**CHUYÊN ĐỀ 23: GIỚI HẠN.**

**Tên FB: Chien Nguyen. Email:chienhoanghoatham@gmail.com**

 **🗸.Dạng 2: Tìm giới hạn bằng cách dùng lượng liên hợp**

✝❶**\_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

**🞠*. Quy tắc L’Hoopital :***

**Nếu  Thì **

**🞠*. Các công thức thường dùng trong nhân liên hợp:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Biểu thức** | **Biểu thức liên hợp** | **Tích** |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

 ✝❷**\_Phương pháp Casio:**

 **①. Quy ước các giới hạn vô định.**

* 
* 
* 
* 
* 

 **②. Lệnh CASIO: *Calc, Solve***

**🗵\_ Bài tập minh họa trong các đề đã thi của BGD.**

|  |
| --- |
| **Câu 1: (Chuyên Lam Sơn-KSCL-lần 2-2018-2019)** Biết rằng , ( tối giản) . Tổng  có giá trị là **A. .** **B. .** **C. .** **D. .** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập hàm số:**

* **Calc  rồi chia đáp án cho  ta được :**

* **Nhận thấy đáp án xấp xỉ  nên ta suy ra  và .**
* **Vậy chọn D.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Nhận thấy nếu bấm thông thường thì đáp án sẽ không hữu tỉ nhưng nếu chia cho  sẽ ra hữu tỉ do đó ta chia giới hạn cho .**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 2: (Chuyên Lam Sơn-KSCL-lần 2-2018-2019)** Biết  trong đó *a* là số nguyên, *b* là số nguyên tố. Ta có tổng  bằng: **A. .** **B. .** **C. .** **D. .** |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập hàm số:**

* **Calc  rồi bình phương đáp án ta được :**
* **Nhận thấy đáp án xấp xỉ  nên ta suy ra  và .**
* **Vậy chọn C.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Nhận thấy nếu bấm thông thường thì đáp án sẽ không hữu tỉ nhưng nếu bình phương sẽ ra hữu tỉ do đó ta bình phương giới hạn.**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 3: (THTT** **Số** **4-487** **tháng** **1** **năm** **2017-2018)** Cho hàm số ,  là tham số. Tìm giá trị của  để hàm số có giới hạn tại . **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **Hàm số có giới hạn tại  khi** **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình:**

* **Solve   ta được :**
* **Suy ra**
* **Vậy chọn B.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Nhận thấy hàm số có giới hạn tại  khi**
* **Khi nhập vào máy tính nhập  ,**
* **Vì  nên khi Solve ta chọn**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 4: [DS11.C4.2.D03.b]** Cho  là hai số nguyên thỏa mãn  và . Mệnh đề nào dưới đây **sai**? **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| * **Theo đề bài ta có :**
* **Dựa vào bảng giá trị, chọn các cặp (a ;b) nguyên sao cho khi thay vào 4 đáp án có 3 mệnh đề đúng và 1 mệnh đề sai**

**①\_Quy trình bấm máy.*** **Mode 8**
* **Nhập hàm**

**Start :-10 End :10 Step : 1*** **Suy ra**
* **Vậy chọn A.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Khi có hai tham số nên đưa về 1 tham số nhưng trong bài này nếu đưa về một tham số sẽ không tính được.**
* **Có thể dựa theo giả thiết và đáp án để giải bài toán.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 5: [DS11.C4.2.D03.c]** Cho biết  có kết quả là một số thực. Giá trị của biểu thức  bằng? **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| * **Giới hạn là số thực**

 **(I)*** **Theo quy tắc L’Hopital ta có**
* **Giới hạn là số thực**

 **(II)****Từ (I) và (II) ta có :****①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình**

**Shift solve** **Ta có :*** **Suy ra**

* **Vậy chọn B.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Hạn chế khi dùng quy tắc L’Hopital là hs phải học đạo hàm rồi**
* **là số thực và  thì  .**

**.** |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

 **🗵\_ Bài tập áp dụng rèn luyện trong các đề thi thử năm 2019. *(10-15 câu)***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **3NB** | **4TH** | **2VD** | **1VDC** |

|  |
| --- |
| **Câu 1: (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019)** Giới hạn , với  và là phân số tối giản. Giá trị của  là **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập hàm**

**Calc** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn A.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 2: [DS11.C4.2.D03.b]** Biết  ( là phân số tối giản). Tình . **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập hàm**

**Calc** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn A.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 3: (TTHT Lần 4)**Giới hạn  bằng  (Phân số tối giản). Giá trị thực của  là **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập hàm**

**Calc** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn A.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 4: (HSG Bắc Ninh)** Cho . Khi đó giá trị  là **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình**

**Shift Solve  ;** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn D.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Khi tính giới hạn tại  thực ra là calc tại các giá trị gần đúng của**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 5: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 1 - 2017 - 2018 - BTN)** Cho thì giá trị của  là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau? **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình**

**Shift Solve  ;** **Ta có :*** **Suy ra :  Thử vào các phương trình thấy  là nghiệm của pt**
* **Vậy chọn D.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Khi tính giới hạn tại  thực ra là calc tại các giá trị gần đúng của**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

**#Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |
| --- |
| **Câu 6: (Sở GD Cần Thơ-Đề 324-2018) [1D4-0.0-2]** Cho biết . Giá trị của  bằng **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình**

**Shift Solve  ;** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn B.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm****②\_Bài học kinh nghiệm*** **Khi tính giới hạn tại  thực ra là calc tại các giá trị gần đúng của**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 7: (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số .Xác định a để hàm số liên tục trên ? **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình**

**Shift Solve  ;** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn D.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Nhận thấy hàm số có giới hạn tại  khi**
* **Khi nhập vào máy tính nhập  ,**
* **Vì  nên khi Solve ta chọn**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 8: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp - QB - Lần 1 - 2017 - 2018 - BTN) [1D4-0.0-3]** Cho các số thực , ,  thỏa mãn  và . Tính  **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **Theo đề bài ta có :** **Giới hạn là hữu hạn nên** **Suy ra :   ;** **Thay vào giới hạn ta có :****①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình:**

**Shift Solve  ;** **Ta có :*** **Suy ra :**

**Vậy chọn B.** | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Tìm điều kiện để hàm số có giới hạn hữu hạn. kết hợp với giả thiết để tìm các tham số. hoặc đưa giới hạn cần tính về dạng chứa 1 tham số**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 9: [DS11.C4.2.D04.c]** Cho giới hạn  và đường thẳng  đi qua điểm  với . Giá trị của biểu thức  là: **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **Vì**  đi qua điểm  **nên****Thay vào giới hạn ta có :****①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình:**

**Shift Solve  ;** **Ta có :*** **Suy ra :**
* **Vậy chọn C.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Kết hợp các kiến thức đã biết để lập phương trình liên hệ giữa các tham số. Từ đó đưa giới hạn cần tính về dạng chứa 1 tham số.**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 10: (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho biết , với . Tập nghiệm của phương trình  trên  có số phần tử là **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải #Lời giải**

**Chọn B**

. Tập xác định:

Ta có: ; suy ra 

Giới hạn: ; 

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng .

|  |  |
| --- | --- |
| **Vì** **là hữu hạn nên  là nghiệm phương trình :****Theo công thức L’hopital ta có :****Vì Vì**  **là hữu hạn nên  là nghiệm phương trình :** **Thay 2 vào I ta có :** **①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập phương trình**

**Shift Solve** **Ta có :*** **Suy ra  ;**
* **Nhập**
*
* **Calc**

* **Suy ra :**
* **Ta có pt**

**Mode 9-2-4 để giải pt****Pt vô nghiệm*** **Vậy chọn A.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Tìm điều kiện để hàm số có giới hạn hữu hạn. kết hợp với giả thiết để tìm các tham số. hoặc đưa giới hạn cần tính về dạng chứa 1 tham số**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |

|  |
| --- |
| **Câu 11: (Chuyên KHTN)** Cho hàm số xác định trên  thỏa mãn . Tính giới hạn . **A.**  **B.**  **C.**  **D.**  |

**Lời giải**

|  |  |
| --- | --- |
| **Theo đề bài ta có :** **Suy ra ta có thể chọn hàm  thỏa mãn giả thiết bài toán. Khi đó bài toán trở thành :****①\_Quy trình bấm máy.*** **Nhập hàm**

**Calc** **Ta có :*** **Suy ra : Đáp án gần bằng**
* **Vậy chọn A.**
 | **②\_Bài học kinh nghiệm*** **Cần biết cách chọn hàm thỏa mãn giả thiết**
* **Ước lượng được giới hạn cần tìm.**
 |