

Trả lời ngắn

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Trong không gian Oxy , cho hai vectơ $a = (3; 2; 5)$ và $b = (3m + 2; 3; 6 - n)$. Tính giá trị biểu thức $6m + 2n$ để hai vectơ a, b bằng nhau.

Lời giải

$$\frac{3m+2}{3} = \frac{3}{2} = \frac{6-n}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{6} \\ n = \frac{-3}{2} \end{cases} \Rightarrow 6m + 2n = 2.$$

Ta có $a, b \Leftrightarrow$

Đáp án: 2

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(3; 2; -3)$ và $G(a; b; c)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c$.

Lời giảiDo G là trọng tâm tam giác ABC nên

$$\begin{cases} a = \frac{1 + (-1) + 3}{3} = 1 \\ b = \frac{2 + 2 + 2}{3} = 2 \\ c = \frac{3 + 0 + (-3)}{3} = 0 \end{cases} \Rightarrow G(1; 2; 0)$$

Vậy $P = a + b + c = 1 + 2 + 0 = 3$.

Đáp án: 3

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

Lời giải

$$\frac{\sqrt{6}}{2}$$

Đáp án:Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$.

Nên diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Đáp án: [!m:\$mathtype_24\$]

Câu 4. Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 1; 1)$. Cho điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Tính giá trị biểu thức $x_0 + y_0 + z_0$.

Lời giải**Đáp án:** 8Điểm $M \in (Oyz) \Rightarrow M(0; y; z)$ Ta có: $\overrightarrow{AM} = (-1; y - 2; z - 3)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$

Đề A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{x-3}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(0;3;5)$

Suy ra $x_0 + y_0 + z_0 = 8$.

Đáp án: 8

Câu 5. Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; -1; 1), B(3; 1; 2)$ và $C(-1; 0; 3)$. Có bao nhiêu điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thang có 2 cạnh đáy AB, CD và có góc tại D bằng 45° .

Lời giải

Đáp án: 2

Gọi $D(x; y; z)$

$\overrightarrow{AB} = (2; 2; 1), \overrightarrow{DC} = (-1-x; -y; 3-z)$

Tứ giác $ABCD$ là hình thang có 2 cạnh đáy AB, CD nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}$ cùng phương.

$$\Rightarrow \frac{-1-x}{2} = \frac{-y}{2} = \frac{3-z}{1} \Rightarrow \begin{cases} x=2z-7 \\ y=2z-6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AD} = (x-1; y+1; z-1) \\ \overrightarrow{CD} = (x+1; y; z-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AD} = (2z-8; 2z-5; z-1) \\ \overrightarrow{CD} = (2z-6; 2z-6; z-3) \end{cases}$$

$$\cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CD}) = \frac{9(z-3)^2}{\sqrt{9(z^2-6z+10)} \cdot \sqrt{9(z-3)^2}} = \frac{z-3}{\sqrt{z^2-6z+10}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2(z^2-6z+9) = z^2-6z+10 \Leftrightarrow \begin{cases} z=4 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1; y=2 \\ x=-3; y=-2 \end{cases}$$

Vậy $D(1; 2; 4)$ hoặc $D(-3; -2; 2)$.

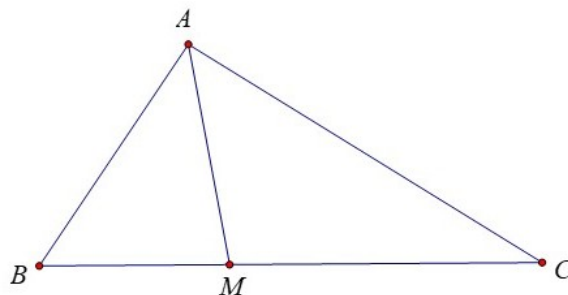
Có 2 điểm D thỏa điều kiện.

Đáp án: 2

Câu 6. Trong không gian Oxy , cho tam giác ABC , biết $A(2; 0; 0), B(0; 3; 1), C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MB}$. Tính độ dài AM .

Lời giải

Đáp án: 5,39



Gọi $M(x; y; z)$

$\overrightarrow{CM} = (-3-x; 6-y; 4-z)$

$\overrightarrow{MB} = (x; y-3; z-1)$

$$\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x=2x \\ 6-y=2(y-3) \\ 4-z=2(z-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 4; 2)$$

Theo đề ta có,

$$AM = \sqrt{(-1-2)^2 + 4^2 + 2^2} = \sqrt{29} \approx 5,39$$

Đáp án: 5,39

Câu 7. Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 - c^2$.

Lời giải

Đáp án: 44

$$\overrightarrow{MC} = (-2 - a; 3 - b; 3 - c)$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$$

Tứ giác $ABCM$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 - a = 1 \\ 3 - b = -3 \\ 3 - c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 6 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow P = 44.$$

Đáp án: 44

Câu 8. Trong không gian Oxy , cho hai điểm trên trục hoành mà khoảng cách từ đó đến điểm $M(-3; 4; 8)$ bằng 12. Tính tổng hai hoành độ của chúng.

Lời giải

Đáp án: -6

$$N(x; 0; 0)$$

$$MN = 12 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2 + 4^2 + 8^2} = 12 \Leftrightarrow (x+3)^2 = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -11 \end{cases}$$

Tổng hoành độ của chúng bằng -6

Đáp án: -6

Câu 9. Trong không gian Oxy , cho hai vector $a = (2; 5; -3), b = (0; -4; 0)$. Tính tích vô hướng của hai vector a, b .

Lời giải

Đáp án: -20

$$a \cdot b = 2 \cdot 0 + 5 \cdot (-4) + (-3) \cdot 0 = -20$$

Đáp án: -20

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $\overrightarrow{OA} = i + 0j + 3k, \overrightarrow{OB} = 2i + 3j - 4k, \overrightarrow{OC} = -3i + j + 2k$. Điểm $D(x; y; z)$ sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tính $P = 2x + y - z$.

Lời giải

Gọi D để $ABCD$ là hình bình hành.

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} - (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} = -5i - 2j + 6k$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = -5i - 2j + 6k \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = -4i - 2j + 9k \Leftrightarrow D(-4; -2; 9)$$

$$P = 2x + y - z = 2 \cdot (-4) - 2 - 9 = -19$$

Đáp án: -19

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $a = 2i + 3k; b = 3i + 3j$. Tọa độ vector $a = (x; 0; 3); b = (3; y; 0)$. Tính $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

$$a = (2; 0; 3), b = (3; 3; 0) \quad P = x^2 + y^2 = 2^2 + 3^2 = 13$$

Đáp án: 13

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{ON} = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ điểm $M(2; -3; a); N(-1; b; -1)$. Tính $T = 2a - 3b$.

Lời giải

$$M(2; -3; 4), N(-1; 3; -1) \quad T = 2a - 3b = 2 \cdot 4 - 3 \cdot 3 = -1$$

Đáp án: -1

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -5; 2)$; $\vec{b} = (2; 1; -1)$. Vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Tính $P = y^2 - z^2$.

Lời giải

$$\vec{a} = 3\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}; \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \quad P = y^2 - z^2 = (-5)^2 + (-1)^2 = 26$$

Đáp án: 26

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $M(1; 0; -2), N(5; 1; -6)$. Tính $\vec{OM} = \vec{i} + y\vec{j} - 2\vec{k}; \vec{ON} = x\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k}$. Tính $P = x^3 + y^3$.

Lời giải

$$\vec{OM} = \vec{i} - 2\vec{k}; \vec{ON} = 5\vec{i} + \vec{j} - 6\vec{k} \quad P = x^3 + y^3 = 0^3 + 5^3 = 125$$

Đáp án: 125

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 5, $SA = 2$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Tọa độ điểm $C(x; y; z)$. Tính $P = x^3 + y^3 + z^3$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = 5\vec{i} + 5\vec{j} + 0\vec{k} \quad \text{Suy ra: } C(5; 5; 0) \quad P = x^3 + y^3 + z^3 = 5^3 + 5^3 + 0^3 = 250$$

Đáp án: 250

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2; AD = 3; AA' = 4$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tìm tọa độ của $C'(x; 3; z)$. Tính $P = x - z$.

Lời giải

Ta có:

$$\vec{AB} = 2\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}; \vec{AD} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}; \vec{AA'} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$\vec{AC'} = \vec{AA'} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}; \text{ suy ra } C'(2; 3; 4) \quad P = x - z = 2 - 4 = -2$$

Đáp án: -2

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, $SA = 4$ và $SA \perp (ABCD)$. Chọn hệ trục $Oxyz$ có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia Ox, Oy, Oz. Gọi M là trung điểm SC. Tìm tọa độ

điểm $M(x; y; z)$. Tính $T = x + y - \frac{3}{2}z$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD} = 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$$

Vì M là trung điểm SC nên:

$$\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AS} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}(0\vec{i} + 0\vec{j} + 4\vec{k} + 3\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}) = \frac{3}{2}\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 2\right) \quad T = x + y - \frac{3}{2}z = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cdot 2 = 0$$

Đáp án: 0

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{C'A}$ và $\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{CA}$

Suy ra: $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'} = 2\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{C'C} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{CA'} + 2\overrightarrow{CC'} = \vec{0}$$

Đáp án: 0

Câu 19. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=8; AD=6; AA'=4$. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với A, các điểm B; D; A' lần lượt thuộc Ox; Oy; Oz. Tọa độ điểm $C'(x; y; z)$. Tính $P = x - 2y + z$.

Lời giải

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = 8i + 0j + 0k, \quad \overrightarrow{AD} = 0i + 6j + 0k, \quad \overrightarrow{AA'} = 0i + 0j + 4k$$

Trong hình bình hành ABCD: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 8i + 6j + 0k$

Trong hình bình hành ACC'A': $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = 8i + 6j + 4k$

$$\Rightarrow C'(8; 6; 4) \quad P = x - 2y + z = 8 - 2 \cdot 6 + 4 = 0$$

Đáp án: 0

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành ABCM, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng

Lời giải

$M(x; y; z)$, ABCM là hình bình hành thì

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = -2-2 \\ y-2 = 3+1 \\ z+1 = 3-3 \end{cases} \Rightarrow M(-3; 6; -1) \Rightarrow P = 44$$

Đáp án: 44

Câu 21. Trong không gian Oxyz, cho ba vector $a = (-2; 2; 0)$; $b = (2; 2; 0)$ và $c = (2; 2; 2)$. Giá trị của $|a+b+c|$ bằng

Lời giải

$$\text{Đáp án: } 2\sqrt{11}$$

Ta có: $a+b+c = (2; 6; 2)$

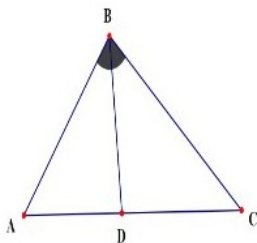
$$\text{Vậy } |a+b+c| = 2\sqrt{11}$$

Đáp án: [!m:\$mathtype_196\$]

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$.

Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC. Giá trị của $a+b+2c$ bằng

Lời giải



Ta có $AB = \sqrt{26}$, $BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

Gọi $D(x; y; z)$, theo tính chất phân giác ta có $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\vec{DA} = -\frac{1}{2}\vec{DC} (*)$.

Ta có $\vec{DA} = (1-x; 2-y; -1-z)$ và $\vec{DC} = (-4-x; 7-y; 5-z)$.

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x = -\frac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y = -\frac{1}{2}(7-y) \\ -1-z = -\frac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right) \Leftrightarrow a+b+2c=5$$

Do đó

Đáp án: 5

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -3; 4), B(1; y; -1), C(x; 4; 3)$. Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng giá trị $5x+y$ là:

Lời giải

Có $\vec{AB} = (-1; y+3; -5); \vec{AC} = (x-2; 7; -1)$.

Để ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $\vec{AB}$ cùng phương $\vec{AC} \Leftrightarrow \frac{-1}{x-2} = \frac{y+3}{7} = \frac{-5}{-1}$
 $\Rightarrow x = \frac{9}{5}; y = 32$
 $\Rightarrow 5x+y = 41$

Vậy $5x+y = 41$.

Đáp án: 41

Câu 24. Trong không gian Oxy , cho ba vector $a = (1; m; 2), b = (m+1; 2; 1), c = (0; m-2; 2)$. Tổng các giá trị thực của tham số m để $|a+b| = |c|$.

Lời giải

Đáp án: -12

$$a+b = (m+2; m+2; 3)$$

$$|a+b| = |c| \Leftrightarrow |a+b|^2 = |c|^2$$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2 + (m+2)^2 + 9 = (m-2)^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -6 \pm \sqrt{3}.$$

Tổng các giá trị của m bằng -12.

Đáp án: -12

Câu 25. Trong không gian Oxy , cho hai vector $a = (1; -1; 0), b = (2; 2t-1; 0)$. Xác định giá trị t để hai vector a, b cùng phương.

Lời giải

Đáp án: -0,5

Hai vector a, b cùng phương thì

$$\vec{a} = k\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2k \\ -1 = (2t-1)k \\ 0 = 0k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2k \\ -1 = (2t-1)k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ -1 = (2t-1)k \end{cases}$$

Với $t = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ -1 = 0 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Với $t \neq \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ k = \frac{-1}{2t-1} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2t-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}.$

Với

Vậy $t = -0,5$.

Đáp án: -0,5

Câu 26. Trong không gian Oxy , cho hai vector $a = (1; 2; -2), b = (-1; -1; 0)$. Số đo độ của góc giữa hai vector a, b ?

Lời giải

Đáp án: 130

$$\cos(a; b) = \frac{1 \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\Rightarrow (a; b) = 135^\circ$$

Đáp án: 130

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -2), B(2; 2; -4)$. Giả sử $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB . Tính $T = a^2 + b^2 + c^2$.

Lời giải

Ta có $\vec{OA} = (0; 2; -2), \vec{OB} = (2; 2; -4)$ (OAB) có phương trình: $x + y + z = 0$

$$I \in (OAB) \Rightarrow a + b + c = 0$$

$$\vec{AI} = (a; b-2; c+2), \vec{BI} = (a-2; b-2; c+4), \vec{OI} = (a; b; c)$$

Ta có hệ
$$\begin{cases} AI = BI \\ AI = OI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (c+2)^2 = (a-2)^2 + (c+4)^2 \\ (b-2)^2 + (c+2)^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 4 \\ -b + c = -2 \end{cases}$$

Ta có hệ
$$\begin{cases} a - c = 4 \\ -b + c = -2 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - c = 4 \\ -b + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 0 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $I(2; 0; -2) \Rightarrow T = a^2 + b^2 + c^2 = 8$

Đáp án: 8

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1), B(2; 1; 0), C(-3; -1; 1)$. Giả sử điểm $D(a; b; c)$ sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$. Tính $a + b + c$

Lời giải

Ta có: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC).d(A, BC) \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC). \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}$

$$\Leftrightarrow 3S_{\triangle ABC} = \frac{(AD + BC).S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 2BC$$

Mà $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$ (1)

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1) \quad \overrightarrow{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1)$$

$$(1) \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}$$

Vậy $D(-12; -1; 3)$

Đáp án: -10

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$ Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a; b; c)$. Tính $a + b + c$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3$, $\overrightarrow{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{2}$

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên $\frac{1}{2}AB(AD + BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.3.(AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC$

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$

$$\begin{cases} a - 1 = \frac{4}{3} \\ b - 2 = \frac{1}{3} \\ c - 1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 6$$

Giả sử $D(a; b; c)$ khi đó ta có

Đáp án: 6

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2; 2; 1)$, $B(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3})$. Biết $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Tính $S = a + b + c$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{OA} = (2; 2; 1)$, $\overrightarrow{OB} = (-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}) \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = -\frac{16}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$

Lại có: $OA = 3$, $OB = 4 \Rightarrow AB = 5$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\angle AOB \Rightarrow D$ thuộc đoạn AB .

Theo tính chất của phân giác trong ta có:

$$\frac{DA}{DB} = \frac{OA}{OB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{DA}{DB} = -\frac{3}{4} \frac{DB}{DB} \Rightarrow D = \left(0; \frac{12}{7}; \frac{12}{7} \right)$$

Tam giác OAB có diện tích $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 6$, nửa chu vi $p = \frac{OA + OB + AB}{2} = 6$

$$\Rightarrow r = \frac{S}{p} = 1 \quad \text{là bán kính đường tròn nội tiếp; chiều cao} \quad OH = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{12}{5}$$

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $OAB \Rightarrow I$ thuộc đoạn OD .

$$\text{Ta có: } \frac{DI}{DO} = \frac{r}{OH} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{DI}{DO} = \frac{5}{12} \frac{DO}{DO} \Rightarrow I = (0; 1; 1) \quad \text{hay} \quad \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = 2.$$

Đáp án: 2

---HẾT---