

CHỦ ĐỀ 6

ĐƯỜNG THẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

DẠNG 1

LẬP PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG LIÊN QUAN ĐẾN GÓC

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 0; 1)$, đường thẳng d qua điểm A và tạo với trục Oy góc 45° . Phương trình đường thẳng d là

A.
$$\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \\ \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} \frac{x-2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-\sqrt{5}} = \frac{z-1}{-1} \\ \frac{x-2}{2} = \frac{y}{\sqrt{5}} = \frac{z+1}{-1} \end{cases}$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x = 7y + z + 25 = 0$ và đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P) . Đường thẳng d_2 nằm trên

(P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vector chỉ phương $\vec{u}_2(a; b; c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

A. $\frac{a+2b}{c} = \frac{2}{3}$

B. $\frac{a+2b}{c} = 0$

C. $\frac{a+2b}{c} = \frac{1}{3}$

D. $\frac{a+2b}{c} = 1$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$,

$d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vector $\vec{n} = (1; b; c)$ làm một vector pháp tuyến. Xác định tích bc .

A. -4 hoặc 0 .

B. 4 hoặc 0 .

C. -4 .

D. 4 .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ và $d_2: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=-t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 , tạo với d_2 một góc 45° và nhận vector $n(1; b; c)$ làm một vec tơ pháp tuyến. Xác định tích $b.c$.

- A. -4. B. 4. C. 4 hoặc 0. D. -4 hoặc 0.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=0 \\ y=3-t \\ z=t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 45° . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(3; 2; 1)$. B. $N(3; 2; -1)$. C. $P(3; -1; 2)$. D. $M(3; -1; -2)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại A , $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+7}{-4}$, đường thẳng AB nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x+z-3=0$. Biết đỉnh C có cao độ âm. Tính hoành độ đỉnh A .

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $A(2; 1; -1)$ tạo với trục Oz một góc 30° ?

- A. $\sqrt{2}(x-2) + (y-1) - (z-2) - 3 = 0$. B. $(x-2) + \sqrt{2}(y-1) - (z+1) - 2 = 0$.
C. $2(x-2) + (y-1) - (z-2) = 0$. D. $2(x-2) + (y-1) - (z-1) - 2 = 0$.

Câu 8. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$. Điểm $A(1; -2; 2)$. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (α) một góc 45° .

- A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 9. Tìm tất cả các mặt phẳng (α) chứa đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-3}$ và tạo với mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$ góc 45° .

Trả lời:

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$ và

$d_2 : \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vectơ $n(1; b; c)$ làm một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

Trả lời:

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và đường thẳng $d : \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Trả lời:

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$, $(Q): x + my + (m-1)z + 2024 = 0$. Khi hai mặt phẳng (P) , (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì giá trị của bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 13. Cho hai điểm $A(1; -1; 1); B(2; -2; 4)$. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa A, B và tạo với mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 7 = 0$ một góc 60° .

Trả lời:

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; 1), B(6; -2; 1)$. Lập phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{2}{7}$.

Trả lời:

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1; 0; 0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Tính giá trị $a + b + c$.

Trả lời:

DẠNG 2 KHOẢNG CÁCH

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

⌋ Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm M_0 có vectơ chỉ phương u_d

$$d(M, d) = \frac{\left| \left[\overrightarrow{M_0 M}, u_d \right] \right|}{|u_d|}.$$

được xác định bởi công thức

⌋ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

⌋ Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

⌋ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau: d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương

$$d(d, d') = \frac{\left| \left[u, u' \right], \overrightarrow{M M'} \right|}{\left| \left[u, u' \right] \right|}.$$

u và d' đi qua điểm M' và có vectơ chỉ phương u' là

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ bằng

A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{14}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(2; -1; 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (d) bằng

A. $\sqrt{7}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{7}}{3}$.

$$d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \\ z=3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

Câu 18. Khoảng cách từ điểm $H(1;0;3)$ đến đường thẳng d_1 và mặt phẳng $(P): z-3=0$ lần lượt là $d(H, d_1)$ và $d(H, (P))$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. $d(H, d_1) > d(H, (P))$.

B. $d(H, (P)) > d(H, d_1)$.

C. $d(H, d_1) = 6 \cdot d(H, (P))$.

D. $d(H, (P)) = 1$.

Câu 19. Tính khoảng cách giữa mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+4t \\ z=-t \end{cases}$.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 0.

D. 2.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

A. $d = 2$

B. $d = \frac{5}{3}$

C. $d = \frac{2}{3}$

D. $d = \frac{1}{3}$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ bằng:

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -2; 4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Điểm M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

A. $(5; 1; 2)$ và $(6; 9; 2)$.

B. $(5; 1; 2)$ và $(-1; -8; -4)$.

C. $(5; -1; 2)$ và $(1; -5; 6)$.

D. $(5; 1; 2)$ và $(1; -5; 6)$.

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}; d_2: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=m \end{cases}$$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

Gọi S là tập tất cả các số m sao cho d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S .

A. - 11.

B. 12.

C. - 12.

D. 11.

Câu 25. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. 3.

Câu 26. Cho $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=2+2t \end{cases}$, $d': \frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Khi đó khoảng cách giữa d và d' là

A. $\frac{13\sqrt{30}}{30}$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{3}$.

C. $\frac{9\sqrt{30}}{10}$.

D. 0.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+4t \\ y=-1-2t \\ z=2+2t \end{cases}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho bằng?

A. $\frac{\sqrt{87}}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{174}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{174}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{87}}{3}$.

Câu 28. Tính khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1; d_2$ tới mặt phẳng (P) trong đó:

$$d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{3}; d_2: \frac{-x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}; (P): 2x+4y-4z-3=0$$

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{7}{6}$.

C. $\frac{13}{6}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$ và đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}. \text{ Khoảng cách giữa } (\Delta) \text{ và } (P) \text{ là}$$

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{8}{3}$

C. $\frac{2}{9}$

D. 1

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Gọi M là giao điểm của d và (P) . Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d và cách M một khoảng $\sqrt{42}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+4}{1}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+5}{1}$.

D. Đáp án khác.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(4;3;7)$.

B. $(-1;-2;1)$.

C. $(7;5;3)$.

D. $(3;4;3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Côsin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$, mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$ và đường thẳng

$$(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Gọi d_1, d_2 là các đường thẳng đi qua A , nằm trong (P) và đều có khoảng cách đến đường thẳng d bằng $\sqrt{6}$. Côsin của góc giữa d_1 và d_2 bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Cho đường thẳng (Δ) đi qua A , cắt (d) và song song với mặt phẳng (P) . Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Δ)

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R}, \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng cắt mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ tại điểm I . Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho $\Delta \perp d$ và khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Tìm tọa độ hình chiếu $M(a;b;c)$ (với $a+b > c$) của điểm I trên đường thẳng Δ .

A. $M(2;5;-4)$.

B. $M(6;-3;0)$.

C. $M(5;2;-4)$.

D. $M(-3;6;0)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x + ay + bz + c = 0 (c > 0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 14. B. 6. C. -4. D. -6.