**CHƯƠNG 2: MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU**

# **BÀI 1: MẶT NÓN**

## **A. LÍ THUYẾT TRỌNG TÂM**

|  |  |
| --- | --- |
| **MẶT NÓN TRÒN XOAY**  Trong mặt phẳng . Cho hai đường thẳng Δ là  cắt nhau tại *O* và tạo thành góc  với . Khi quay mặt phẳng  xung quanh Δ thì đường thẳng  sinh ra một mặt tròn xoay đỉnh *O* gọi là mặt nón tròn xoay (hay đơn giản là mặt nón). Khi đó:  • Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt nón.  • Đường thẳng  được gọi là đường sinh của mặt nón.  • Góc  gọi là góc ở đỉnh của mặt nón.  ***Nhận xét:*** Nếu *M* là một điểm tùy ý của mặt nón  khác với điểm *O* thì đường thẳng *OM* là đường sinh của mặt nón đó.  **HÌNH NÓN TRÒN XOAY**  Cho  vuông tại *I* quay quanh cạnh góc vuông *OI* thì đường gấp khúc *OMI* tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón).  Khi đó:  • Đường thẳng *OI* gọi là trục, *O* là đỉnh, *OI* gọi là đường cao và *OM* gọi là đường sinh của hình nón.  • Hình tròn tâm *I*, bán kính  là đáy của hình nón.  **KHỐI NÓN TRÒN XOAY**  Phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình đó ta gọi là khối nón tròn xoay hay ngắn gọn là khối nón.  Các khái niệm tương tự như hình nón.  Xét khối nón có hình biểu diễn là hình bên thì ta có nhận xét:  - Nếu mp  chứa *OI* thì thiết diện của mp  và khối nón là một hình tam giác cân tại *O*.  - Nếu mp  vuông góc với *OI* (không chứa *O*) thì thiết diện của mp  và khối nón (nếu có) là một hình tròn. Hình tròn thiết diện này có diện tích lớn nhất khi mp  đi qua *I*.  **CÔNG THỨC CẦN NHỚ**  Hình nón có chiều cao là *h*, bán kính đáy *r* và độ dài đường sinh là  thì có:  - Diện tích xung quanh: .  - Diện tích đáy (hình tròn): .  - Diện tích toàn phần: .  - Thể tích khối nón: . | ***Chú ý:*** *Nếu cắt mặt nón  bởi hai mặt phẳng song song  và  với  qua O và vuông góc với  thì phần mặt nón  giới hạn bởi hai mặt phẳng  và  và hình tròn giao tuyến của  và mặt nón  là hình nón.*    ***Chú ý:*** *Vẽ hình biểu diễn hình nón hay khối nón ta thường vẽ như hình bên.* |

## **B. CÁC DẠNG BÀI TẬP**

### **Dạng 1: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính đáy, thiết diện của hình nón**

**1. Phương pháp giải**

|  |  |
| --- | --- |
| Nắm vững các công thức về diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, diện tích đáy. Biết sử dụng các kết quả của phần kiến thức quan hệ song song, quan hệ vuông góc, các hệ thức lượng trong tam giác… để áp dụng vào tính toán. | **Ví dụ:** Tính diện tích xung quanh của khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân diện tích bằng 2?  **A.** .  **B.** .  **C.** . **D.** .  ***Hướng dẫn giải***  Tam giác *OAB* vuông cân diện tích bằng 2          Suy ra .  ***Chọn A.*** |

**2. Bài tập**

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài tập 1:** Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là tam giác đều cạnh 2*a*. Tính diện tích toàn phần của hình nón đó.  **A.** .  **B.** .  **C.** . **D.** .  **Bài tập 2:** Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng . Độ dài đường cao của hình nón bằng  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 3:** Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác vuông có cạnh góc vuông bằng 1. Mặt phẳng  qua đỉnh *S* của hình nón đó cắt đường tròn đáy tại *M, N*. Tính diện tích tam giác *SMN*, biết góc giữa  và đáy hình nón bằng .  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 4:** Cho hình nón đỉnh *S*, đường cao *SO*, *A* và *B* là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ *O* đến mặt phẳng  bằng  và , . Độ dài đường sinh của hình nón theo *a* bằng  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 5:** Cho hình nón đỉnh *S*, đáy là đường tròn tâm *O* bán kính bằng 2*a* và độ dài đường sinh bằng . Mặt phẳng  qua đỉnh *S* cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác có chu vi bằng . Khoảng cách *d* từ *O* đến mặt phẳng  là  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 6:** Cho hình nón tròn xoay nằm giữa hai mặt phẳng song song  và  như hình vẽ. Kẻ đường cao *SO* của hình nón và gọi *I* là trung điểm của *SO*. Lấy  và đi qua *I* cắt mặt nón tại *E* và *F* đồng thời tạo với *SO* một góc . Biết góc giữa đường cao và đường sinh của hình nón bằng . Độ dài đoạn *EF* là  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 7:** Cho hình chóp đều *S.ABC* có cạnh đáy bằng *a*, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng . Tính diện tích xung quanh  của hình nón đỉnh *S*, có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*.  **A.** .  **B.** .  **C.** . **D.** . |  |

### **Dạng 2: Tính thể tích khối nón, bài toán cực trị**

**1. Phương pháp**

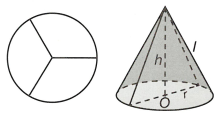
|  |  |
| --- | --- |
| Nhìn vào công thức tính thể tích khối nón    ta thấy cần xác định chiều cao và diện tích đáy (bán kính đáy) của khối nón. Đối với bài toán cực trị ta thường tính toán đưa đại lượng cần tìm cực trị phụ thuộc vào một biến sau đó dùng đánh giá (sử dụng bất đẳng thức, khảo sát hàm số…) để tìm ra kết quả. | **Ví dụ:** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng , diện tích xung quanh bằng . Thể tích *V* của khối nón đã cho là  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  ***Hướng dẫn giải***  **Chọn C**    Thể tích .  Ta có  .  Lại có      . |

**2. Bài tập**

|  |
| --- |
| **Bài tập 1:** Cho tam giác *ABC* có . Quay tam giác *ABC* xung quanh cạnh *BC* ta được khối tròn xoay có thể tích *V* bằng  **A.**   **B.**  **C.**   **D.**  **Bài tập 2:** Cho tứ diện đều *ABCD* có cạnh bằng *a*. Hình nón  có đỉnh *A* và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác *BCD*. Thể tích *V* của khối nón  là  **A.**   **B.**   **C.**   **D.**  **Bài tập 3:** Cho hình nón  có góc ở đỉnh bằng . Mặt phẳng qua trục của  cắt  theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Thể tích khối nón  là  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.**  .  **Bài tập 4:** Cho hình tứ diện *ABCD* có , *ABC* là tam giác vuông tại *B*. Biết . Quay các tam giác *ABC* và *ABD* (bao gồm cả điểm bên trong hai tam giác) xung quanh đường thẳng *AB* ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đó bằng:  **A.** .  **B.** . **C.** . **D.**  **Bài tập 5:** Cho hình chóp tam giác đều *S.ABC*. Hình nón có đỉnh *S* và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác *ABC* gọi là hình nón nội tiếp hình chóp *S.ABC*, hình nón có đỉnh *S* và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp *S.ABC*. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng  **A.** .  **B.** .  **C.** . **D.** .  **Bài tập 6:** Cho một đồng hồ cát gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại, trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc  như hình bên dưới. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30cm và tổng thể tích của đồng hồ là . Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần dưới là bao nhiêu?    **A.** . **B.** . **C.** . **D.** .  **Bài tập 7:** Trong tất cả các hình nón có độ dài đường sinh bằng . Hình nón có thể tích lớn nhất bằng  **A.** . **B.** . **C.** .  **D.** .  **Bài tập 8:** Trong các hình nón cùng có diện tích toàn phần bằng *S*. Hình nón có thể tích lớn nhất khi ( lần lượt là bán kính đáy và đường sinh của hình nón)  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.**  .  **Bài tập 9:** Cho hình nón đỉnh *S* có đáy là đường tròn tâm *O*. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân với cạnh đáy bằng *a* và có diện tích là . Gọi *A, B* là hai điểm bất kỳ trên đường tròn . Thể tích khối chóp *S.OAB* đạt giá trị lớn nhất bằng  **A.** . **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 10:** Cho hình nón  có đỉnh *S*, chiều cao *h*. Một hình nón  có đỉnh là tâm của đáy  và có đáy là một thiết diện song song với đáy của  như hình vẽ.    Khối nón  có thể tích lớn nhất khi chiều cao *x* bằng  **A.** .  **B.** .  **C.** . **D.** .  **Bài tập 11:** Xét các hình nón có đường sinh với độ dài đều bằng 10cm. Chiều cao của hình nón có thể tích lớn nhất là  **A.** cm. **B.** cm. **C.** cm. **D.** cm.  **Bài tập 12:** Giả sử đồ thị hàm số  có 3 điểm cực trị là *A, B, C* mà . Khi quay tam giác *ABC* quanh cạnh *AC* ta được một khối tròn xoay. Giá trị của *m* để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?  **A.** .  **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 13:** Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, có cm, cm. Gọi *M* điểm di động trên cạnh *BC* sao cho *MH* vuông góc với *AB* tại *H*. Cho tam giác *AHM* quay quanh cạnh *AH* tạo nên một hình nón, thể tích lớn nhất của hình nón được tạo thành là  **A.** .  **B.** .  **C.** . **D.** .  **Bài tập 14:** Cho hình lập phương  có thể tích bằng 1. Gọi  là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông *ABCD*, đồng thời các điểm  nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ. Thể tích khối nón  có giá trị nhỏ nhất bằng  **A.** . **B.** . **C.** .  **D.** .  **Bài tập 15:** Một hình nón đỉnh *S* bán kính đáy , góc ở đỉnh là . Mặt phẳng qua đỉnh hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác. Diện tích lớn nhất của tam giác đó bằng  **A.** . **B.** .  **C.** .  **D.** .  **Bài tập 16:** Cho mặt cầu  bán kính *R*. Hình nón  thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu . Thể tích lớn nhất của khối nón  là  **A.** .  **B.**  .  **C.** .  **D.** . |

### **Dạng 3 Bài toán thực tế về hình nón, khối nón**

**Bài tập 1:** Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính 60 cm thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích *V* của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



**A.** lít. **B.** lít. **C.** lít. **D.** lít

|  |  |
| --- | --- |
| **Bài tập 2:** Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm. Tính chiều cao *h* của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng – lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng *h* với sai số không quá 0,01dm).    **A.** dm. **B.** dm. **C.** dm. **D.** dm.  **Bài tập 3:** Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh *S* phía dưới (hình vẽ), đường sinh  mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh *S*. Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm *M* thuộc *SA* thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm *N* thuộc *SA* thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn *MN*.  **A.** m.  **B.** m.  **C.** m.  **D.** m. |  |