

TRƯỜNG THCS MỸ ĐÌNH

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II - NĂM HỌC 2017 - 2018

MÔN TOÁN 9

Dạng 1 . Rút gọn

Bài 1. Cho biểu thức : $A = \left(\frac{\sqrt{x} - 1}{3\sqrt{x} - 1} - \frac{1}{3\sqrt{x} + 1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x - 1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x} - 2}{3\sqrt{x} + 1} \right)$

- Rút gọn A
- Tìm các giá trị của x để $A = \frac{6}{5}$.
- Tìm các giá trị của x để $A < 1$.

Bài 2. Cho biểu thức :

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{4x + 2\sqrt{x} - 4}{x - 4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2}{\sqrt{x} - 2} \right)$$

- Rút gọn B
- Tìm các giá trị của x để $B = -1$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để B nhận giá trị nguyên.

Bài 3. Cho biểu thức : $C = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{3x + 3}{x - 9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3} - 1 \right)$

- Rút gọn C
- Tìm các giá trị của x để $C < \frac{1}{2}$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để C nhận giá trị nguyên.

Bài 4. Cho biểu thức : $D = \left(1 - \frac{x - \sqrt{x}}{x + 1} \right) \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - x} \right)$

- Rút gọn D
- Tìm các giá trị của D khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$.
- Tìm các giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{G}$, biết $G = D \cdot \frac{x + 1}{x + 2}$.

Bài 5. Cho biểu thức : $E = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} \right)$

- Rút gọn D
- Tìm các giá trị của E khi $|x-2|=4$.
- Tìm các giá trị $x = 7 - 4\sqrt{3}$

Dạng 2. Hệ phương trình.

Bài 6. Giải các hệ phwuong trình sau :

a)
$$\begin{cases} -x - y = 2 \\ -2x - 3y = 9 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$$

Bài 7. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x - my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases} \quad (1)$$

- Giải hệ khi $m = 2$
- Tìm số nguyên m để hệ (1) có nghiệm duy nhất (x,y) mà $x > 0$ và $y < 0$

Bài 8. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + 2my = 2 \end{cases} \quad (1)$$

- Giải hệ khi $m = 2$
- Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m .
- Tìm số nguyên m để hệ (1) có nghiệm (x,y) thỏa mãn $x-y=1$
- Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .

Bài 9. Tìm giá trị của m và p để hệ phương trình :
$$\begin{cases} x = 7 - y \\ mx = 2y + p \end{cases}$$

- a) Có vô số nghiệm
- b) Có một nghiệm duy nhất

c) Vô nghiệm

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KÌ II – NĂM HỌC 2017 – 2018
MÔN : TOÁN 9

PHẦN A: LÝ THUYẾT. Học sinh ôn tập lý thuyết theo các câu hỏi ôn tập chương.

PHẦN B: BÀI TẬP. Học sinh ôn tập theo các bài tập ôn tập cuối năm trong SGK và SBT.

Ngoài ra, học sinh làm thêm những bài tập sau đây:

DẠNG 1: Biến đổi các biểu thức chứa căn

Bài 1: Cho biểu thức : $A = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} - \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1} \right) : \left(1 - \frac{3\sqrt{x}-2}{3\sqrt{x}+1} \right)$

- a) Rút gọn A b) Tìm các giá trị của x để $A = \frac{6}{5}$ c) Tìm các giá trị của x để $A < 1$

Bài 2: Cho biểu thức: $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} - \frac{4x+2\sqrt{x}-4}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} \right)$

- a) Rút gọn B b) Tìm x để $B = -1$ c) Tìm các giá trị nguyên của x để B nhận giá trị nguyên

Bài 3: Cho biểu thức : $C = \left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+3}{x-9} \right) : \left(\frac{2\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - 1 \right)$

- a) Rút gọn C b) Tìm x để $C < \frac{1}{2}$ c) Tìm các giá trị nguyên của x để C nhận giá trị nguyên

Bài 4: Cho biểu thức : $D = \left(1 - \frac{x-\sqrt{x}}{x+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-x} \right)$

- a) Rút gọn D b) Tính giá trị của D khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$ c) Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{1}{G}$, biết $G = D \cdot \frac{x+1}{x+2}$

Bài 5: Cho biểu thức : $E = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{2}{1-\sqrt{x}} \right)$

- a) Rút gọn E b) Tính giá trị của E khi biết $|x-2| = 4$ c) Tính giá trị của E với $x = 7 - 4\sqrt{3}$

DẠNG 2: Hệ phương trình

Bài 6: Giải các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} -x - y = 2 \\ -2x - 3y = 9 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -5x + 2y = 4 \\ 6x - 3y = -7 \end{cases}$

g) $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ -4x + 6y = 5 \end{cases}$

Bài 7: Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + my = 2 \\ mx - 2y = 1 \end{cases} \quad (I)$

- a) Giải hệ khi $m = 2$.
b) Tìm số nguyên m để hệ (I) có nghiệm duy nhất (x; y) mà $x > 0$ và $y < 0$.

$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$$

Bài 8: Cho hệ phương trình:

- a) Giải hệ phương trình khi $m = 2$
b) Giải và biện luận hệ phương trình theo tham số m
c) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm (x; y) thỏa mãn $x - y = 1$
d) Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

Bài 9: Tìm giá trị của m và p để hệ phương trình $\begin{cases} x = 7 - y \\ mx = 2y + p \end{cases}$

- a) Có một nghiệm duy nhất
b) Có vô số nghiệm

Bài 10. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} (m-1)x + y = m \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$$

- Giải hệ khi $m = 2$
- Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .
- Giải và biện luận hệ phương trình trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất, tìm giá trị của m thỏa mãn $2x^2 - 7x = 1$

Dạng 3: Quan hệ giữa (P) và (d)

Bài 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

- Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt.
- Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

Bài 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx - 2m + 3$ (m là tham số)

- Tìm tọa độ điểm m biết tung độ bằng 2
- Chứng minh rằng (d) và (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt
Gọi y_1, y_2 là các tung độ giao điểm của (d) và (P), tìm m để $y_1 + y_2 < 9$.

Bài 13. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1,2)$ có hệ số góc $k \neq 0$

- Chứng minh rằng với mọi giá trị $k \neq 0$ đường thẳng (d) và (P) luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt A và B.
- Gọi x_1, x_2 là hoành độ của 2 điểm A và B. CMR $x_1 + x_2 - x_1 x_2 - 2 = 0$

Bài 14. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho các hàm số $y = 3x^2$ có đồ thị (P); $y = 2x - 3$ có đồ thị (d); $y = kx + n$ có đồ thị là (d1) với k, n là số thực.

- Vẽ đồ thị (P).
- Tìm k, n biết (d1) đi qua điểm $T(1;2)$ và // (d)

Bài 15. cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx$ (m là tham số)

- Tìm các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 9.
- Tìm các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm, mà khoảng cách giữa hai điểm này bằng $\sqrt{6}$

Dạng 4: phương trình bậc hai

Bài 16. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m = 0(1)$

- a) Giải phương trình với $m=2$
- b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + m)(x_2 + m) = 3m^2 + 12$

Bài 17. Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0(1)$

- a) Giải phương trình với $m=2$
- b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 18. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0(1)$

- a) Giải phương trình khi $m = 4$
- b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} (m-1)x + y = m \\ x + (m-1)y = 2 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất $(x; y)$

- Bài 10:** Cho hệ phương trình:
- Giải hệ phương trình khi $m = 3$
 - Tìm hệ thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m .
 - Giải và biện luận hệ theo m , trong trường hợp hệ có nghiệm duy nhất tìm giá trị của m th

mãn: $2x^2 - 7y = 1$

d) Tìm các giá trị của m để biểu thức $\frac{2x-3y}{x+y}$ nhận giá trị nguyên.

DẠNG 3: Quan hệ giữa (P) và (d)

Bài 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x$

- Chứng minh rằng (d) và (P) có hai điểm chung phân biệt
- Gọi A và B là các điểm chung của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ)

Bài 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) có phương trình: $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình: $y = 2mx - 2m + 3$ (m là tham số)

- Tìm tọa độ các điểm thuộc (P) biết tung độ của chúng bằng 2
- Chứng minh rằng (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m .

Gọi y_1, y_2 là các tung độ giao điểm của (P) và (d), tìm m để $y_1 + y_2 < 9$

Bài 13: Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) và đường thẳng (d) đi qua điểm M(1;2) có hệ số góc $k \neq 0$.

- Chứng minh rằng với mọi giá trị $k \neq 0$, đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.
- Gọi x_A và x_B là hoành độ của hai điểm A và B. Chứng minh rằng $x_A + x_B - x_A \cdot x_B - 2 = 0$

Bài 14: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho các hàm số:

$y = 3x^2$ có đồ thị (P); $y = 2x - 3$ có đồ thị là (d); $y = kx + n$ có đồ thị là (d_1) với k và n những số thực.

- Vẽ đồ thị (P).
- Tìm k và n biết (d_1) đi qua điểm T(1;2) và $(d_1) \parallel (d)$.

Bài 15: Cho parabol $y = x^2$ (P) và đường thẳng $y = mx$ (d), với m là tham số.

- Tìm các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại điểm có tung độ bằng 9.
- Tìm các giá trị của m để (P) và (d) cắt nhau tại 2 điểm, mà khoảng cách giữa hai điểm này bằng $\sqrt{6}$

DẠNG 4: Phương trình bậc hai

Bài 16: Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (1)

- Giải phương trình (1) với $m = 2$.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + m)(x_2 + m) = 3m^2 + 12$

Bài 17: Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 1 = 0$

- Giải phương trình khi $m = 1$
- Tìm m để phương trình có nghiệm $x_1; x_2$ mà biểu thức $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất? Tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Bài 18: Cho phương trình: $x^2 + 2mx + m^2 - 2m + 4 = 0$

- Giải phương trình khi $m = 4$
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt

Bài 19. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1)

- a) Tìm m để phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .
- b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm phương trình.

Bài 20. Cho phương trình $mx^2 - (4m - 2)x + 3m - 2 = 0$ (1) (m là tham số 0

- a) Giải phương trình với $m=2$
- b) Tìm m để phương trình (1) có nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $A = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- c) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có 2 điểm phân biệt với mọi m .
- d) Tìm giá trị của m để phương trình có nghiệm nguyên.

Dạng 5: Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Bài 21. Tìm một số có hai chữ số biết rằng 2 lần chữ số hàng chục lớn hơn 5 lần chữ số hàng đơn vị là chữ số hàng chục chia cho chữ số hàng đơn vị được thương là 2 và dư là 2.

Bài 22. Một mảnh hình chữ nhật có chu vi 34m. Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 23. Hai người cùng làm chung một công việc trong $12/5$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành xong ít hơn người thứ 2 là 2 giờ. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì bao lâu xong công việc.

Bài 24. Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó đến B đúng hạn xe phải tăng vận tốc lên 6km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Bài 25. Quãng đường AB dài 156km. Một người đi xe máy từ A và một người đi xe đạp từ B. Biết rằng vận tốc của người đi xe máy nhanh hơn vận tốc người đi xe đạp là 28 km/h. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 26. Khoảng cách giữa hai bến sông là 30 km. Một ca nô đi xuôi dòng đến B và ngược dòng về A. Tổng thời gian đi là 4h. Tính vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc dòng nước là 4km/h.

Bài 27. Hai anh Quang và Hùng góp vốn kinh doanh, Anh Quang góp vốn 15 triệu đồng, anh Hùng góp 13 triệu đồng. Sau một thời gian được lãi 7 triệu đồng. Lãi được chia theo tỉ lệ vốn đã góp. Em hãy dùng cách giải hệ phương trình tính tiền lãi mà mỗi anh được hưởng.

Bài 28. Người ta trộn hai loại quặng chứa 72% sắt, loại thứ 2 chứa 58% sắt. Nếu tăng khối lượng của mỗi loại quặng thêm 15 tấn thì được một loại quặng chứa 63,25% sắt. Tính khối lượng mỗi loại đã trộn

Dạng 6. Hình học.

Bài 29. Cho đường tròn O . Từ A là một điểm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến AM và AN với (O)

- a) CMR tứ giác $AMON$ nội tiếp đường tròn đường kính AO .
- b) Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B và C . gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh I cũng thuộc đường tròn đường kính AO .
- c) Gọi K là giao điểm của MN và BC . Chứng minh rằng $AK \cdot AI = AB \cdot AC$

Bài 30. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn (O) . Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC$)

- a) CM tứ giác $ABDE$ nội tiếp
- b) Tia AO cắt đường tròn (O) tại K (K khác A). Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành

c) Gọi F là giao điểm của CH với AB. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{AD}{HD} + \frac{BE}{HE} + \frac{CF}{HF}$$

- Bài 19:** Cho phương trình $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (x là ẩn số)
- a) Chứng minh rằng phương trình luôn luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .
- b) Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình.
- c) Tìm m để biểu thức $M = \frac{-24}{x_1^2 + x_2^2 - 6x_1x_2}$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 20: Cho phương trình: $mx^2 - (4m - 2)x + 3m - 2 = 0$ (1) (m là tham số).

- a) Giải phương trình (1) khi $m = 2$.
- b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi giá trị của m .
- c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có các nghiệm là nghiệm nguyên.

DẠNG 5: Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Bài 21: Tìm một số có hai chữ số biết rằng 2 lần chữ số hàng chục lớn hơn 5 lần chữ số hàng đơn vị là 1 và chữ số hàng chục chia cho chữ số hàng đơn vị được thương là 2 và dư cũng là 2.

Bài 22: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 34m. Nếu tăng thêm chiều dài 3m và chiều rộng 2m thì diện tích tăng thêm $45m^2$. Hãy tính chiều dài, chiều rộng của mảnh vườn.

Bài 23: Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc trong ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu là một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu thời gian để xong công việc?

Bài 24: Một ô tô dự định đi từ A đến B cách nhau 120 km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ thì ô tô bị chặn bởi xe cứu hỏa 10 phút. Do đó để đến B đúng hạn xe phải tăng vận tốc thêm 6 km/h. Tính vận tốc lúc đầu của ô tô.

Bài 25: Quảng đồng AB dài 156 km. Một người đi xe máy từ A, một người đi xe đạp từ B. Hai xe xuất phát cùng một lúc và sau 3 giờ gặp nhau. Biết rằng vận tốc của người đi xe máy nhanh hơn vận tốc của người đi xe đạp là 28 km/h. Tính vận tốc của mỗi xe?

Bài 26: Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một ca nô đi xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi lại ngược dòng từ bến B về bến A. Tổng thời gian ca nô đi xuôi dòng và ngược dòng là 4 giờ. Tìm vận tốc của ca nô khi nước yên lặng, biết vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Bài 27: Hai anh Quang và Hùng góp vốn kinh doanh. Anh Quang góp 15 triệu đồng, anh Hùng góp 13 triệu đồng. Sau một thời gian được lãi 7 triệu đồng. Lãi được chia tỉ lệ với vốn đã góp. Hãy dùng cách giải hệ phương trình tính tiền lãi mà mỗi anh được hưởng.

Bài 28: Người ta trộn hai loại quặng sắt với nhau, một loại chứa 72% sắt, loại thứ hai chứa 58% sắt được một loại quặng chứa 62% sắt. Nếu tăng khối lượng của mỗi loại quặng thêm 15 tấn thì được một loại quặng chứa 63,25% sắt. Tìm khối lượng quặng của mỗi loại đã trộn.

DẠNG 6: Hình học

Bài 29: Cho đường tròn O. Từ A là một điểm nằm ngoài (O) kẻ các tiếp tuyến AM và AN (O) (M; N là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh rằng tứ giác AMON nội tiếp đường tròn đường kính AO.
- b) Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại B và C (B nằm giữa A và C). Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh I cũng thuộc đường tròn đường kính AO.
- c) Gọi K là giao điểm của MN và BC. Chứng minh rằng $AK \cdot AI = AB \cdot AC$.

Bài 30: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao AD, cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC$).

- a) Chứng minh tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn.
- b) Tia AO cắt đường tròn (O) tại K (K khác A). Chứng minh tứ giác BHCK là hình bình hành.
- c) Gọi F là giao điểm của tia CH với AB. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$Q = \frac{AD}{AB} + \frac{BE}{BC} + \frac{CF}{CA}$$

BÀI 31. Cho đường tròn (O), dây cung BC. Điểm A di động trên cung nhỏ BC. Kẻ đường kính AA' của đường tròn (O), D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AA'. CMR:

- Bốn điểm A, B, D, E nằm trên cùng 1 đường tròn.
- $BD.AC = AD.A'C$
- $DE \perp AC$
- Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Bài 32. Cho đường tròn (O, 4cm), đường kính AB. Gọi H là trung điểm của OA, vẽ dây $CD \perp AB$ tại H. Lấy điểm E trên đoạn HD, nối AE cắt đường tròn tại F

- Chứng minh rằng $AD^2 = AE.AF$
- Tính độ dài dây cung nhỏ BF khi $HE = 1$
- Tìm vị trí điểm E trên đoạn HD để số đo góc EOF = 90

Bài 33. Cho nửa đường tròn O đường kính AB và điểm C trên đường tròn sao cho $CA = CB$. Gọi M là trung điểm của dây cung AC. Nối BM cắt AC tại E; AE và BC kéo dài cắt nhau tại D

- Chứng minh $DE.DA = DC.DB$
- Chứng minh MOCD là hình bình hành.
- Kẻ $EF \perp AC$. Tỷ số ME/MF.

Dạng 7. Một số bài toán nâng cao

Bài 34. Cho a, b, c là các số thực dương. CMR

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 4 \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right)$$

Bài 35. Cho a, b, c là các số thực khác 0 và thỏa mãn

$$\begin{cases} a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = 0 \\ a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1 \end{cases}$$

$$\text{TÍNH } Q = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2013}}$$

Bài 36. tìm tất cả các giá trị của m để phương trình sau vô nghiệm.

$$x^2 - 4x - 2m|x - 2| - m + 6 = 0$$

Bài 37. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x^4 - x^3 + 3x^2 - 4y - 1 = 0 \\ \sqrt{\frac{x^2 + 4y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} = x + 2y \end{cases}$$

Bài 38. không dùng máy tính cầm tay , hãy tính số nguyên lớn nhất không vượt quá S, trong đó $S = (2 + \sqrt{3})^6$

Bài 31: Cho đường tròn (O), dây cung BC (BC không là đường kính). Điểm A di động cung nhỏ BC (A khác B và C; độ dài đoạn AB khác AC). Kẻ đường kính AA' của đường tròn (O), D là chân đường vuông góc kẻ từ A đến BC. Hai điểm E, F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ B, C đến AA'. Chứng minh rằng:

- Bốn điểm A, B, D, E cùng nằm trên một đường tròn.
- $BD \cdot AC = AD \cdot A'C$.
- DE vuông góc với AC.
- Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF là một điểm cố định.

Bài 32: Cho đường tròn (O, 4cm), đường kính AB. Gọi H là trung điểm của OA, vẽ dây CD vuông góc với AB tại H. Lấy điểm E trên đoạn HD ($E \neq H$ và $E \neq D$), nối AE cắt đường tròn tại F.

- Chứng minh rằng $AD^2 = AE \cdot AF$
- Tính độ dài cung nhỏ BF khi $HE = 1$ cm (chính xác đến 2 chữ số thập phân)
- Tìm vị trí điểm E trên đoạn HD để số đo góc EOF bằng 90°

Bài 33: Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm C trên đường tròn sao cho $CA = CB$. Gọi M là trung điểm của dây cung AC; Nối BM cắt cung AC tại E; AE và BC kéo dài cắt nhau tại D.

- Chứng minh: $DE \cdot DA = DC \cdot DB$
- Chứng minh: MOCD là hình bình hành
- Kẻ EF vuông góc với AC. Tính tỉ số $\frac{MF}{EF}$?
- Vẽ đường tròn tâm E bán kính EA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N; EF cắt AN tại I, cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K; EB cắt AN tại H. Chứng minh: Tứ giác BHIK nội tiếp được đường tròn.

DẠNG 7: Một số bài nâng cao

Bài 34: Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c} \geq 4 \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right)$$

Bài 35: Cho a, b, c là 3 số thực khác không và thỏa mãn:

$$\begin{cases} a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b) + 2abc = 0 \\ a^{2013} + b^{2013} + c^{2013} = 1 \end{cases}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{1}{a^{2013}} + \frac{1}{b^{2013}} + \frac{1}{c^{2013}}$

Bài 36: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau vô nghiệm:
 $x^2 - 4x - 2m|x - 2| - m + 6 = 0$.

Bài 37: Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^4 - x^3 + 3x^2 - 4y - 1 = 0 \\ \sqrt{\frac{x^2 + 4y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2 + 2xy + 4y^2}{3}} = x + 2y \end{cases}$$

Bài 38: Không dùng máy tính cầm tay, tìm số nguyên lớn nhất không vượt quá S, trong đó $S = (2 + \sqrt{3})^6$

