

# 1. MỞ ĐẦU

Trong chương trình Toán ở trường THPT nội dung “phương trình vô tỉ” chiếm một vị trí vô cùng quan trọng. Kiến thức về căn thức Học sinh mới được làm quen ở lớp 9 nhưng cũng chưa nhiều và thật sự sâu sắc. Kiến thức về căn thức đối với học sinh còn rất trừu tượng và khó hiểu thì bước vào lớp 10 học sinh lại phải tiếp cận ngay với kiến thức về Phương trình vô tỉ. Trong chương trình Toán lớp 10 học sinh được cung cấp kiến thức để giải các loại phương trình vô tỉ cơ bản và đơn giản. Trong toàn bộ chương trình Toán còn lại ở bậc THPT Học sinh không được cung cấp thêm kiến thức để giải phương trình vô tỉ nữa, trong khi đó việc giải phương trình vô tỉ Học sinh thường xuyên gặp trong các nội dung khác nhau trong chương trình Toán. Mặt khác giải phương trình vô tỉ là một nội dung lớn thường xuyên có trong các đề thi THPT quốc gia. Do đó việc rèn luyện cho học sinh những kỹ năng giải phương trình vô tỉ là việc làm rất cấp thiết. Người giáo viên không chỉ cung cấp kiến thức cơ bản trong Sách giáo khoa mà quan trọng hơn cũng phải biết tìm tòi, vận dụng kiến thức đã có nghĩ ra những cách giải hiệu quả Phương trình vô tỉ để cung cấp cho Học sinh giúp học sinh không chỉ nắm vững kiến thức mà còn giải quyết tốt những phương trình vô tỉ khi gặp. Để giúp học sinh giải tốt hơn phương trình vô tỉ bản thân tôi đưa ra đề tài **“Hướng dẫn Học sinh lớp 10 sử dụng nhân liên hợp để giải phương trình vô tỉ”**.

Sáng kiến kinh nghiệm này hướng tới giải quyết một số vấn đề sau đối với học sinh:

- Bổ sung, hoàn thiện cách giải phương trình vô tỉ bằng việc phát hiện và sử dụng biểu thức liên hợp
- Phân loại các dạng bài tập thường gặp để sử dụng phương pháp
- Rèn luyện kỹ năng phát hiện nghiệm của phương trình và liên hệ giữa nghiệm phát hiện với cách giải
- Rèn luyện kỹ năng vận dụng phương pháp giải trên thông qua hệ thống bài tập có hướng dẫn ở lớp và bài tập tự rèn luyện ở nhà.

Sáng kiến kinh nghiệm này cũng nhằm trao đổi kinh nghiệm với các đồng nghiệp và là một tài liệu tham khảo đối với học sinh để góp phần nâng cao hiệu quả dạy và học toán ở trường THPT Như Xuân nói riêng và các trường THPT nói chung.

Để thực hiện Sáng kiến kinh nghiệm này tôi đã sử dụng hai lớp 10 ở trường THPT Như Xuân. Đây là hai lớp tương đương nhau về học lực môn toán và tất cả học sinh đều có học lực khá, giỏi về môn toán là lớp 10C3 lớp 10C4. Lớp 10C3 sẽ thực hiện dạy thực nghiệm, lớp 10C4 là lớp đối chứng sau đó kiểm tra, đánh giá so sánh kết quả. Thời gian thực hiện sáng kiến kinh nghiệm từ tháng 12/2015 đến tháng 03/2016.

Sau đây là nội dung cụ thể của Sáng kiến kinh nghiệm này.

## 2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

### 2.1. CƠ SỞ LÝ LUẬN CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

**Phương trình ẩn x** là mệnh đề chứa biến có dạng  $f(x) = g(x)$  (1) trong đó  $f(x)$  và  $g(x)$  là những biểu thức của x. Ta gọi  $f(x)$  là vế trái,  $g(x)$  là vế phải của phương trình (1)

Nếu có số thực  $x_0$  sao cho  $f(x_0) = g(x_0)$  là mệnh đề đúng thì  $x_0$  được gọi là một  **nghiệm của phương trình (1)**

**Giải phương trình (1)** là tìm tất cả các nghiệm của nó (nghĩa là tìm tập nghiệm)

Nếu phương trình không có nghiệm nào cả thì ta nói phương trình **vô nghiệm** (hoặc nói tập nghiệm của nó là rỗng)

Kiến thức về hằng đẳng thức học sinh biết từ rất sớm, ngay từ những năm học cấp 2 Học sinh đã được cung cấp 7 hằng đẳng thức đáng nhớ:

- 1)  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 2)  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3)  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
- 4)  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- 5)  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 6)  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 7)  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Những hằng đẳng thức học sinh đã được học chỉ cần khéo léo biến đổi và vận dụng ta có:

- 1)  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \quad (a, b \geq 0, a^2 + b^2 \neq 0)$
- 2)  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} \quad (a, b \geq 0, a \neq b)$
- 3)  $\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} = \frac{a - b}{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$
- 4)  $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = \frac{a + b}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} \quad (a^2 + b^2 \neq 0)$

Những phép biến đổi phương trình vô tỉ cơ bản mà Học sinh đã được học ở chương trình Đại Số 10.

- 1)  $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$
- 2)  $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$

Phương pháp giải phương trình ở dạng tích các biểu thức:

$$f(x).g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{cases}$$

Ngày nay với việc sử dụng các loại máy tính cầm tay như Casio fx-570VN PLUS, Casio fx-570ES, Casio fx-570ES PLUS, Casio fx-570MS... nhiều bài toán học sinh dễ dàng phát hiện nghiệm trước khi giải được phương trình.

Kiến thức về đồng nhất hai biểu thức:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

$$g(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0$$

$$f(x) \equiv g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a_n = b_n \\ a_{n-1} = b_{n-1} \\ \dots \\ a_1 = b_1 \\ a_0 = b_0 \end{cases}$$

## 2.2. THỰC TRẠNG VẤN ĐỀ TRƯỚC KHI ÁP DỤNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Qua quá trình dạy học sinh giải phương trình tôi phát hiện ra học sinh thường vướng mắc một số vấn đề sau:

- Nhận dạng bài toán sử dụng được phương pháp chưa nhanh nhạy.
- Rất nhiều phương trình học sinh phát hiện ra nghiệm nhưng không liên hệ được cách giải.
- Chưa có thói quen tự nghiên cứu, kiểm tra lời giải.
- Chưa biết hệ thống và phân loại các dạng bài tập để rèn luyện kỹ năng.
- Chưa biết sử dụng, khai thác máy tính cầm tay trong việc giải phương trình vô tỉ.

Từ thực trạng trên khi ôn thi cho học sinh lớp 10C3, tôi đã khắc phục bằng cách:

- Trang bị cho học sinh cơ sở lý thuyết đầy đủ và cụ thể
- Rèn luyện kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay để giải nghiệm phương trình
- Trang bị cho học sinh nội dung phương pháp thông qua các dạng phương trình sau đó giúp học sinh nắm vững phương pháp thông qua hệ thống ví dụ được chọn lọc cẩn thận, điển hình.
- Giúp học sinh rèn luyện kỹ năng thông qua hệ thống bài tập về nhà và sau đó có kiểm tra, hướng dẫn, sửa chữa.

Sau đây là các giải pháp tiến hành cụ thể.

## 2.3. CÁC GIẢI PHÁP SỬ DỤNG ĐỂ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

### 2.3.1. NỘI DUNG HƯỚNG DẪN HỌC SINH

Để có thể hướng dẫn học sinh sử dụng được nhân liên hợp vào giải phương trình vô tỉ bản thân tôi tiến hành phân loại các dạng bài tập có thể dùng nhân liên hợp, chỉ ra những đặc trưng của từng loại và hướng dẫn cụ thể cách dùng nhân liên hợp để giải tương ứng với từng loại, đồng thời ra bài tập về nhà cho Học sinh củng cố.

**Loại 1:** *Nhân liên hợp từ chính liên hệ giữa các biểu thức trong phương trình.*

**Ví dụ 1:** Giải phương trình:  $\sqrt{10x+1} + \sqrt{3x-5} = \sqrt{9x+4} + \sqrt{2x-2}$

Ta có  $(10x+1) - (9x+4) = x-3$ ,  $(3x-5) - (2x-2) = x-3$  từ đặc điểm chung đó đưa ra hướng giải:

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 10x+1 \geq 0 \\ 3x-5 \geq 0 \\ 9x+4 \geq 0 \\ 2x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{10x+1} + \sqrt{3x-5} &= \sqrt{9x+4} + \sqrt{2x-2} \\ \Leftrightarrow \sqrt{10x+1} - \sqrt{9x+4} + \sqrt{3x-5} - \sqrt{2x-2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{10x+1} - \sqrt{9x+4})(\sqrt{10x+1} + \sqrt{9x+4})}{\sqrt{10x+1} + \sqrt{9x+4}} + \frac{(\sqrt{3x-5} - \sqrt{2x-2})(\sqrt{3x-5} + \sqrt{2x-2})}{\sqrt{3x-5} + \sqrt{2x-2}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x-3}{\sqrt{10x+1} + \sqrt{9x+4}} + \frac{x-3}{\sqrt{3x-5} + \sqrt{2x-2}} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-3) \left( \frac{1}{\sqrt{10x+1} + \sqrt{9x+4}} + \frac{1}{\sqrt{3x-5} + \sqrt{2x-2}} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x-3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x=3 \text{ (t.m)} \end{aligned}$$

**KL:**  $x=3$

**Ví dụ 2:** Giải phương trình:  $\sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 4} = \sqrt{3x^2 - 5x - 1} + \sqrt{x^2 - 2}$

Ta có:  $(3x^2 - 7x + 3) - (3x^2 - 5x - 1) = -2x + 4 = -2(x - 2)$

$$(x^2 - 3x + 4) - (x^2 - 2) = -3x + 6 = -3(x - 2)$$

$$\begin{aligned} \text{ĐK: } &\begin{cases} 3x^2 - 7x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 4 \geq 0 \\ 3x^2 - 5x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2 \\ \sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 4} &= \sqrt{3x^2 - 5x - 1} + \sqrt{x^2 - 2} \\ \Leftrightarrow \sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{3x^2 - 5x - 1} + \sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{-2x+4}{\sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{3x^2 - 5x - 1}} + \frac{-3x+6}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 2}} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2) \left( \frac{-2}{\sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{3x^2 - 5x - 1}} + \frac{-3}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 2}} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x=2 \text{ (t.m)} \end{aligned}$$

**KL:**  $x=2$

**Ví dụ 3:** Giải phương trình:  $\frac{2x^2}{(3 - \sqrt{9+2x})^2} = x + 21$

Ta có:  $3^2 - (\sqrt{9+2x})^2 = -2x$  suy ra  $\left( 3^2 - (\sqrt{9+2x})^2 \right)^2 = 4x^2$  bây giờ ta thấy

được sự giống nhau giữa mẫu và tử của vế trái phương trình.

**ĐK:**  $\begin{cases} 9+2x \geq 0 \\ 3 - \sqrt{9+2x} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{9}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \frac{2x^2}{(3 - \sqrt{9+2x})^2} &= x + 21 \\ \Leftrightarrow \frac{2x^2(3 + \sqrt{9+2x})^2}{4x^2} &= x + 21 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (3 + \sqrt{9 + 2x})^2 = 2x + 42$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9 + 2x} = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \text{ (t.m)}$$

$$\text{KL: } x = \frac{7}{2}$$

**Ví dụ 4:** Giải phương trình:  $4(x+1)^2 = (2x+10)(1 - \sqrt{3+2x})^2$

Ta có:  $1^2 - (\sqrt{3+2x})^2 = -2(x+1)$  suy ra  $(1^2 - (\sqrt{3+2x})^2)^2 = 4(x+1)^2$

$$\text{ĐK: } 3+2x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$$

$$4(x+1)^2 = (2x+10)(1 - \sqrt{3+2x})^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot (1 + \sqrt{3+2x})^2 = (2x+10) \cdot (1 - \sqrt{3+2x})^2 \cdot (1 + \sqrt{3+2x})^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot (1 + \sqrt{3+2x})^2 = (2x+10) \cdot 4(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot (4 + 2x + 2\sqrt{3+2x}) = (2x+10) \cdot 4(x+1)^2$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot (2\sqrt{3+2x} - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+1)^2 = 0 \\ 2\sqrt{3+2x} - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (t.m)} \\ x = 3 \text{ (t.m)} \end{cases}$$

**KL:** Phương trình có hai nghiệm  $x = -1, x = 3$

\* **Nhận xét:** Trong giải phương trình thì phương pháp biến đổi phương trình về dạng tích số là phương pháp cơ bản và có hiệu quả rất cao. Cùng với việc sử dụng nhân liên hợp chúng ta sẽ chuyển nhiều bài toán phương trình vô tỉ về dạng tích, thông qua đó thay vì giải phương trình phức tạp ta giải nhiều phương trình đơn giản hơn.

**Loại 2: Phương trình chỉ có một nghiệm đơn.**

**Ví dụ 5:** Giải phương trình:  $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$

Kiểm tra những giá trị  $x$  ( $-\frac{1}{3} \leq x \leq 6$ ) ta thấy  $x=5$  là một nghiệm của phương trình do đó ta tìm cách đưa phương trình về dạng  $(x-5)f(x)$ , nhưng định lý BôZu chỉ đúng khi  $f(x)$  là đa thức. Do đó để làm xuất hiện  $(x-5)$  ở vế trái của phương trình ta dùng cách thêm bớt một hằng số rồi nhân liên hợp.

Ta có:  $\sqrt{3 \cdot 5 + 1} = 4, \sqrt{6 - 5} = 1$ , vậy  $-4$  là giá trị thêm vào  $\sqrt{3x+1}$  còn  $-1$  là giá trị thêm vào  $\sqrt{6-x}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 6$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (\sqrt{3x+1} - 4) + (1 - \sqrt{6-x}) + 3x^2 - 14x - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{x-5}{1+\sqrt{6-x}} + (x-5)(3x+1) = 0 \\ \Leftrightarrow & (x-5) \left( \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1 \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{TH1: } & x-5=0 \\ \Leftrightarrow & x=5 \text{ (t.m)} \end{aligned}$$

$$\text{TH2: } \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Với điều kiện } -\frac{1}{3} \leq x \leq 6 \text{ ta có: } & \frac{3}{\sqrt{19}+4} \leq \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} \leq \frac{3}{4} \\ & \frac{1}{1+\sqrt{\frac{19}{3}}} \leq \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} \leq 1 \\ & 0 \leq 3x+1 \leq 19 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1 > 0$$

$$\text{Phương trình } \frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{1+\sqrt{6-x}} + 3x+1 = 0 \text{ vô nghiệm}$$

$$\text{KL: } x = 5$$

$$\text{Ví dụ 6: Giải phương trình: } \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} + \sqrt{2x-5} = 2x^2 - 5x$$

Ta có  $x=3$  là nghiệm của phương trình.

$\sqrt{3-2}=1$ ,  $\sqrt{4-3}=1$ ,  $\sqrt{2 \cdot 3-5}=1$  vậy  $-1$  là giá trị thêm vào  $\sqrt{x-2}$ ,  $-1$  là giá trị thêm vào  $\sqrt{4-x}$ ,  $-1$  là giá trị thêm vào  $\sqrt{2x-5}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} \leq x \leq 4$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} + \sqrt{2x-5} = 2x^2 - 5x \\ \Leftrightarrow & \sqrt{x-2} - 1 + \sqrt{4-x} - 1 + \sqrt{2x-5} - 1 = 2x^2 - 5x - 3 \\ \Leftrightarrow & \frac{x-3}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{3-x}{\sqrt{4-x}+1} + \frac{2x-6}{\sqrt{2x-5}+1} = (x-3)(2x+1) \\ \Leftrightarrow & (x-3) \left( \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{-1}{\sqrt{4-x}+1} + \frac{2}{\sqrt{2x-5}+1} - (2x+1) \right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{TH1: } & x-3=0 \\ \Leftrightarrow & x=3 \text{ (t.m)} \end{aligned}$$

**TH2:**  $\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{-1}{\sqrt{4-x}+1} + \frac{2}{\sqrt{2x-5}+1} - (2x+1) = 0$

Với điều kiện  $\frac{5}{2} \leq x \leq 4$  ta có:  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} \leq \frac{1}{\sqrt{x-2}+1} \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}+1}$

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{3}{2}}+1} \leq \frac{1}{\sqrt{4-x}+1} \leq 1$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} \leq \frac{2}{\sqrt{2x-5}+1} \leq 2$$

$$6 \leq 2x+1 \leq 9$$

Suy ra  $\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{-1}{\sqrt{4-x}+1} + \frac{2}{\sqrt{2x-5}+1} - (2x+1) < 0$

Phương trình  $\frac{1}{\sqrt{x-2}+1} + \frac{-1}{\sqrt{4-x}+1} + \frac{2}{\sqrt{2x-5}+1} - (2x+1) = 0$  vô nghiệm

**KL:**  $x = 3$

**Ví dụ 7:** Giải phương trình:  $\sqrt[3]{x+6} + x^2 = 7 - \sqrt{x-1}$

Ta có  $x = 2$  là nghiệm của phương trình.

$\sqrt[3]{2+6} = 2$ ,  $\sqrt{2-1} = 1$  vậy  $-2$  là giá trị thêm vào  $\sqrt[3]{x+6}$ ,  $-1$  là giá trị thêm vào  $\sqrt{x-1}$

**ĐK:**  $x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

$$\sqrt[3]{x+6} + x^2 = 7 - \sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{x+6} - 2 + x^2 - 4 = 1 - \sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt[3]{x+6} - 2)((\sqrt[3]{x+6})^2 + 2\sqrt[3]{x+6} + 2^2)}{(\sqrt[3]{x+6})^2 + 2\sqrt[3]{x+6} + 2^2} + (x^2 - 4) = \frac{(1 - \sqrt{x-1})(1 + \sqrt{x-1})}{1 + \sqrt{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 2}{(\sqrt[3]{x+6})^2 + 2\sqrt[3]{x+6} + 2^2} + (x - 2)(x + 2) = \frac{2 - x}{1 + \sqrt{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow (x - 2) \left( \frac{1}{(\sqrt[3]{x+6})^2 + 2\sqrt[3]{x+6} + 2^2} + (x + 2) + \frac{1}{1 + \sqrt{x-1}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \text{ (t.m.)}$$

**KL:**  $x = 2$

**\* Nhận xét:** Sau khi liên hợp tách riêng được nghiệm phương trình thì với điều kiện để phương trình có nghĩa chúng ta cần đánh giá được biểu thức còn lại

luôn luôn âm hoặc luôn luôn dương qua đó phương trình còn lại vô nghiệm và nghiệm tách ra là duy nhất.

### Loại 3: Phương trình có hai nghiệm đơn.

**Ví dụ 8:** Giải phương trình:  $\sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 3x^2 - x + 3$

Ta phát hiện phương trình có hai nghiệm  $x = 0$  và  $x = 1$ , với cách thêm bớt hằng số ta không làm xuất hiện đồng thời hai nghiệm được. Hai nghiệm thường gắn liền với một phương trình bậc hai do đó ta thêm bớt một biểu thức bậc nhất để khi nhân liên hợp làm xuất hiện phương trình bậc hai chứa hai nghiệm. Cách phát hiện biểu thức thêm bớt.

$$\sqrt{3x+1} = ax + b \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{3.0+1} = a.0 + b \\ \sqrt{3.1+1} = a.1 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{5x+4} = mx + n \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{5.0+4} = m.0 + n \\ \sqrt{5.1+4} = m.1 + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

Vậy  $-(x+1)$  là biểu thức thêm vào  $\sqrt{3x+1}$ , còn  $-(x+2)$  là biểu thức thêm vào  $\sqrt{5x+4}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 5x+4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4} = 3x^2 - x + 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} - (x+1) + \sqrt{5x+4} - (x+2) = 3x^2 - 3x$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{3x+1} - (x+1))(\sqrt{3x+1} + (x+1))}{\sqrt{3x+1} + (x+1)} + \frac{(\sqrt{5x+4} - (x+2))(\sqrt{5x+4} - (x+2))}{\sqrt{5x+4} + (x+2)} = 3x^2 - 3x$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + x}{\sqrt{3x+1} + (x+1)} + \frac{-x^2 + x}{\sqrt{5x+4} + (x+2)} - (3x^2 - 3x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-x^2 + x) \left( \frac{1}{\sqrt{3x+1} + (x+1)} + \frac{1}{\sqrt{5x+4} + (x+2)} + 3 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases} \text{ (t.m)}$$

**KL:** Phương trình có hai nghiệm  $x=0$ ,  $x=1$

**Ví dụ 9:** Giải phương trình:  $2x^2 - 9x + 3 + \sqrt{3x^2 + 7x - 1} + \sqrt{3x - 2} = 0$

Phương trình có nghiệm  $x = 1$  và  $x = 2$

$$\sqrt{3x^2 + 7x - 1} = ax + b \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{3.1^2 + 7.1 - 1} = a.1 + b \\ \sqrt{3.2^2 + 7.2 - 1} = a.2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x-2} = mx+n \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{3.1-2} = m.1+n \\ \sqrt{3.2-2} = m.2+n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=0 \end{cases}$$

Vậy  $-(2x+1)$  là biểu thức thêm vào  $\sqrt{3x^2+7x-1}$ , còn  $-(x)$  là biểu thức thêm vào  $\sqrt{3x-2}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 3x^2+7x-1 \geq 0 \\ 3x-2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

$$2x^2 - 9x + 3 + \sqrt{3x^2+7x-1} + \sqrt{3x-2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 + \sqrt{3x^2+7x-1} - (2x+1) + \sqrt{3x-2} - x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 + \frac{-x^2+3x-2}{\sqrt{3x^2+7x-1}+(2x+1)} + \frac{-x^2+3x-2}{\sqrt{3x-2}+x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2) \left( 2 + \frac{-1}{\sqrt{3x^2+7x-1}+(2x+1)} + \frac{-1}{\sqrt{3x-2}+x} \right) = 0$$

$$\text{TH1: } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \text{ (t.m)}$$

$$\text{TH2: } 2 + \frac{-1}{\sqrt{3x^2+7x-1}+(2x+1)} + \frac{-1}{\sqrt{3x-2}+x} = 0$$

$$\text{Với điều kiện } x \geq \frac{2}{3} \text{ ta có } \frac{-1}{\sqrt{3x-2}+x} \geq \frac{-3}{2}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{3x^2+7x-1}+(2x+1)} \geq \frac{-1}{\sqrt{5}+\frac{7}{3}}$$

$$\text{Suy ra } 2 + \frac{-1}{\sqrt{3x^2+7x-1}+(2x+1)} + \frac{-1}{\sqrt{3x-2}+x} > 0$$

$$\text{Vậy phương trình } 2 + \frac{-1}{\sqrt{3x^2+7x-1}+(2x+1)} + \frac{-1}{\sqrt{3x-2}+x} = 0 \text{ vô nghiệm}$$

**KL:** Phương trình có hai nghiệm  $x=1, x=2$

**Ví dụ 10:** Giải phương trình:  $(7-x)\sqrt{x+1} + 2\sqrt{2x+3} = 3x+5$

Phương trình có nghiệm  $x=-1$  và  $x=3$

$$\sqrt{x+1} = ax+b \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{-1+1} = a.(-1)+b \\ \sqrt{3+1} = a.3+b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$2\sqrt{2x+3} = mx + n \text{ ta có hệ } \begin{cases} 2\sqrt{2 \cdot (-1) + 3} = m \cdot (-1) + n \\ 2\sqrt{2 \cdot 3 + 3} = m \cdot 3 + n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases}$$

Vậy  $-\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)$  là biểu thức thêm vào  $\sqrt{x+1}$ , còn  $-(x+3)$  là biểu thức thêm vào  $2\sqrt{2x+3}$

Với phương trình này học sinh cần chú ý nghiệm  $x=-1$  nằm ở vị trí biên của của điều kiện hơn nữa  $-\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)$  và  $\sqrt{x+1}$  đều bằng 0 khi  $x=-1$  do đó ta không liên hợp ngay được mà cần xử lý trường hợp này trước.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 2x+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -1$$

**TH1:** Xét  $x=-1$

Ta có  $x=-1$  là một nghiệm của phương trình

**TH2:** Xét  $x > -1$

$$(7-x)\sqrt{x+1} + 2\sqrt{2x+3} = 3x+5$$

$$\Leftrightarrow (7-x)\sqrt{x+1} - (7-x)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) + 2\sqrt{2x+3} - (x+3) = 3x+5 - (7-x)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) - (x+3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(7-x)\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right)}{\sqrt{x+1} + \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)} + \frac{-x^2 + 2x + 3}{2\sqrt{2x+3} + (x+3)} = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow (-x^2 + 2x + 3) \left( \frac{\frac{1}{4}(7-x)}{\sqrt{x+1} + \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)} + \frac{1}{2\sqrt{2x+3} + (x+3)} + \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (-x^2 + 2x + 3) \left( \frac{x+4}{2\sqrt{x+1} + x+1} + \frac{1}{2\sqrt{2x+3} + (x+3)} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (k.t.m)} \\ x = 3 \text{ (t.m)} \end{cases}$$

**KL:** Phương trình có hai nghiệm  $x = 3, x = -1$

\* **Nhận xét:** Sau khi liên hợp tách riêng được hai nghiệm phương trình thì với điều kiện để phương trình có nghĩa chúng ta dễ dàng nhận thấy biểu thức còn lại luôn luôn âm hoặc luôn luôn dương qua đó phương trình còn lại vô nghiệm.

**Loại 4: Phương trình có nghiệm kép.****Ví dụ 11:** Giải phương trình  $2x+1=2\sqrt{x}+\sqrt{2x-1}$ Ta phát hiện phương trình có nghiệm  $x=1$ 

$$2x+1=2\sqrt{x}+\sqrt{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}-2+\sqrt{2x-1}-1=2x-2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-2}{\sqrt{x}+1}+\frac{2x-2}{\sqrt{2x-1}+1}=2x-2$$

$$\Leftrightarrow (2x-2)\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{2x-1}+1}-1\right)=0$$

Ta nhận thấy phương trình  $\frac{1}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{\sqrt{2x-1}+1}-1=0$  có nghiệm  $x=1$ 

Vậy phương trình  $2x+1=2\sqrt{x}+\sqrt{2x-1}$  có nghiệm kép  $x=1$ , ta thực hiện thêm bớt căn thức với một biểu thức bậc nhất nhằm xuất hiện nghiệm kép  $x=1$ , cách phát hiện biểu thức bậc nhất thêm bớt.

$$\sqrt{x}=ax+b \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{1}=a+b \\ (ax+b)^2-x \equiv a^2(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\sqrt{2x-1}=mx+n \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{2 \cdot 1-1}=m \cdot 1+n \\ (mx+n)^2-(2x-1) \equiv m^2(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=0 \end{cases}$$

Vậy  $(x+1)$  là biểu thức thêm vào  $-2\sqrt{x}$ ,  $x$  là biểu thức thêm vào  $-\sqrt{2x-1}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

$$2x+1=2\sqrt{x}+\sqrt{2x-1}$$

$$\Leftrightarrow x+1-2\sqrt{x}+x-\sqrt{2x-1}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x+1-4x}{x+1+2\sqrt{x}}+\frac{x^2-(2x-1)}{x+\sqrt{2x-1}}=0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-2x+1)\left(\frac{1}{x+1+2\sqrt{x}}+\frac{1}{x+\sqrt{2x-1}}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$$

$$\Leftrightarrow x=1 \text{ (t.m)}$$

$$\text{KL: } x=1$$

**Ví dụ 12:** Giải phương trình  $6x^2-4x+14=4x\sqrt{5x-1}+4\sqrt{9-5x}$ Ta có phương trình có nghiệm kép  $x=1$

$$\sqrt{5x-1}=ax+b \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{5.1-1}=a+b \\ (ax+b)^2-(5x-1)\equiv a^2(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{5}{4} \\ b=\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\sqrt{9-5x}=mx+n \text{ ta có hệ } \begin{cases} \sqrt{9-5.1}=m.1+n \\ (mx+n)^2-(9-5x)\equiv m^2(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-\frac{5}{4} \\ n=\frac{13}{4} \end{cases}$$

Vậy  $x(5x+3)$  là biểu thức thêm vào  $-4x\sqrt{5x-1}$ ,  $(-5x+13)$  là biểu thức thêm vào  $-4\sqrt{9-5x}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 5x-1 \geq 0 \\ 9-5x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{5} \leq x \leq \frac{9}{5}$$

$$\begin{aligned} 6x^2-4x+14 &= 4x\sqrt{5x-1}+4\sqrt{9-5x} \\ \Leftrightarrow 6x^2-4x+14-4x\sqrt{5x-1}-4\sqrt{9-5x} &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2-2x+1+x(5x+3)-4x\sqrt{5x-1}+(-5x+13)-4\sqrt{9-5x} &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2-2x+1+x \frac{(5x+3)^2-16(5x-1)}{(5x+3)+4\sqrt{5x-1}} + \frac{(-5x+13)^2-16(9-5x)}{(-5x+13)+4\sqrt{9-5x}} &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2-2x+1+x \frac{25(x^2-2x+1)}{(5x+3)+4\sqrt{5x-1}} + \frac{25(x^2-2x+1)}{(-5x+13)+4\sqrt{9-5x}} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x^2-2x+1) \left( 1 + \frac{25x}{(5x+3)+4\sqrt{5x-1}} + \frac{25}{(-5x+13)+4\sqrt{9-5x}} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2-2x+1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x=1 \text{ (t.m)} \\ \text{KL: } x &= 1 \end{aligned}$$

**\* Nhận xét:** Sau khi liên hợp tách riêng được nghiệm kép của phương trình thì với điều kiện để phương trình có nghĩa chúng ta dễ dàng nhận thấy biểu thức còn lại luôn luôn âm hoặc luôn luôn dương qua đó phương trình còn lại vô nghiệm.

#### **Loại 5: Phương trình có nghiệm chứa căn.**

**Ví dụ 13:** Giải phương trình  $x^2+x-1=(x+2)\sqrt{x^2-2x+2}$

Bằng cách dùng máy tính cầm tay ta giải được hai nghiệm gần đúng của phương trình là  $x_1 \approx -1,828427125$ ,  $x_2 \approx 3,828427125$

$x_1+x_2 \approx 2$ ,  $x_1.x_2 \approx -7$  suy ra  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phương trình  $x^2-2x-7=0$

Ta thực hiện thêm bớt căn thức với một biểu thức bậc nhất để tách riêng phương trình  $x^2-2x-7=0$  ra giải nghiệm, cách phát hiện biểu thức thêm bớt.

$$\sqrt{x^2 - 2x + 2} = ax + b \text{ ta có hệ } \begin{cases} ax + b \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \\ (ax + b)^2 - (x^2 - 2x + 2) \equiv (a^2 - 1)(x^2 - 2x - 7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy  $3(x+2)$  là biểu thức thêm vào  $-(x+2)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$

$$\text{ĐK: } x^2 - 2x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$

$$x^2 + x - 1 = (x+2)\sqrt{x^2 - 2x + 2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 1 - (x+2)\sqrt{x^2 - 2x + 2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 7 + 3(x+2) - (x+2)\sqrt{x^2 - 2x + 2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 7 + (x+2)(3 - \sqrt{x^2 - 2x + 2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 7 + (x+2) \left( \frac{-x^2 + 2x + 7}{3 + \sqrt{x^2 - 2x + 2}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x - 7) \left( 1 - \frac{x+2}{3 + \sqrt{x^2 - 2x + 2}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x - 7) \left( \frac{\sqrt{(x-1)^2 + 1} - (x-1)}{3 + \sqrt{x^2 - 2x + 2}} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2\sqrt{2} \\ x = 1 - 2\sqrt{2} \end{cases} \text{ (t.m)}$$

**KL:** Phương trình có hai nghiệm  $x = 1 - 2\sqrt{2}$ ,  $x = 1 + 2\sqrt{2}$

**Ví dụ 14:** Giải phương trình  $x^2 + 4x + 3 = (x+1)\sqrt{8x+5} + \sqrt{6x+2}$

Bằng cách dùng máy tính cầm tay ta giải được hai nghiệm gần đúng của phương trình là  $x_1 \approx -0,236067977$ ,  $x_2 \approx 4,236067977$

$x_1 + x_2 \approx 4$ ,  $x_1 \cdot x_2 \approx -1$  suy ra  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phương trình  $x^2 - 4x - 1 = 0$

$$\sqrt{8x+5} = ax + b \text{ ta có hệ } \begin{cases} ax + b \geq 0 \quad \forall x \in \left[ -\frac{1}{3}; +\infty \right) \\ (ax + b)^2 - (8x + 5) \equiv a^2(x^2 - 4x - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{6x+2} = mx + n \text{ ta có hệ } \begin{cases} mx + n \geq 0 \quad \forall x \in \left[ -\frac{1}{3}; +\infty \right) \\ (mx + n)^2 - (6x + 2) \equiv m^2(x^2 - 4x - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy  $(x+1)(x+2)$  là biểu thức thêm vào  $-(x+1)\sqrt{8x+5}$ ,  $(x+1)$  là biểu thức thêm vào  $-\sqrt{6x+2}$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 8x+5 \geq 0 \\ 6x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$x^2 + 4x + 3 = (x+1)\sqrt{8x+5} + \sqrt{6x+2}$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 - (x+1)\sqrt{8x+5} - \sqrt{6x+2} = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 - (x+1)\sqrt{8x+5} + x+1 - \sqrt{6x+2} = 0 \\
&\Leftrightarrow (x+1)(x+2 - \sqrt{8x+5}) + (x+1 - \sqrt{6x+2}) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x+1)\left(\frac{x^2 - 4x - 1}{x+2 + \sqrt{8x+5}}\right) + \left(\frac{x^2 - 4x - 1}{x+1 + \sqrt{6x+2}}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow (x^2 - 4x - 1)\left(\frac{x+1}{x+2 + \sqrt{8x+5}} + \frac{1}{x+1 + \sqrt{6x+2}}\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases} \text{ (t.m)}
\end{aligned}$$

**KL:** Phương trình có hai nghiệm  $x = 2 + \sqrt{5}$ ,  $x = 2 - \sqrt{5}$

**\* Nhận xét:** Sau khi liên hợp tách riêng được phương trình bậc hai có hai nghiệm của phương trình thì với điều kiện đề phương trình có nghĩa chúng ta dễ dàng nhận thấy biểu thức còn lại luôn luôn âm hoặc luôn luôn dương qua đó phương trình còn lại vô nghiệm.

### 2.3.2. BÀI TẬP Củng Cố

**Bài 1:** Giải phương trình: a)  $\frac{9x^2}{(\sqrt{1+3x} - 1)^2} = 2x + 1$

b)  $x - 4 = \frac{x^2}{(1 + \sqrt{1+x})^2}$

**Bài 2:** Giải phương trình:

$$\begin{aligned}
\text{a)} & \sqrt{2x^2 - 1} + \sqrt{x^2 - 3x - 2} = \sqrt{2x^2 + 2x + 3} + \sqrt{x^2 - x + 2} \\
\text{b)} & \sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{x^2 - 4x + 3} = 2\sqrt{x^2 - 5x + 4} \\
\text{c)} & 2(2 + \sqrt{x - 2}) = 2x + \sqrt{x + 6} \\
\text{d)} & 9(\sqrt{4x + 1} - \sqrt{3x - 2}) = x + 3
\end{aligned}$$

**Bài 3:** Giải phương trình: a)  $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$

b)  $\frac{\sqrt[3]{7-x} - \sqrt[3]{x-5}}{\sqrt[3]{7-x} + \sqrt[3]{x-5}} = 6 - x$

**Bài 4:** Giải phương trình: a)  $\sqrt[3]{x-3} - \sqrt{4-x} - x^2 + x + 35 = 0$

b)  $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = 2x^2 - 5x - 1$

c)  $\sqrt{x+3} - \sqrt{2-x} + x^2 + 3x - 5 = 0$

**Bài 5:** Giải phương trình: a)  $x^2 - 3x - 2 = (x-1)\sqrt{2x+1}$

b)  $\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x} + \sqrt{4-x^2} = 2x^2 + 2x - 2$

**Bài 6:** Giải phương trình: a)  $\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$

b)  $2x^2 - 9x + 3 + \sqrt{3x^2 + 7x - 1} + \sqrt{3x - 2} = 0$

c)  $2x^2 - 2x + 3 = \sqrt{4x+1} + \sqrt{6x+4}$

## 2.4. HIỆU QUẢ CỦA SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM ĐỐI VỚI HOẠT ĐỘNG GIÁO DỤC, VỚI BẢN THÂN, ĐỒNG NGHIỆP VÀ NHÀ TRƯỜNG

Để đánh giá hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm bản thân tôi tiến hành thực nghiệm trên các lớp dạy học cụ thể. Quá trình thực nghiệm được tiến hành tại lớp 10C3 và lớp đối chứng 10C4 hai lớp có trình độ tương đương nhau ở trường THPT Như Xuân.

Đối với lớp đối chứng, giáo viên dạy như những giờ học bình thường. Việc dạy học thực nghiệm và đối chứng được tiến hành song song theo lịch trình giảng dạy của nhà trường. Việc thực nghiệm được thực hiện và sau đó tiến hành kiểm tra đánh giá kết quả.

### ***Đề bài kiểm tra:***

**Bài 1 (4 điểm):** Giải các phương trình

a)  $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2$

b)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} - 3 - x = 0$

**Bài 2 (4 điểm):** Giải các phương trình

a)  $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = \sqrt{2x-8}$

b)  $\sqrt{5x-1} - \sqrt{3x-2} - \sqrt{x-1} = 0$

**Bài 3 (2 điểm):** Giải các phương trình

a)  $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+5} + 2x^2 + 7x + 2 = 0$

b)  $2\sqrt{3x+4} + 3\sqrt{5x+9} = x^2 + 6x + 13$

Kết quả kiểm tra:

| Điểm     | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9 | 10 | Số bài |
|----------|---|---|---|---|---|---|----|----|---|----|--------|
| Lớp      |   |   |   |   |   |   |    |    |   |    |        |
| Lớp 10C3 | 0 | 0 | 0 | 2 | 4 | 8 | 10 | 10 | 4 | 3  | 41     |
| Lớp 10C4 | 0 | 0 | 1 | 4 | 9 | 8 | 9  | 8  | 0 | 0  | 39     |

+ Lớp thực nghiệm đạt 95,1% trung bình trở lên trong đó 65,9% đạt khá giỏi

+ Lớp thực nghiệm đạt 87,2% trung bình trở lên trong đó 43,6% đạt khá và không có học sinh đạt điểm giỏi

Qua quá trình dạy thực nghiệm tại lớp 10C3 tôi nhận thấy học sinh lớp 10C3 có những hiệu quả tích cực đó là:

Khả năng biến đổi, tính toán để giải phương trình của học sinh linh hoạt, nhạy bén hơn.

Học sinh đã nắm vững các loại bài tập và vận dụng thành thạo phương pháp giải vào giải phương trình.

Học sinh đã mạnh dạn, chủ động nhận xét bài làm của bạn, tìm sai lầm và sửa chữa để có lời giải đúng. Từ đó đã hình thành cho học sinh thói quen nghiên cứu lời giải, kiểm tra lại kết quả để phòng tránh, phát hiện và sửa chữa sai lầm.

Việc thực nghiệm dạy học giải phương trình vô tỉ bằng cách sử dụng nhân biểu thức liên hợp tạo cho học sinh sự hứng thú trong học tập, tạo môi trường cho học sinh học tập một cách độc lập, tích cực, sáng tạo.

Thông qua dạy học giải phương trình vô tỉ bằng cách sử dụng nhân biểu thức liên hợp Học sinh nắm vững kiến thức cơ bản trong chương trình, phát huy tính linh hoạt, sáng tạo và hình thành được các liên tưởng trong vận dụng kiến thức sách giáo khoa. Đồng thời giúp học sinh có được những kỹ năng cần thiết khi giải bài tập.

Học sinh không chỉ giải phương trình vô tỉ mà còn liên hệ và vận dụng vào giải được bất phương trình vô tỉ.

Đối với bản thân, khi sử dụng Sáng kiến kinh nghiệm này tôi thấy hiệu quả tiết dạy tốt hơn, tạo sự tự tin và hứng thú khi giảng bài. Giúp tôi truyền đạt một cách cô đọng nhưng đầy đủ, chính xác và trọn vẹn nội dung cần giảng dạy trong khoảng thời gian ngắn.

Ngoài ra, Sáng kiến kinh nghiệm này đã được tổ chuyên đánh giá tốt, thiết thực và được đồng ý triển khai vận dụng cho những năm học tới trong toàn trường nhằm góp phần nâng cao hiệu quả dạy và học toán trong Nhà trường nói riêng và địa phương nói chung.

Đồng thời, Sáng kiến kinh nghiệm này còn là một tài liệu tham khảo hữu ích cho giáo viên và học sinh ôn thi đại học và học sinh giỏi. Nó đã hệ thống tương đối hoàn chỉnh nội dung phương pháp nhân liên hợp trong giải phương trình vô tỉ, bất phương trình vô tỉ.

Như vậy, Sáng kiến kinh nghiệm này đã mang lại hiệu quả tích cực và thiết thực cho người học và người dạy. Đáp ứng đúng con đường đổi mới phương pháp dạy và học, nâng cao hiệu quả giáo dục trong giai đoạn hiện nay.

Do vậy, mục đích của thực nghiệm sư phạm đã đạt được và giả thiết khoa học nêu ra đã được kiểm nghiệm

### **3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ**

#### **3.1. KẾT LUẬN**

Qua việc nghiên cứu, triển khai vận dụng Sáng kiến kinh nghiệm này, tôi rút ra một số bài học kinh nghiệm sau:

- Trong giảng dạy cần phải thường xuyên tìm tòi, đúc rút kinh nghiệm để đưa ra những giải pháp nâng cao hiệu quả dạy và học. Đặc biệt là những vấn đề khó, dễ nhầm lẫn đối với học sinh.
- Nội dung giảng dạy của giáo viên cần được viết dưới dạng Sáng kiến kinh nghiệm hoặc tập hợp thành tài liệu và cung cấp cho học sinh. Qua đó, phát huy được khả năng tự học của học sinh.
- Những nội dung truyền tải cho học sinh, giáo viên cần phải nghiên cứu kỹ lưỡng, tìm ra phương pháp giảng dạy hợp lý, đảm bảo xúc tích, ngắn gọn nhưng đầy đủ, chính xác.

Những cách làm trên sẽ giúp tiết dạy đạt hiệu quả cao, người dạy và người học đều hứng thú, tiết kiệm thời gian và phát huy tính chủ động, sáng tạo, khả năng tự học của học sinh. Đó chính là những điều tôi rút ra từ Sáng kiến kinh nghiệm này.

Sáng kiến kinh nghiệm này có thể sử dụng để ôn thi cho học sinh lớp 10 và 12, đặc biệt là với đối tượng học sinh ôn thi đại học, học sinh giỏi cho những năm học tiếp theo trong trường THPT Như Xuân nói riêng và các trường THPT nói chung.

Có thể mở rộng, phát triển thêm nội dung của Sáng kiến kinh nghiệm này để trở thành một tài liệu để dạy kiến thức giải bất phương trình vô tỉ.

### **3.2. KIẾN NGHỊ**

1. Đối với tổ chuyên môn và đồng nghiệp: Đề nghị Tổ chuyên môn Toán triển khai ứng dụng Sáng kiến kinh nghiệm này trong giảng dạy tại Nhà trường trong các năm học tới.

2. Đối với Sở GD&ĐT: Đề nghị Sở GD&ĐT đóng góp ý kiến và tạo điều kiện để tôi tiếp tục phát triển Sáng kiến kinh nghiệm này cũng như tìm tòi những Sáng kiến mới.

**XÁC NHẬN CỦA  
THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ**

*Thanh Hóa, ngày 30 tháng 3 năm 2016*  
Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết,  
không sao chép nội dung của người khác.

**Lê Đình Quân**