**Bài 1.GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH**

**I. GÓC**

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng  , .

1) Góc giữa và tính theo công thức

 (với  theo thứ tự là vectơ pháp tuyến của )

2) Góc giữa  và cũng có thể tính theo các công thức sau

 (với  theo thứ tự là vectơ chỉ phương của )

Hay  .

3) 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Cho 2 đường thẳng  , . Tính côsin của góc giữa 2 đường thẳng ?  **🖎Lời giải**  có vtpt là ;  có vtpt là | | **🖎Lưu ý** | |
| **1.1.** Cho 2 đường thẳng  , . Tính côsin của góc giữa 2 đường thẳng ?  ***Lời giải:***  có vtcp là ;  có vtcp là | **1.2.** Cho 2 đường thẳng  , . Tính gần đúng góc giữa 2 đường thẳng.  ***Lời giải:***  có vtpt là ;  có vtcp là | | |
| **Câu 2.** *Cho tam giác ABC có . Viết phương trình đường phân giác trong d của góc*  **Lời giải**    Vậy *d* đi qua  và có vectơ chỉ phương  hay vectơ pháp tuyến là .  Vậy | | | | **🖎Lưu ý** |
| **2.1.** *Cho hai đường thẳng d:  và d’: . Viết phương trình đường phân giác của góc giữa 2 đường thẳng d và d’.*  **Lời giải**  *d, d’* cắt nhau tại điểm  *d, d’* có vectơ chỉ phương lần lượt là .  Có có 2 đường phân giác và hai đường này vuông góc với nhau tại  là vectơ chỉ phương của một đường phân giác (gọi là )  Chọn  là vectơ pháp tuyến của  Vậy  là đường phân giác còn lại. | | **2.2.** *Cho hai đường thẳng . Viết phương trình đường phân giác của góc giữa 2 đường thẳng đã cho.*  **🖎Lời giải**  *d* cắt *d’* tại điểm .  và  có vectơ chỉ phương lần lượt là    Có nên góc giữa d và d’ bằng góc giữa 2 vectơ chỉ phương. Suy ra đường phân giác có vectơ chỉ phương . Chọn vectơ pháp tuyến là .  Vậy phương trình đường phân giác đi qua  là: | | |
| **Câu 3.** *Cho điểm  và đường thẳng d: . Viết phương trình đường thẳng d’ đi qua M sao cho góc giữa d và d’ bằng .*  **🖎Lời giải**  Giả sử  không vuông góc với trục Ox, có hệ số góc *k*. Phương trình của .  *d*,*d’* có vectơ pháp tuyến lần lượt là    Vậy phương trình của  là:  hoặc | | | | **🖎Lưu ý** |

**II. KHOẢNG CÁCH**

Khoảng cách từ điểm  đến đường thẳng  ta áp dụng công thức sau:

**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu 1**. *Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm  và đường thẳng . Tính khoảng cách từ  đến*  **🖎Lời giải**  Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng  là: | | | | **🖎Lưu ý** | | |
| **1.1.** Tính khoảng cách từ điểm  đến đường thẳng  **Lời giải**  Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng  là: | | **1.2.**Cho đường thẳng đi qua hai điểm  Tính khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng  **Lời giải**  Đường thẳng  Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng  là: | | | | |
| **Câu 2.** *Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  và*  **🖎Lời giải**  Chọn .  Do // nên khoảng cách giữa 2 đường thẳng bằng | | | | | | | **🖎Lưu ý** |
| **2.1.** Cho đường thẳng và điểm . Viết phương trình đường thẳng song song với  sao cho khoảng cách từ  đến  bằng  **Lời giải**  Phương trình đường thẳng  có dạng  ()  (loại) (thỏa mãn)  Vậy | | | **2.2.** Cho đường thẳng và điểm . Viết phương trình đường thẳng vuông góc  sao cho khoảng cách từ  đến  bằng  **Lời giải**  Phương trình đường thẳng  có dạng    Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn đk đề bài:  . | | | | |
| **Câu 3.** *Cho tam giác ABC có . Tính diện tích tam giác ABC.*  **🖎Lời giải tham khảo**  ,  Đường thẳng  đi qua và có vectơ pháp tuyến  nên có phương trình .  Chiều cao tam giác ABC là  Vậy diện tích tam giác ABC là: | | | | | | | **🖎Lưu ý** |
| **3.1.** Cho hình vuông ABCD biết  và đường thẳng chứa đường chéo AC có phương trình là . Tính diện tích hình vuông ABCD.  **Lời giải**  Có  Vậy diện tích hình vuông ABCD là | | | **3.2.**  Cho hình thoi ABCD có , đường thẳng chứa đường chéo  có phương trình , góc . Tính diện tích hình thoi ABCD.  **Lời giải**  Có  Tam giác ABD đều nên  Vậy diện tích hình thoi ABCD là: | | | | |
| **Câu 4**. *Cho hai điểm . Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ sao cho khoảng cách từ A, B đến d là bằng nhau.*  **🖎Lời giải**  TH 1: d//AB  chọn  là vectơ pháp tuyến của d, mà d đi qua O(0;0) nên pt .  TH2: d đi qua trung điểm của AB  Gọi I là trung điểm AB.  d đi qua O và I nên nhận vectơ chỉ phương chọn vectơ pháp tuyến là  . | | | **🖎Lưu ý** | | | |
| **4.1.** Cho 3 điểm A(0;1), B(6;4), C(1;0). Viết phương trình đường thẳng d đi qua C sao cho khoảng cách từ A đến d gấp đôi khoảng cách từ B đến d, đồng thời A, B nằm khác phía so với d.  **Lời giải**  Gọi M thuộc đoạn AB, .  Chứng minh được đường thẳng d đi qua C và M thỏa mãn yêu cầu bài toán.  Vậy d nhận  là vectơ chỉ phương. Chọn  là vectơ pháp tuyến.  Phương trình d: | **4.1.** Cho 3 điểm A(-1;2), B(1;1), C(1;-1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua C sao cho khoảng cách từ A đến d gấp đôi khoảng cách từ B đến d, đồng thời A, B nằm cùng phía so với d.  **Lời giải**  Gọi điểm M thỏa mãn  Chứng minh được đường thẳng d đi qua C và M thỏa mãn yêu cầu bài toán.  Vậy d nhận  là vectơ chỉ phương. Chọn  là vectơ pháp tuyến.  Phương trình d: | | | | | |
| **Câu 5.** *Cho 2 đường thẳng cắt nhau d:  , d’: . Viết phương trình các đường phân giác của góc nhọn và góc tù của d và d’.*  **🖎Lời giải**  Gọi  là một điểm tùy ý thuộc một trong hai đường phân giác. Khi đó  .  Vậy phương trình 2 đường phân giác là | | | | | | **🖎Lưu ý** | |
| **5.1.** Cho 2 đường thẳng và . Viết phương trình đường thẳng cách đều 2 đường thẳng  **Lời giải**  Gọi  là một điểm tùy ý thuộc . Khi đó    Vậy | | **5.2.** Cho tam giác ABC có  Trong các đường thẳng cách đều 3 đỉnh , viết phương trình đường thẳng vuông góc với đường thẳng .  **Lời giải**  Gọi đường thẳng cần tìm là  Khi đó  là các đường trung bình của tam giác ABC.  Đường thẳng  có vectơ pháp tuyến  Do  nhận là vectơ chỉ phương.  Nhận thấy cùng phương với nên  đi qua trung điểm  của ,  Vậy  đi qua , vectơ pháp tuyến | | | | | |
| **Câu 6.** *Cho điểm  và đường thẳng . Viết phương trình đường tròn (C) tâm I và tiếp xúc với*  **🖎Lời giải**    Vậy phương trình đường tròn | | | | | | **🖎Lưu ý** | |
| **6.1.** Cho đường tròn  và đường thẳng . Viết phương trình đường thẳng  song song với  và tiếp xúc với đường tròn  **🖎Lời giải**  có tâm  Phương trình  có dạng    Có  Vậy | | **6.2.** Cho đường tròn và điểm . Viết phương trình đường thẳng  đi qua  và tiếp xúc với  **🖎Lời giải**  có tâm  Nhận thấy  không vuông góc với trục  nên gọi phương trình của Ox là:    Vậy | | | | | |
| **6.3.** Cho điểm  và đường thẳng  Viết phương trình đường tròn  tâm , cắt đường thẳng tho một dây cung  **Lời giải**  Có  Vậy  . | | **6.4.** Cho đường tròn có tâm , bán kính và đường thẳng  Gọi  là đường thẳng vuông góc với , cắt  tại 2 điểm  sao cho diện tích tam giác  lớn nhất. Viết phương trình đường thẳng  **Lời giải**  Có    khi  .  Do      Vậy | | | | | |
| **Câu 7.** *Cho 2 điểm , . Viết phương trình đường thẳng d đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến d là lớn nhất.*  **🖎Lời giải tham khảo**  Gọi H là hình chiếu của A trên d, có . Vậy  khi H trùng với B, nghĩa là  là vtpt của *d*.  Vậy | | | | | | **🖎Lưu ý** | |