|  |  |
| --- | --- |
| **UBND HUYỆN KIM THÀNH**  **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn thi: Toán**  Ngày thi : 05/10/2021  Thời gian làm bài : 120 phút |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho biểu thức Rút gọn (với )
2. Cho là các số thực dương thỏa mãn và 

Chứng minh rằng 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình 
2. Tìm thỏa mãn 

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. Cho tam giác nhọn, ba đường cao Trên lấy M, trên lấy sao cho 
2. Chứng minh rằng và 
3. Gọi lần lượt là diện tích của tam giác và tam giác Chứng minh rằng 
4. Cho tam giác nhọn Gọi lần lượt là các đường cao và lần lượt là trung tuyến của các cạnh lần lượt là bán kính của các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác Chứng minh rằng :



**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức Rút gọn (với )**

****

1. **Cho là các số thực dương thỏa mãn và **

**Chứng minh rằng **

Vì 



**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Ta nhận thấy 

Ta có thể trục căn thức 2 vế :



Dễ dàng nhận thấy là nghiệm đuy nhất của phương trình

1. **Giải hệ phương trình **

Từ (2) suy ra .

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có :



Dấu bằng xảy ra 

Mặt khác, dễ dàng chứng minh được 

Thật vậy, (do cả 2 vế đều 

(luôn đúng với mọi 

Dấu bằng xảy ra khi 

Từ (3) và (4) suy ra . Dấu bằng xảy ra 

Do đó (vì . Khi đó, (1) trở thành :





Vậy nghiệm của hệ đã cho là 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. **Tìm nghiệm nguyên của phương trình  (\*)**

Ta có . Đặt thu được



Mặt khác 

Từ (1) và (2) được :



Vì nguyên nên hoặc 



Vậy thỏa mãn yêu cầu

1. **Tìm thỏa mãn **

****

Đặt 



Do đó . Điều này kéo theo . Thay vào (\*)



Ta thấy là một số vô tỷ và tích của chúng là một số nguyên

Điều này chỉ có thể xảy ra khi 

Vậy 

**Câu 4. (3,0 điểm)**

1. **Cho tam giác nhọn, ba đường cao Trên lấy M, trên lấy sao cho **

****

1. **Chứng minh rằng và **

Xét và có 

Áp dụng hệ thức lượng vào các tam giác vuông:



Mà 

Từ (1) và (2) suy ra 

1. **Gọi lần lượt là diện tích của tam giác và tam giác Chứng minh rằng **

Theo câu ta có 



Tương tự : . Do đó :



1. **Cho tam giác nhọn Gọi lần lượt là các đường cao và lần lượt là trung tuyến của các cạnh lần lượt là bán kính của các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác Chứng minh rằng :**

****

Gọi O và I là tâm đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp 

lần lượt là trung điểm của . Ta có :









**Câu 5. (1,0 điểm) Cho thỏa mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của **

****

Vậy 