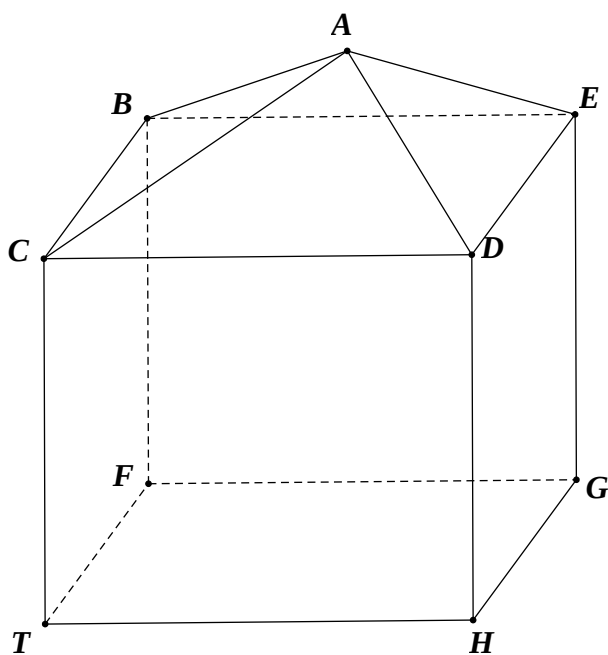


SỞ GD & ĐT VĨNH PHÚC
KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 LẦN 1
MÔN: TOÁN

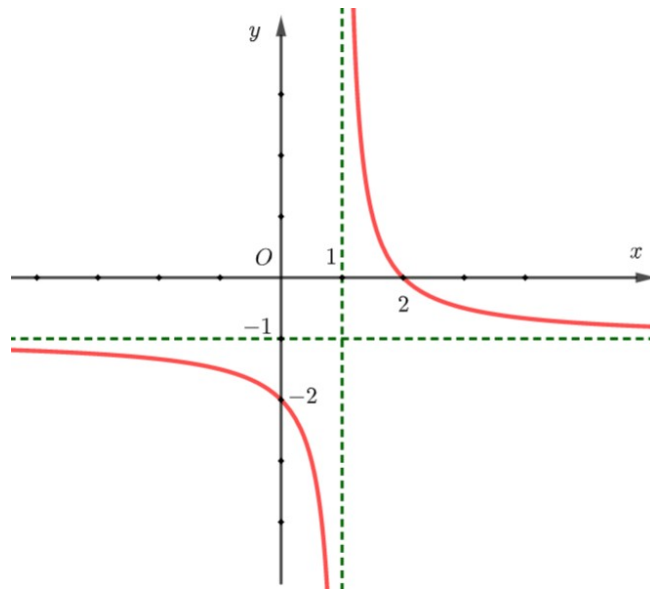
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

- Câu 1:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.
A. $y = -2x + 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = x - 2$. **D.** $y = -1$.
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(3; 2; 1)$. **B.** $(1; 4; 3)$. **C.** $(-1; -4; -3)$. **D.** $(-1; 4; 3)$.
- Câu 3:** Cho x, y là hai số thực dương khác 1 và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai**?
A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$. **B.** $(xy)^n = x^n \cdot y^n$. **C.** $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$. **D.** $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.
- Câu 4:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x$ là
A. $4x^2 + C$. **B.** $2x^2$. **C.** $2x^2 + C$. **D.** $4x + C$.
- Câu 5:** Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu cạnh?



- A.** 16. **B.** 19. **C.** 12. **D.** 18.
- Câu 6:** Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. **C.** $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. **D.** $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.
- Câu 7:** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-2} > 8$
A. $(5; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 5)$. **C.** $(-\infty; 5]$. **D.** $[5; +\infty)$.
- Câu 8:** Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-2}$. Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

- Câu 9:** Cho khối chóp có diện tích mặt đáy là B và chiều cao là h . Tính thể tích của khối chóp đã cho.
- A. $\frac{Bh}{3}$. B. $\frac{Bh}{3}$. C. Bh . D. $\frac{Bh}{4}$.
- Câu 10:** Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$
- A. $y=0$. B. $x=2$. C. $y=-2$. D. $y=2$.
- Câu 11:** Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4}=9$ là
- A. $x=1; x=2$. B. $x=1; x=-2$. C. $x=-1; x=3$. D. $x=1; x=3$.
- Câu 12:** Hàm số $y=e^{3x+1}$ có đạo hàm là
- A. e^{3x+1} . B. $(3x+1)e^{3x+1}$. C. $3e^{3x+1}$. D. $3(3x+1)e^{3x+1}$.
- Câu 13:** Cho mặt cầu có bán kính $R=a\sqrt{5}$. Diện tích của mặt cầu đó bằng bao nhiêu?
- A. $20\pi a^2$. B. $5\sqrt{5}\pi a^2$. C. $5\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.
- Câu 14:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.
- A. $m=-1$. B. $m=1$. C. $m=1, m=5$. D. $m=5$.
- Câu 15:** Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5cm$, chiều cao $h=7cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là
- A. $\frac{70}{3}\pi(cm^2)$. B. $35\pi(cm^2)$. C. $\frac{35}{3}\pi(cm^2)$. D. $70\pi(cm^2)$.
- Câu 16:** Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)$.
- A. $P = \frac{1}{4}$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{3}{2}$. D. $P = \frac{5}{2}$.
- Câu 17:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 2^x$ là
- A. $-\sin x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $\sin x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\sin x + 2^x \ln 2 + C$. D. $-\sin x + 2^x \ln 2 + C$.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0), B(1;2;-1), C(0;1;1)$. Tính góc giữa hai vectơ AB và AC .
- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 150° .
- Câu 19:** Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh trong đó có nhiều nhất một học sinh nam?
- A. 455. B. 2300. C. 2625. D. 3080.
- Câu 20:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$.



- A. $T = 0$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = -8$.

Câu 21: Tìm tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{7}}$.

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 0

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 24: Cho mặt cầu có thể tích bằng $32\sqrt{3}\pi a^3$. Tính diện tích S của mặt cầu đã cho.

- A. $S = 12\pi a^2$. B. $S = 48\pi a^2$. C. $S = 16\pi a^2$. D. $S = 24\pi a^2$.

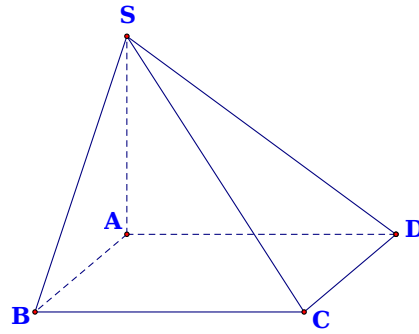
Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm u_2

- A. 5. B. -1. C. 2. D. 3.

Câu 26: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 2.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?



- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r=2$. Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích bằng $8\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A. $V=\sqrt{3}\pi$. B. $V=2\sqrt{3}\pi$. C. $V=8\sqrt{3}\pi$. D. $V=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 29: Khối tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng

- A. 6. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(13-3x) \geq 2$ là

- A. $S=\left[\frac{13}{2}; 3\right]$. B. $S=(-\infty; 3]$. C. $S=(-\infty; 1]$. D. $S=\left(-\infty; \frac{13}{3}\right]$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y=f(2x+1)-4x^3+9x^2-6x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $(1; 3)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 32: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}+2^{x^2-x-2}=4^{x^2-x-1}+1$. Tìm số phần tử của tập hợp S .

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

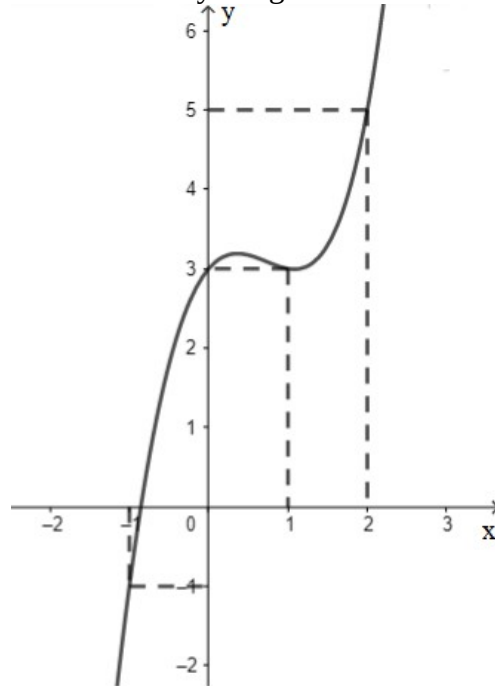
Câu 33: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-1000; 1000)$ để phương trình $(\sqrt{10}+1)^{x^2}+m(\sqrt{10}-1)^{x^2}=2.3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 1004. B. 1006. C. 1005. D. 1007.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $(x^2+1)^2 f'(x)=[f(x)]^2(x^2-1)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính giá trị $f(3)$.

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. $\frac{10}{3}$. D. 5.

Câu 35: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $g(-1) > g(1)$. B. $g(1) = g(2)$. C. $g(-1) = g(1)$. D. $g(1) > g(2)$.

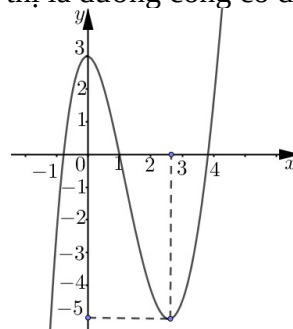
Câu 36: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2021; 2021)$ để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 2021 . B. 2022 . C. 2023 . D. 2024 .

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác đều và thể tích bằng V . Gọi E, F, I là các điểm lần lượt di động trên các cạnh AB, BC, CA sao cho $AE = BF = CI$. Thể tích khối chóp $A'.EFI$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{V}{9}$. B. $\frac{V}{6}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{V}{12}$.

Câu 38: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau



Phương trình $f(f(x) - 2) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

- A. 7 . B. 8 . C. 9 . D. 6 .

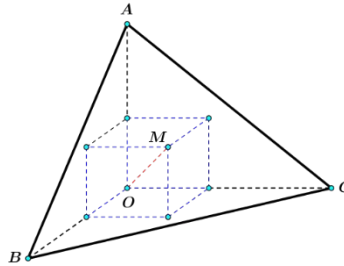
Câu 39: Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $(x+y)^3 + 4xy \geq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 5(x^4 + y^4 + x^2y^2) - 4(x^2 + y^2) + 2$ bằng

- A. 14. B. $\frac{15}{16}$. C. $\frac{14}{15}$. D. - 14.

Câu 40: Tìm số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8|x|^3 + 22x^2 - 24|x| + 6\sqrt{2}$.

A. 3. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 41: Một khối gỗ dạng hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. $OA = 3cm, OB = 6cm, OC = 12cm$. Trên mặt đáy ABC người ta đánh dấu một điểm M sau đó người cắt gọt khối gỗ để thu được một khối hộp chữ nhật có OM là một đường chéo, đồng thời hình hộp có ba mặt trên ba mặt bên của hình chóp (tham khảo hình vẽ). Khối hộp chữ nhật thu được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



- A. $12cm^3$. B. $36cm^3$. C. $24cm^3$. D. $8cm^3$.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. Tính góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$.

A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

Câu 43: Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất kép 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi suất sẽ được nhập vào vốn ban đầu (lãi kép). Hỏi sau 3 năm không rút tiền gốc và lãi, số tiền trong ngân hàng của người đó gần nhất với số nào sau đây? (Giả sử lãi suất ngân hàng không thay đổi, kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 357000000 đồng. B. 357300000 đồng. C. 357350000 đồng. D. 357305000 đồng.

Câu 44: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') có bán kính bằng R và chiều cao bằng $2R$. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi mặt phẳng (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2R}{3}$.

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6, AD = 8$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh trục AC một góc 360°

A. $V = 106,725\pi$. B. $V = 105,625\pi$. C. $V = 110,525\pi$. D. $V = 100,425\pi$.

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x^2+2}$, với a khác 0 và a, b là các tham số thực. Biết $\max y = 6, \min y = -2$.
 $P = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3, AD=2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp đã cho bằng:

- A. $V = \frac{10\pi}{3}$. B. $V = \frac{32\pi}{3}$. C. $V = \frac{16\pi}{3}$. D. $V = \frac{20\pi}{3}$.

Câu 48: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện đã cho?

- A. 2018. B. 4. C. 2019. D. 1.

Câu 49: Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh, các viên bi có đường kính khác nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi trong hộp. Tính xác suất để 5 viên bi được lấy ra có ít nhất 3 viên bi màu đỏ.

- A. $\frac{1}{24}$. B. $\frac{5}{21}$. C. $\frac{11}{42}$. D. $\frac{5}{252}$.

Câu 50: Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2x + m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

- A. -4. B. -2. C. 4. D. 5.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.
- A. $y = -2x + 1$. B. $y = 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = -1$!

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 12x^2 - 12x \Rightarrow y'(1) = 0$.

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ là $y = -1$.

- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; -1)$ và $B(2; 3; 2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(3; 2; 1)$. B. $(1; 4; 3)$! C. $(-1; -4; -3)$. D. $(-1; 4; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 4; 3)$.

- Câu 3:** Cho x, y là hai số thực dương khác 1 và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây sai?
- A. $\frac{x^m}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^{m-n}$! B. $(xy)^n = x^n \cdot y^n$. C. $(x^n)^m = x^{n \cdot m}$. D. $x^n \cdot x^m = x^{n+m}$.

Lời giải

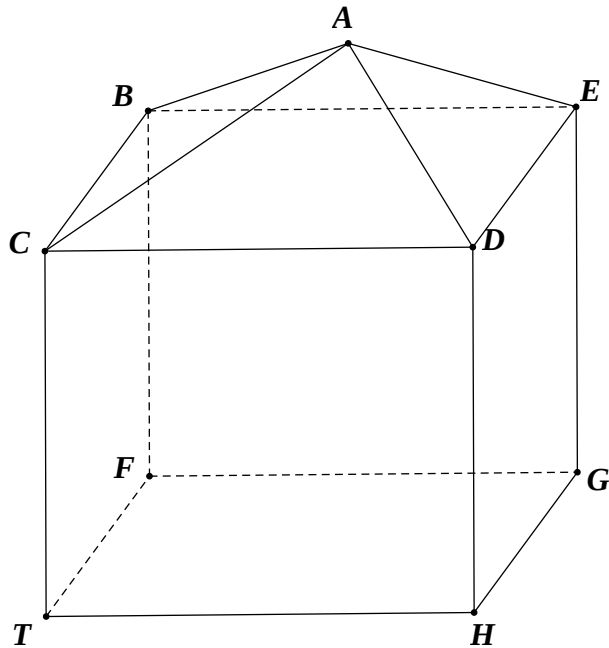
Chọn A

- Câu 4:** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x$ là
- A. $4x^2 + C$. B. $2x^2$. C. $2x^2 + C$! D. $4x + C$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 5:** Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu cạnh?



A. 16.

B. 19.

C. 12.

D. 18.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Cho $a > 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$.

C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

D. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$.

Lời giải

Chọn C

Vì $a > 1$ nên $a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}} \Rightarrow a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-2} > 8$

A. $(5; +\infty)$.

B. $(-\infty; 5)$.

C. $(-\infty; 5]$.

D. $[5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x-2} > 8 \Leftrightarrow 2^{x-2} > 2^3 \Leftrightarrow x - 2 > 3 \Leftrightarrow x > 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(5; +\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-2}$. Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{2})^+} y = +\infty \Rightarrow$

đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = \pm\sqrt{2}$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 9: Cho khối chóp có diện tích mặt đáy là B và chiều cao là h . Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{Bh}{3}$!

B. $\frac{Bh}{3}$.

C. Bh .

D. $\frac{Bh}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 10: Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$

A. $y=0$.

B. $x=2$.

C. $y=-2$.

D. $y=2$!

Lời giải

Chọn D

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{x-2} = 2$. Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4}=9$ là

A. $x=1$; $x=2$!

B. $x=1$; $x=-2$.

C. $x=-1$; $x=3$.

D. $x=1$; $x=3$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x^2-3x+4}=9 \Leftrightarrow x^2-3x+4=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$.

Câu 12: Hàm số $y=e^{3x+1}$ có đạo hàm là

A. e^{3x+1} .

B. $(3x+1)e^{3x+1}$.

C. $3e^{3x+1}$!

D. $3(3x+1)e^{3x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Cho mặt cầu có bán kính $R=a\sqrt{5}$. Diện tích của mặt cầu đó bằng bao nhiêu?

A. $20\pi a^2$!

B. $5\sqrt{5}\pi a^2$.

C. $5\pi a^2$.

D. $10\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu bằng $S=4\pi r^2=4\pi(a\sqrt{5})^2=20\pi a^2$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

A. $m=-1$.

B. $m=1$.

C. $m=1, m=5$.

D. $m=5$!

Lời giải

Chọn C

$$y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$$

Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = 3$ thì $y'(3) = 0$

$$\Rightarrow 3^2 - 2m \cdot 3 + (m^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$$

TH1: $m = 1$. Khi đó $y' = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow y'' = 2x - 2 \Rightarrow y''(3) = 4 > 0$ nên $x = 3$ là điểm cực tiểu.

TH2: $m = 5$. Khi đó $y' = x^2 - 10x + 21 \Rightarrow y'' = 2x - 10 \Rightarrow y''(3) = -4 < 0$ nên $x = 3$ là điểm cực đại.

Vậy $m = 5$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 15: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

- A. $\frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. B. $35\pi(\text{cm}^2)$. C. $\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$. D. $70\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn D

$$S_{xq} = 2\pi r h = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi(\text{cm}^2).$$

Câu 16: Cho b là số thực dương khác 1. Tính $P = \log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right)$.

- A. $P = \frac{1}{4}$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{3}{2}$. D. $P = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_b \left(b^2 \cdot b^{\frac{1}{2}} \right) = \log_b \left(b^{2+\frac{1}{2}} \right) = \log_b \left(b^{\frac{5}{2}} \right) = \frac{5}{2}.$$

Ta có:

Câu 17: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 2^x$ là

- A. $-\sin x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $\sin x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\sin x + 2^x \ln 2 + C$. D. $-\sin x + 2^x \ln 2 + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int (\cos x + 2^x) dx = \sin x + \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(1;2;-1)$, $C(0;1;1)$. Tính góc giữa hai vectơ AB và AC .

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 150° .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AB = (0; 1; -1)$, $AC = (-1; 0; 1)$.

$$\cos(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{AC}|} = \frac{0 + 0 - 1}{\sqrt{1+1} \cdot \sqrt{1+1}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\vec{AB}, \vec{AC}) = 120^\circ.$$

Nên

Câu 19: Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh trong đó có nhiều nhất một học sinh nam?

A. 455.

B. 2300.

C. 2625.

D. 3080.

Lời giải

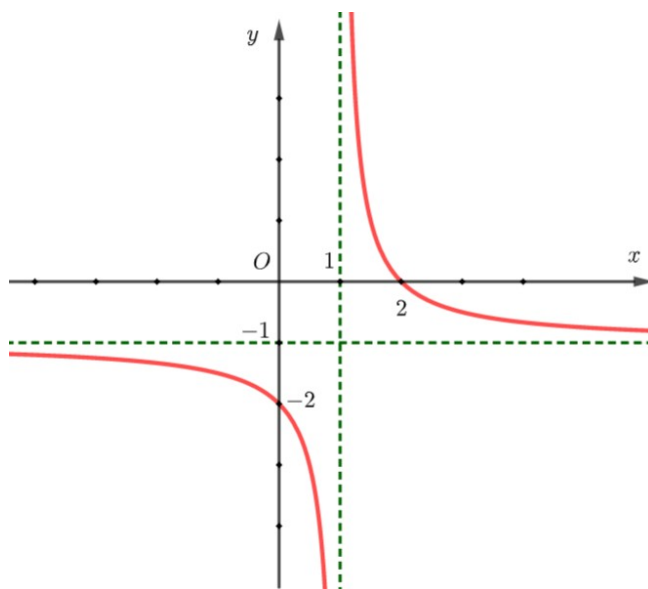
Chọn D

Trường hợp 1: Chọn 3 học sinh đều là nữ có $C_{15}^3 = 455$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 1 nam, 2 nữ có $C_{25}^1 \cdot C_{15}^2 = 2625$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng ta có $455 + 2625 = 3080$ cách.

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$.



A. $T = 0$.

B. $T = 6$.

C. $T = 2$.

D. $T = -8$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow c = -1$.

Tiệm cận ngang $y = -1 \Rightarrow a = -1$.

Ta có $A(2; 0)$ thuộc đồ thị $\Rightarrow -(2) + b = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

$\Rightarrow T = a + 2b + 3c = 0$

Câu 21: Tìm tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{7}}$.

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0
$f(x)$						

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(-\infty; -2)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Mà $(-\infty; -2) \subset (-\infty; -1)$

Câu 24: Cho mặt cầu có thể tích bằng $32\sqrt{3}\pi a^3$. Tính diện tích S của mặt cầu đã cho.

- A.** $S = 12\pi a^2$. **B.** $S = 48\pi a^2$. **C.** $S = 16\pi a^2$. **D.** $S = 24\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow 32\sqrt{3}\pi a^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow r = 2\sqrt{3}a$

Vậy $S = 4\pi r^2 = 4\pi (2\sqrt{3}a)^2 = 48\pi a^2$.

- Câu 25:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm u_2
A. 5. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2 = u_1 + d = 2 + 3 = 5$.

- Câu 26:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng bao nhiêu?
A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

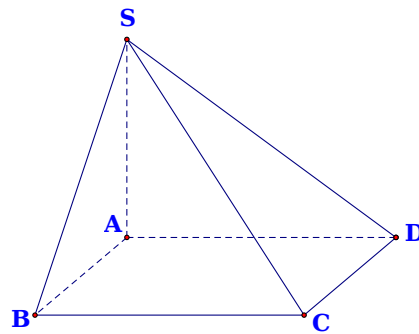
Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Mà $x \in [0; 2] \Rightarrow x = 0; x = 1$. Khi đó $f(0) = 2$; $f(1) = 1$ và $f(2) = 10$.

Vậy $\min_{[0; 2]} f(x) = f(1) = 1$.

- Câu 27:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?

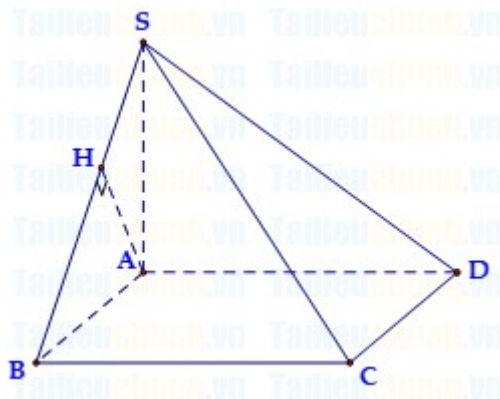


- A.** $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Trong (SAB) vẽ $AH \perp SB$ tại H



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$

Khi đó
$$\begin{cases} (SAB) \perp (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ \text{Trong } (SAB), AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \text{ hay } AH = d(A, (SBC))$$

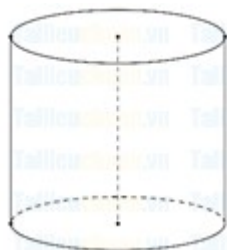
Ta có $AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a \cdot a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $d(A, (SBC)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy $r = 2$. Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích bằng $8\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

- A.** $V = \sqrt{3}\pi$. **B.** $V = 2\sqrt{3}\pi$. **C.** $V = 8\sqrt{3}\pi$. **D.** $V = 4\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có:

$$S_{\text{đ}} = h \cdot (2r) \Leftrightarrow h \cdot 2 \cdot 2 = 8\sqrt{3} \Leftrightarrow h = 2\sqrt{3}$$

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\pi$$

Câu 29: Khối tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng

- A.** 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(13 - 3x) \geq 2$ là

- A.** $S = \left[\frac{13}{2}; 3 \right]$. **B.** $S = (-\infty; 3]$. **C.** $S = (-\infty; 1]$. **D.** $S = \left(-\infty; \frac{13}{3} \right)$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_2 (13 - 3x) \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 13 - 3x > 0 \\ 13 - 3x \geq 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{13}{3} \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \leq 3$$

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(2x+1) - 4x^3 + 9x^2 - 6x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

C. $(1; 3)$

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$

Lời giải

Chọn D

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Ta có $y' = 2f'(2x+1) - 12x^2 + 18x - 6$

Hàm số đồng biến khi $y' \geq 0 \Leftrightarrow 2f'(2x+1) - 12x^2 + 18x - 6 \geq 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(2x+1) \geq 0 \\ -12x^2 + 18x - 6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq 2x+1 \leq 3 \\ 4 \leq 2x+1 \\ -12x^2 + 18x - 6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{3}{2} \leq x \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 32: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} + 2^{x^2-x-2} = 4^{x^2-x-1} + 1$. Tìm số phần tử của tập hợp S .

A. 4

B. 1

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$2^{x^2-x} + 2^{x^2-x-2} = 4^{x^2-x-1} + 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} + \frac{2^{x^2-x}}{4} = \frac{4^{x^2-x}}{4} + 1$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 2^{x^2-x} + 2^{x^2-x} = 2^{2(x^2-x)} + 4$$

Đặt $t = 2^{x^2-x}$, ($t > 0$)

$$Ta \text{ được phương trình } 4t + t = t^2 + 4 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$t = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Với

$$t = 4 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Với

Vậy phương trình có 4 nghiệm, suy ra tập S có 4 phần tử.

Câu 33: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-1000; 1000)$ để phương trình $(\sqrt{10}+1)^{x^2} + m(\sqrt{10}-1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 1004.

B. 1006.

C. 1005.

D. 1007.

Lời giải

Chọn C

Chia hai vế của phương trình đã cho, cho 3^{x^2} ta được

$$\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2} + m\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2} = 6 \quad (1)$$

Ta thấy $\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right) = 1$

Do đó ta đặt $t = \left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2} \quad (t \geq 1)$ thì $\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2} = \frac{1}{t}$

Phương trình (1) trở thành

$$t + m \cdot \frac{1}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 + 6t \quad (2)$$

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt, thì phương trình (2) có 1 nghiệm lớn hơn 1.

Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 6t, (t \geq 1)$

Ta có $f'(t) = -2t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Bảng biến thiên

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	5	9	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} m < 5 \\ m = 9 \end{cases}$ là các giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do $\begin{cases} m \in (-1000; 1000) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$

nên có 1005 giá trị của m tìm được.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.
Tính giá trị $f(3)$.

A. $\frac{8}{3}$

B. 4

C. $\frac{10}{3}$

D. 5

Lời giải

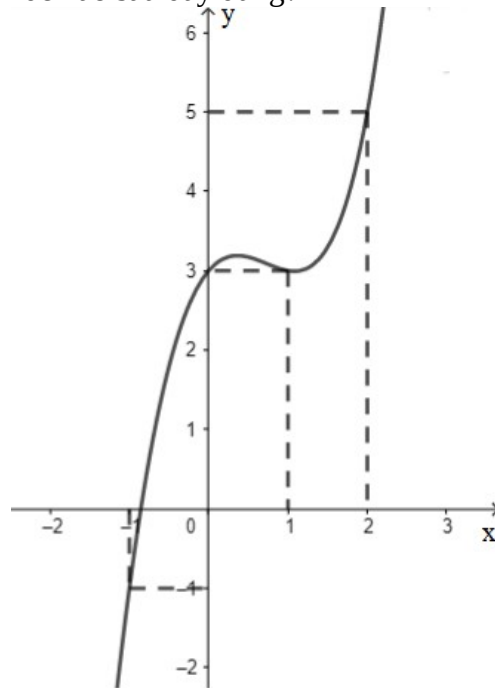
Chọn C

Ta có $(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 (x^2 - 1) \Rightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \frac{x^2 - 1}{(x^2 + 1)^2}$ hay $\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = -\left(\frac{x}{x^2 + 1}\right)'$.

Lấy nguyên hàm hai vế: $-\frac{1}{f(x)} = -\frac{x}{x^2 + 1} + C$.

Thay $x=1: -\frac{1}{f(1)} = -\frac{1}{1^2 + 1} + C \Rightarrow C=0$ suy ra $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} \Rightarrow f(3) = \frac{10}{3}$.

Câu 35: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



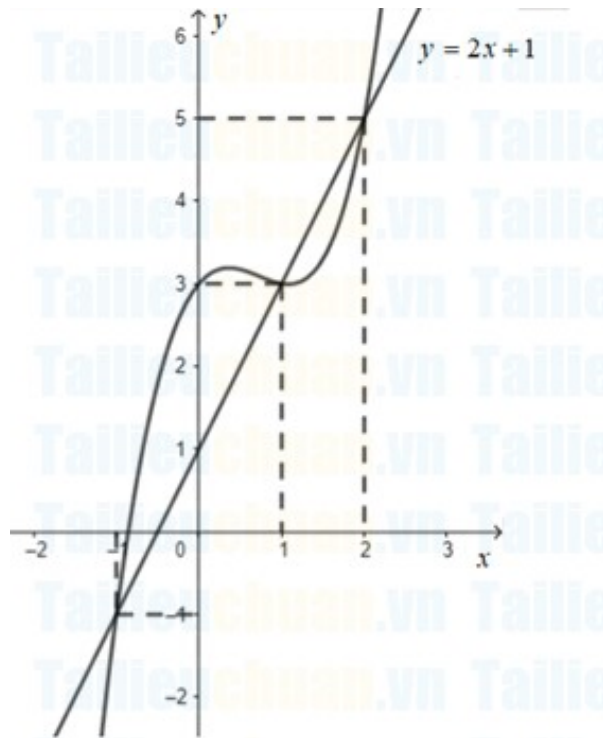
- A.** $g(-1) > g(1)$ **B.** $g(1) = g(2)$ **C.** $g(-1) = g(1)$ **D.** $g(1) > g(2)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x) = f(x) - x^2 - x \Rightarrow g'(x) = f'(x) - 2x - 1$.

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 1$. Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = 2x + 1$. Ta có:



$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do đó: . Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$								



Từ BBT suy ra $g(1) > g(2)$.

Câu 36: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2021; 2021)$ để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 2021 B. 2022 C. 2023 D. 2024

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4mx$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) \geq 0, \forall x \in (1; 2)$.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Hay $x^2 - m \geq 0, \forall x \in (1; 2) \Rightarrow m \leq x^2, \forall x \in (1; 2)$.

Suy ra $m \leq \max_{x \in (1; 2)} x^2 = 4$. Mặt khác $m \in (-2021; 2021) \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; \dots; 4\}$.

Vậy có 2024 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác đều và thể tích bằng V . Gọi E, F, I là các điểm lần lượt di động trên các cạnh AB, BC, CA sao cho $AE = BF = CI$. Thể tích khối chóp $A'.EFI$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{V}{9}$.

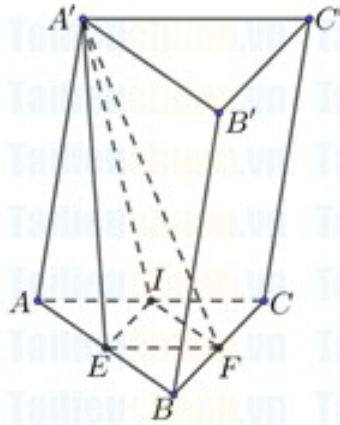
B. $\frac{V}{6}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{V}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC đều và $AE = BF = CI$ nên $\triangle AEI = \triangle BFE = \triangle CIF$ suy ra $S_{\triangle AEI} = S_{\triangle BFE} = S_{\triangle CIF}$.

$$\frac{V_{A'.EFI}}{V} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S_{\triangle EFI}}{S_{\triangle ABC}}.$$

Gọi cạnh của tam giác ABC là a ($a > 0$), $AE = BF = CI = x$ ($0 \leq x \leq a$).

$$\text{Khi đó: } \frac{S_{\triangle AEI}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE}{AB} \cdot \frac{AI}{AC} = \frac{x(a-x)}{a^2} \Leftrightarrow S_{\triangle AEI} = \frac{x(a-x)}{a^2} \cdot S_{\triangle ABC}.$$

$$\text{Suy ra: } S_{\triangle EFI} = S_{\triangle ABC} - 3S_{\triangle AEI} = \frac{a^2 - 3ax + 3x^2}{a^2} \cdot S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow \frac{S_{\triangle EFI}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{a^2 - 3ax + 3x^2}{a^2}$$

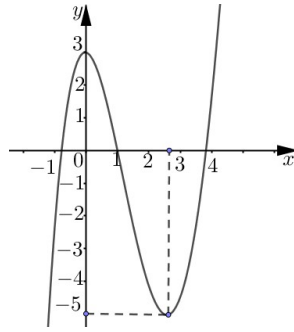
$$\text{Vậy } \frac{V_{A'.EFI}}{V} = \frac{1}{3} \cdot \frac{S_{\triangle EFI}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 - 3ax + 3x^2}{a^2} \Leftrightarrow V_{A'.EFI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 - 3ax + 3x^2}{a^2} \cdot V.$$

$V_{A'.EFI}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi biểu thức $a^2 - 3ax + 3x^2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; a]$

$$\text{Ta có: } \min_{[0; a]} (a^2 - 3ax + 3x^2) = \frac{a^2}{4} \text{ khi } x = \frac{a}{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $V_{A'.EFI}$ là $\frac{V}{12}$.

Câu 38: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong có dạng như hình vẽ sau



Phương trình $f(f(x) - 2) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn D

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \in (-1; 0) \\ x = 1 \\ x = b \in (3; 4) \end{cases}.$$

Ta có:

$$f(f(x) - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 2 = a \\ f(x) - 2 = 1 \\ f(x) - 2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a + 2 \in (1; 2) \\ f(x) = 3 \\ f(x) = b + 2 \in (5; 6) \end{cases}.$$

Do đó:

Dựa vào đồ thị ta có:

Phương trình $f(x) = a + 2$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x) = 3$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x) = b + 2$ có 1 nghiệm thực.

Vậy phương trình $f(f(x) - 2) = 0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 39: Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn $(x + y)^3 + 4xy \geq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 5(x^4 + y^4 + x^2y^2) - 4(x^2 + y^2) + 2$ bằng

- A. 14. B. $\frac{15}{16}$. C. $\frac{14}{15}$. D. - 14.

Lời giải

Chọn B

Ta có, $(x + y)^2 \geq 4xy, \forall x, y \in \mathbb{R}$, kết hợp với giả thiết $(x + y)^3 + 4xy \geq 2$ suy ra $(x + y)^3 + (x + y)^2 \geq 2 \Rightarrow x + y \geq 1$.

$$\begin{aligned}
 A &= 5(x^4 + y^4 + x^2y^2) - 4(x^2 + y^2) + 2 \\
 &= \frac{5}{2} \left[(x^2 + y^2)^2 + x^4 + y^4 \right] - 4(x^2 + y^2) + 2 \\
 &\geq \frac{5}{2} \left[(x^2 + y^2)^2 + \frac{(x^2 + y^2)^2}{2} \right] - 4(x^2 + y^2) + 2 \\
 &= \frac{15}{4}(x^2 + y^2)^2 - 4(x^2 + y^2) + 2.
 \end{aligned}$$

Đặt $t = x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2} \geq \frac{1}{2}$.

Do đó, $A \geq \frac{15}{4}t^2 - 4t + 2$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t) = \frac{15}{4}t^2 - 4t + 2$ trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ như sau

t	$-\infty$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(t)$				$+\infty$

Qua bảng biến thiên ta có $\min_{t \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{16}$.

Tức là, $A \geq \frac{15}{16}$, dấu “=” xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng $\frac{15}{16}$.

Câu 40: Tìm số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 8|x|^3 + 22x^2 - 24|x| + 6\sqrt{2}$.

A. 3. B. 5. C. 6. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 6\sqrt{2}$.

$$f'(x) = 4x^3 - 24x^2 + 44x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Suy ra

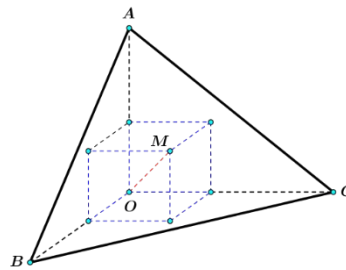
Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	-	+
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị dương.

Suy ra số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 8|x|^3 + 22x^2 - 24|x| + 6\sqrt{2}$ bằng $2.3 + 1 = 7$.

Câu 41: Một khối gỗ dạng hình chóp $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. $OA = 3cm, OB = 6cm, OC = 12cm$. Trên mặt đáy ABC người ta đánh dấu một điểm M sau đó người cắt gọt khối gỗ để thu được một khối hộp chữ nhật có OM là một đường chéo, đồng thời hình hộp có ba mặt trên ba mặt bên của hình chóp (tham khảo hình vẽ). Khối hộp chữ nhật thu được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $12cm^3$.

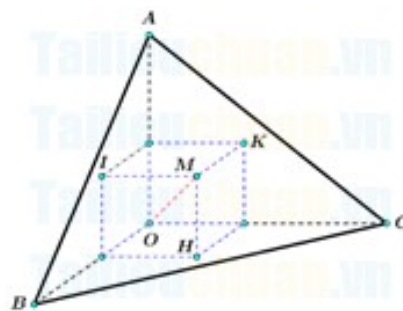
B. $36cm^3$.

C. $24cm^3$.

D. $8cm^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu của điểm M lên mp $(OAB), (OBC), (OCA)$

Ta có $V_{O.ABC} = V_{M.OAB} + V_{M.OBC} + V_{M.OCA}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{1}{6}.MI.OA.OB + \frac{1}{6}.MI.OB.OC + \frac{1}{6}.MI.OC.OA \Leftrightarrow MI + 4MH + 2MK = 12$$

$$V = MI.MH.MK = \frac{1}{8}.MI.(4MH).(2MK)$$

Khi đó thể tích khối hộp chữ nhật

$$\Leftrightarrow V \leq \frac{1}{8} \left(\frac{MI + 4MH + 2MK}{3} \right)^3 \Leftrightarrow V \leq \frac{1}{8} \cdot 4^3 \Leftrightarrow V \leq 8$$

Vậy $V_{\max} = 8$ khi $MI = 4MH = 2MK \Leftrightarrow MI = 1\text{cm}, MH = 4\text{cm}, MK = 2\text{cm}.$

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. Tính góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$.

A. 30°

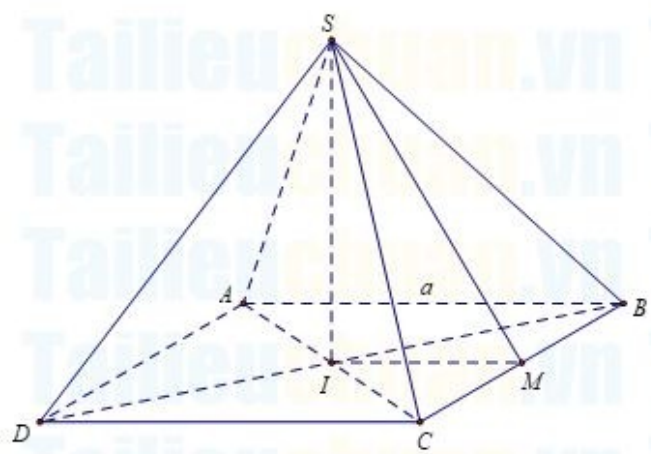
B. 45°

C. 60°

D. 75°

Lời giải

Chọn C



Ta có
$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI \Leftrightarrow SI = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3}{2\sqrt{3}}}{a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow IM = \frac{a}{2}$.

Ta có: $((SBC), (ABCD)) = (SM, IM) = \angle SMI$.

$$\tan \angle SMI = \frac{SI}{IM} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SMI = 60^\circ$$

Lại có

Câu 43: Một người gửi số tiền 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất kép 6% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi suất sẽ được nhập vào vốn ban đầu (lãi kép). Hỏi sau 3 năm không rút tiền gốc và lãi, số tiền trong ngân hàng của người đó gần nhất với số nào sau đây? (Giả sử lãi suất ngân hàng không thay đổi, kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 357000000 đồng.

B. 357300000 đồng.

C. 357350000 đồng.

D. 357305000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính lãi suất theo hình thức lãi kép: $P = A(1+r)^n$.

Trong đó: P là số tiền (triệu đồng) gồm vốn lẫn lãi tại thời điểm n (năm) tính từ thời điểm gửi;

A (triệu đồng) là số tiền gửi vào ban đầu và $r(\%)$ là lãi suất.

Với $\begin{cases} A=300.000.000 \\ n=3 \\ r=6\% \end{cases}$, suy ra $P=300.000.000(1+6\%)^3=357.304.800 \approx 357.305.000$ (đồng).

Câu 44: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') có bán kính bằng R và chiều cao bằng $2R$. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi mặt phẳng (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$.

B. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

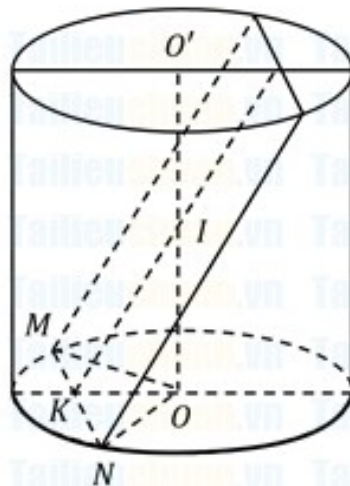
C. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$!

D. $\frac{2R}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường tròn (O) nên mặt phẳng (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng MN . Gọi I là trung điểm của OO' , K là hình chiếu vuông góc của O lên MN (xem hình vẽ).



Ta có $OM = ON = R; OO' = 2R$. Góc giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng đáy bằng góc $\angle KO = 30^\circ$.

Tam giác $I KO$ vuông tại O nên $OK = IO \cdot \tan 30^\circ = \frac{R}{\sqrt{3}}$.

Tam giác OKN vuông tại N nên $KN = \sqrt{ON^2 - OK^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $MN = 2NK = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6, AD = 8$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh trục AC một góc 360°

A. $V = 106,725\pi$!

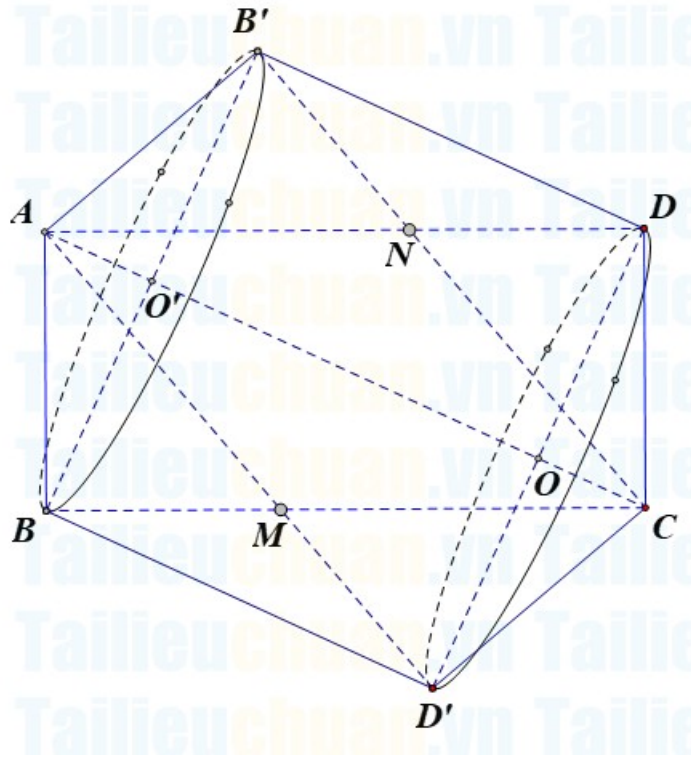
B. $V = 105,625\pi$.

C. $V = 110,525\pi$,

D. $V = 100,425\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D' đối xứng với D qua AC , B' đối xứng với B qua AC . Gọi $M = AD' \cap BC$; $O = AC \cap DD'$; $N = B'C \cap AD$; $E = MN \cap AC$; $O' = BB' \cap AC$; $H = B'C \cap OD$

Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 + AB^2} = 10$; $O'D = OD = \frac{AD \cdot DC}{AC} = \frac{24}{5}$; $AO' = OC = \sqrt{DC^2 - OD^2} = \frac{18}{5}$

$$CO' = AC - AO' = \frac{32}{5}; \quad OE = EO' = \frac{1}{2} O'O = \frac{7}{5}$$

$$\frac{OH}{OB} = \frac{OH}{O'D'} = \frac{OC}{CO'} = \frac{9}{16} \Rightarrow OH = \frac{27}{10}; \quad \frac{OH}{EN} = \frac{OC}{CE} = \frac{18}{25} \Rightarrow EN = ME = \frac{15}{4}$$

V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón, nón cụt nhận được khi quay tam giác ABO' và tứ giác $BO'EM$ quay AC .

$$\text{Ta có: } V = 2(V_1 + V_2) = 2 \left[\frac{1}{3} AO' \cdot \pi \cdot OB^2 + \frac{1}{3} O'E \cdot \pi \cdot (ME^2 + ME \cdot BO' + O'B^2) \right]$$

$$= 2 \left[\frac{1}{3} \cdot \frac{18}{5} \cdot \pi \cdot \left(\frac{24}{5} \right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \pi \cdot \left(\frac{225}{16} + 18 + \frac{576}{25} \right) \right] = \frac{4269\pi}{40} = 106,725\pi$$

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x^2+2}$, với a khác 0 và a, b là các tham số thực. Biết $\max y = 6, \min y = -2$.

Giá trị của biểu thức $P = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{ax+b}{x^2+2} \Leftrightarrow yx^2 - ax + 2y - b = 0 \quad (1)$

Trường hợp 1: Nếu $y = 0$

(1) $\Leftrightarrow -ax - b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$ (thỏa)

Trường hợp 2: Nếu $y \neq 0$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = a^2 - 4y(2y - b) \geq 0 \Leftrightarrow -8y^2 + 4by + a^2 \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{b - \sqrt{b^2 + 2a^2}}{4} \leq y \leq \frac{b + \sqrt{b^2 + 2a^2}}{4}$

Từ 2 trường hợp ta có: $\frac{b - \sqrt{b^2 + 2a^2}}{4} \leq y \leq \frac{b + \sqrt{b^2 + 2a^2}}{4}$

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} \frac{b + \sqrt{b^2 + 2a^2}}{4} = 6 \\ \frac{b - \sqrt{b^2 + 2a^2}}{4} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + \sqrt{b^2 + 2a^2} = 24 \\ b - \sqrt{b^2 + 2a^2} = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 8 \\ a^2 = 96 \end{cases}$

Theo giả thiết ta có

Vậy $P = \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{1}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3, AD = 2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp đã cho bằng:

A. $V = \frac{10\pi}{3}$.

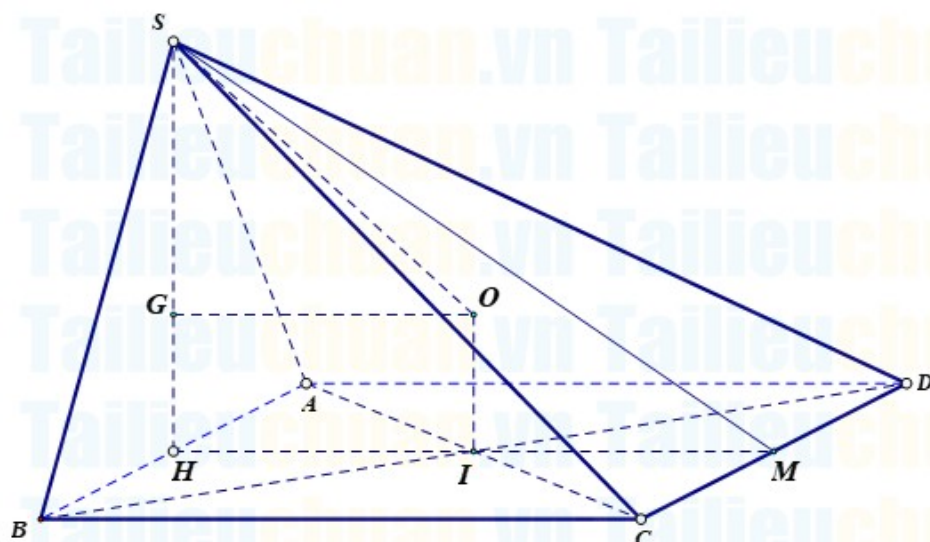
B. $V = \frac{32\pi}{3}$.

C. $V = \frac{16\pi}{3}$.

D. $V = \frac{20\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H, I, M, O lần lượt là trung điểm của AB, AC, CD, SM .

$$\left\{ \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{array} \right. \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

Ta có

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , kẻ đường thẳng Δ qua I và vuông góc với $(ABCD)$, kẻ đường thẳng d qua G song song với HI cắt Δ tại O .

Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp

hình chóp $S.ABCD$. Ta có $SH = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}; HI = 1$.

Ta có $R = SO = \sqrt{SG^2 + GO^2} = 2$.

Thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32}{3}\pi$.

- Câu 48:** Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn các điều kiện đã cho?
A. 2018. **B.** 4. **C.** 2019. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Do $0 \leq x \leq 2020$ nên $x+1 > 0$.

Ta có $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y \Leftrightarrow \log_2(x+1) + x+1 = \log_2 2^{3y} + 2^{3y}$ (1)

Đặt $y = \log_2 t + t$ ($t \geq 1$) $\Rightarrow y' = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0 \forall t > 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_2 t + t$ ($t \geq 1$) đồng biến (2).

Từ (1) và (2) ta được $x+1 = 2^{3y} \Rightarrow x = 2^{3y} - 1$.

Mà $0 \leq x \leq 2020 \Rightarrow 1 \leq 2^{3y} \leq 2021 \Leftrightarrow 1 \leq 8^y \leq 2021 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_8 2021 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 3,6604$.

Mà y nguyên nên $y = 0, y = 1, y = 2, y = 3$. Vậy có bốn cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn.

- Câu 49:** Một hộp đựng 4 viên bi màu đỏ và 6 viên bi màu xanh, các viên bi có đường kính khác nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi trong hộp. Tính xác suất để 5 viên bi được lấy ra có ít nhất 3 viên bi màu đỏ.
A. $\frac{1}{24}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{11}{42}$. **D.** $\frac{5}{252}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi từ 10 viên bi trong hộp.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^5$.

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất 3 viên bi đỏ.

Trường hợp 1: Lấy 3 bi đỏ từ 4 bi đỏ và 2 bi xanh từ 6 bi xanh có $C_4^3 \cdot C_6^2$ cách.

Trường hợp 2: Lấy 4 bi đỏ từ 4 bi đỏ và 1 bi xanh từ 6 bi xanh có $C_4^4 \cdot C_6^1$ cách.

Suy ra $n(\Omega_A) = C_4^3 \cdot C_6^2 + C_4^4 \cdot C_6^1$.

Xác suất để 5 viên bi được lấy ra có ít nhất 3 viên bi màu đỏ bằng $P(A) = \frac{n(\Omega_A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{42}$.

- Câu 50:** Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2x + m}$ có đúng hai đường tiệm cận.
- A. - 4. B. - 2. C. 4. D. 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = x^2 - 2x + m$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ nên hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2x + m}$ luôn có tiệm cận ngang $y = 0$ với mọi m .

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2x + m}$ có đúng hai đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $f(x) = 0$ có đúng 1 nghiệm hoặc phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = -1$.

Suy ra $\begin{cases} \Delta_f' = 0 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m = 0 \\ m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 - 2x + m}$ có đúng hai đường tiệm cận là $1 + (-3) = -2$.