2016

Ta có $y'=\frac{-m^2+2015m+2016}{(x+m)^2}, \forall x \ne -m$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'>0, \forall x \ne -m$

$\Leftrightarrow -m^2+2015m+2016>0 \Leftrightarrow -1<m<2016$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $S=\{0;1;...;2015\}$.

Vậy số phần tử của tập S là 2016.

Đáp án: 2016

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=x+m\sqrt{x^2-2x+3}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

Lời giải

Đáp án: 3

Ta có $y'=1+m\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $y' \ge 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow 1+m\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}} \ge 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$ (1).

Nếu $x=1$ thì (1) luôn thỏa $\forall m$.

Nếu $x>1$ thì $(1) \Leftrightarrow m \ge -\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1} \Leftrightarrow m \ge -\sqrt{1+\frac{2}{(x-1)^2}} \Leftrightarrow m \ge -1$.

Nếu $x<1$ thì $(1) \Leftrightarrow m \le -\frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1} \Leftrightarrow m \le \sqrt{1+\frac{2}{(x-1)^2}} \Leftrightarrow m \le 1$.

Vậy $-1 \le m \le 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1;0;1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Đáp án: 3

Câu 23. Cho $y=(m-3)x^3+2(m^2-m-1)x^2+(m+4)x-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. S có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Ta có $y'=3(m-3)x^2+4(m^2-m-1)x+m+4$

$y'=0 \Leftrightarrow 3(m-3)x^2+4(m^2-m-1)x+m+4=0$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Suy ra $\begin{cases}3(m-3)\neq 0\\ 3(m-3).(m+4)<0\end{cases}\Leftrightarrow -4<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$. Vậy S có 6 phần tử.

Đáp án: 6

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-3)$.

Lời giải

Quan sát đồ thị ta có $y=f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x=-2$ nên hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị là $x=-2$.

Ta có $y'=\left[f(x^2-3)\right]'=2x.f'(x^2-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-3=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 1\end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y=f(x^2-3)$ có ba cực trị.

Đáp án: 3

Câu 25. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+x-2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m?

Lời giải

Có $y'(x)=x^2-mx+1$, $y'=0\Leftrightarrow x^2-mx+1=0$ (1).

• Để hàm số có cực trị thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

Điều này tương đương với $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.$.

• Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2. Khi đó, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1.x_2=1\end{cases}$.

Độ dài hai cạnh của tam giác vuông đó là $|x_1|$, $|x_2|$. Theo bài ra ta có phương trình:

$x_1^2+x_2^2=7\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=7\Leftrightarrow m^2-2=7\Leftrightarrow m^2=9\Leftrightarrow m=\pm 3$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: 3

Câu 26. Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2+2ax+b$.

Đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(1;0)$ nên ta có: $a+b+c=-1$.

Đồ thị hàm số có điểm cực trị $(-2;0)$ nên $\begin{cases}4a-2b+c=8\\ y'(-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a-2b+c=8\\ -4a+b=-12\end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}a+b+c=-1\\ 4a-2b+c=8\\ -4a+b=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=0\\ c=-4\end{cases}$.

Vậy $T=a^2+b^2+c^2=25$.

Đáp án: 25

Câu 27. Gọi A và B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$. Tính diện tích S của tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

Lời giải

Ta có $y=x^4-2x^2-1\Rightarrow y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\end{array}\right.$

Lại có $y''=12x^2-4\Rightarrow\begin{cases}y''(0)<0\\ y''(\pm1)>0\end{cases}$

Do đó $x=0$ là điểm cực đại và $x=\pm1$ là điểm cực tiểu.

Với $x=\pm1\Rightarrow y=-2\Rightarrow A(1;-2),\ B(-1;-2)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-2;0)\Rightarrow AB=|-2|=2.$

Đường thẳng $AB:y=-2\Rightarrow d(O;AB)=2\Rightarrow S_{OAB}=\frac{1}{2}AB.d(O;AB)=2.$

Đáp án: 2

Câu 28. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+ax+b$, $(a,b\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1;3)$. Tính giá trị của $P=4a-b$.

Lời giải

Để đồ thị (C) có điểm cực trị $A(1;3)$ điều kiện là:

$\begin{cases}y'(1)=0\\ y(1)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3.1^2-4.1+a=0\\ 1^3-2.1^2+a.1+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=3\end{cases}\Rightarrow P=4a-b=1$.

Đáp án: 1

Câu 29. Cho hàm số $y=|x+3|+\frac{1}{x+1}$, gọi S là tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số. Giá trị của S bằng

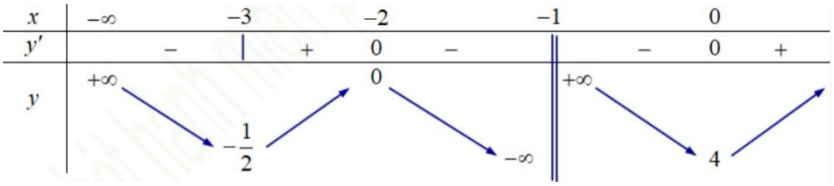
Lời giải

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có: $y=|x+3|+\frac{1}{x+1}=\begin{cases}x+3+\frac{1}{x+1} & \text{nếu } -3\le x\ne-1\\ -x-3+\frac{1}{x+1} & \text{nếu } x<-3\end{cases}$.

$y'=\begin{cases}1-\frac{1}{(x+1)^2} & \text{nếu } -3<x\ne-1\\ -1-\frac{1}{(x+1)^2} & \text{nếu } x<-3\end{cases}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số là $S = -\frac{1}{2} + 0 + 4 = \frac{7}{2}$.

Đáp án: 3,5

Câu 30. Biết $\frac{a}{b}$ là giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 2x^2 - 2mx - 6m^2 + 2$.

Hàm số có hai điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2(-6m^2 + 2) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{array}\right.$$

Theo định lý Viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$

Ta có $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{array}\right.$

Chỉ có giá trị $m = \frac{2}{3}$ thỏa điều kiện, khi đó $S = a^2 + b^2 = 2^2 + 3^2 = 13$.

Đáp án: 13

Câu 31. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 + mx - 1$ nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp $(-5;6) \cap S$.

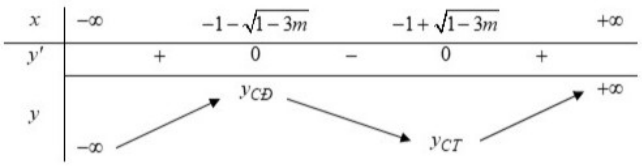
Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbf{R}$; $y' = 3x^2 + 2x + m$.

Hàm bậc ba có cực trị khi $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$ (1).

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 - \sqrt{1 - 3m} \\ x = -1 + \sqrt{1 - 3m} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nằm về phía bên phải trục tung khi

$-1 + \sqrt{1 - 3m} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{1 - 3m} > 1 \Leftrightarrow m < 0$.

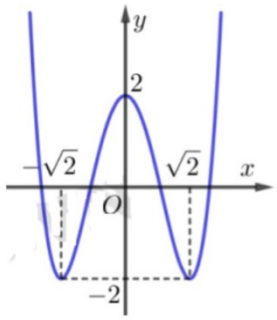
Kết hợp với (1) ta có $m<0$ thì điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho nằm bên phải trục tung.

Khi đó S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên âm.

Vậy $(-5;6)\cap S=\{-4;-3;-2;-1\}\Rightarrow (-5;6)\cap S$ có 4 phần tử.

Đáp án: 4

Câu 32. Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=3^{f(x)}+2^{f(x)}$.

Lời giải

Ta thấy $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=f'(x).3^{f(x)}+f'(x).2^{f(x)}=f'(x)\left[3^{f(x)}+2^{f(x)}\right]$.

Xét $y'=0\Leftrightarrow f'(x)=0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy $y'=0$ có 4 điểm cực trị.

Đáp án: 4

Câu 33. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+m^2}{x-1}$ có hai điểm cực trị A,B. Khi $\angle AOB=90^\circ$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng:

Lời giải

$$y'=\frac{(2x+m)(x-1)-x^2-mx-m^2}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-(m+m^2)}{(x-1)^2}$$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A,B thì $y'=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=1+m+m^2>0\\ -1-m-m^2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \forall m\in\mathbb{R}$.

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại, cực tiểu là $y_A=2x+m$.

Gọi $x_A;x_B$ là hoành độ của A, B khi đó $x_A;x_B$ là nghiệm của $x^2-2x-(m+m^2)$.

Theo định lí Viet ta có $x_A+x_B=2$; $x_A.x_B=-m^2-m$.

$y_A=2x_A+m$; $y_B=2x_B+m$.

$\angle AOB=90^\circ\Rightarrow x_A.x_B+y_A.y_B=0\Leftrightarrow x_Ax_B+4x_Ax_B+2m(x_A+x_B)+m^2=0$

$\Leftrightarrow 5(-m^2-m)+4m+m^2=0\Leftrightarrow -4m^2-m=0\Leftrightarrow m=0;m=-\dfrac{1}{4}$.

Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng: $0^2+\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}\approx 0,06$.

Đáp án: 0,06

----HẾT---

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
https://www.vnteach.com