**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHI LỘC**

**ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN \_LỚP 8\_NĂM HỌC 2022-2023**

**Bài 1. (5,0 điểm)** Cho biểu thức 

1. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P
2. Tìm x để 
3. Xác định các giá trị nguyên của để biểu thức với nhận giá trị nguyên

**Bài 2. (5,0 điểm)**

1. Cho đa thức với là các số hữu tỷ. Biết Tính 
2. Chứng minh rằng với mọi thì không là số chính phương
3. Cho với tìm giá trị biểu thức 

**Bài 3. (3,0 điểm)**

1. Với là các số nguyên dương sao cho và chia hết cho 6. Chứng minh rằng cũng chia hết cho 6 (với 
2. Cho là bộ ba số dương. Chứng minh rằng



**Bài 4. (6,0 điểm)** Cho tam giác vuông tại A , vẽ đường cao (H thuộc BC). Trên tia lấy điểm D sao cho Từ vẽ đường thẳng song song với cắt tại E. Gọi là trung điểm của Chứng minh :







**Bài 5. (1,0 điểm)** Cho một hình vuông và đường thẳng, mỗi đường thẳng đều chia hình vuông thành hai tứ giác có tỷ số diện tích . Chứng minh rằng trong các số đường thẳng đó, có ít nhất đường thẳng cùng đi qua một điểm

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (5,0 điểm) Cho biểu thức **

1. **Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P**

Điều kiện để P xác định là :



Với điều kiện trên :



1. **Tìm x để **

Để 

Vậy để thì 

1. **Xác định các giá trị nguyên của để biểu thức với nhận giá trị nguyên**

Ta có : 

  
Để là một số nguyên thì . Ta có bảng

  
Vậy thì là một số nguyên.

**Bài 2. (5,0 điểm)**

1. **Cho đa thức với là các số hữu tỷ. Biết Tính **

Ta có :



Mà 

Vậy 

1. **Chứng minh rằng với mọi thì không là số chính phương**

Ta có :



Do không là số chính phương với nên :

không là số chính phương với 

không là số chính phương với 

1. **Cho với tìm giá trị biểu thức **

Ta có : 



Vậy 

**Bài 3. (3,0 điểm)**

1. **Với là các số nguyên dương sao cho và chia hết cho 6. Chứng minh rằng cũng chia hết cho 6 (với **

Ta có: 







Vậy 

1. **Cho là bộ ba số dương. Chứng minh rằng**

****

Ta chứng minh với 

Thật vậy, theo BĐT Cô-si với 

. Ta có :



Vậy BĐT được chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

**Bài 4. (6,0 điểm) Cho tam giác vuông tại A , vẽ đường cao (H thuộc BC). Trên tia lấy điểm D sao cho Từ vẽ đường thẳng song song với cắt tại E. Gọi là trung điểm của Chứng minh :**

****

****

Xét và ta có : 

Chứng minh 

Ta có : Gọi M là trung điểm của 

cân tại M

Và 

Từ (1) và (2) ta có 

Gọi I là giao điểm của . Xét và có :

(đối đỉnh)là đường cao 

cân tại A nên 

****

Xét vuông cân tại H

Xét vuông cân tại M nên 

Vậy 

****

Gọi F nằm trên cạnh sao cho . Ta có :



vuông cân tại M

Lại có , Xét và ta có :

(cách lấy điểm F), , 



Từ vuông cân tại 

(hai tam giác vuông cân đồng dạng)

Từ (3), (4)



Vậy 

**Bài 5. (1,0 điểm) Cho một hình vuông và đường thẳng, mỗi đường thẳng đều chia hình vuông thành hai tứ giác có tỷ số diện tích . Chứng minh rằng trong các số đường thẳng đó, có ít nhất đường thẳng cùng đi qua một điểm**

****

Giả sử là một đường trung bình của hình vuông 

Trên lấy hai điểm sao cho 

Kẻ 1 đường thẳng đi qua điểm và cắt lần lượt tại . Ta có :



Do lần lượt là đường trung bình của hình thang 

Nên 

Và 

Ta được 1 đường thẳng RS thỏa mãn đề bài

Chứng minh tương tự ta cũng có một đường thẳng đi qua P cùng thỏa mãn yêu cầu của đề bài. Suy ra 1 đường trung bình sẽ có 2 điểm nằm trên nó mà các đường thẳng đi qua nó cắt hai cạnh của hình vuông thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Mà hình vuông có hai đường trung bình nên sẽ có 4 điểm mà các đường thẳng đi qua thỏa mãn tính chất trên.

Vì vậy các đường thẳng muốn thỏa mãn yêu cầu của bài toán thì phải đi qua 1 trong 4 điểm trên. Lại có 2021 chia 4 được thương 505 và dư 1. Theo nguyên lý Dirichlet, có ít nhất 506 đường thẳng đồng quy tại 1 trong số 4 điểm.

Bài toán được chứng minh.