|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THANH OAI** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9** |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** | Môn: **Toán** |
|  | Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)* |
|  | Đề thi gồm có: 01 trang |

**Câu 1:** (6 điểm)

a) Cho 

1. Rút gọn M

2. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị là số nguyên

b) Tính giá trị của biểu thức P

 với 

**Câu 2:** (4 điểm) Giải phương trình

1. (
2. 

**Câu 3:** (4 điểm)

a/ Cho hai số dương x, y thoả mãn x + y = 1.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

b/ Cho x, y, z là các số dương thoả mãn .

Chứng minh rằng: .

**Câu 4:** (5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và hai đường kính AB và CD sao cho tiếp tuyến tại A của đường tròn (O; R) cắt các đường thẳng BC và BD tại hai điểm tương ứng là E và F. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AE và AF.

1. Chứng minh rằng trực tâm H của tam giác BPQ là trung điểm của đoạn thẳng OA.

2. Gọi α là số đo của góc BFE. Hai đường kính AB và CD thoả mãn điều kiện gì thì biểu thức . Đạt giá trị nhỏ nhất? tìm giá trị nhỏ nhất đó.

3. Chứng minh các hệ thức sau: CE.DF.EF = CD3 và .

**Câu 5:** (1 điểm)

Tìm nN\*sao cho: n4 +n3+1 là số chính phương.

- Hết -

*Lưu ý: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!*

|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT THANH OAI** | **HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9** |
|  | Môn: **Toán** |

**Câu 1:** (6 điểm)

1. (4,5đ)

ĐKXĐ:  (\*)

1)Rút gọn M : Với (0,5đ)



Vậy  (với ) (\*) (2,5đ)

2)  (0,75đ)

Biểu thức M có giá trị nguyên khi và chỉ khi: 

Ư(3) Vì 

Nên  Xảy ra các trường hợp sau: (0,5đ)

.  (TMĐK (\*) )

.  (không TMĐK (\*) loại ) (0,25đ)

Vậy x = 0 thì M nhận giá trị nguyên.

b\_



Có  (0,5đ)

 (0,25đ)





 (0,75đ)

Với x = 1.Ta có 

Vậy với x = 1 thì P = 2014

**Câu 2:** (4 điểm)

|  |  |
| --- | --- |
| a. (  ⬄  (1)  Đặt  (1) ⬄ ( y + 1)(y – 1 ) – 24 = 0  ⬄ y2 – 25 = 0  ⬄  ⬄  Chứng tỏ  Vậy nghiệm của phương trình :  b. Ta có  pt trở thành :  ⬄ | **0,25 đ**  **0,25 đ**  **0,5 đ**  **0,5 đ**  **0,25 đ**  **0,5 đ**  **0,5 đ**  **0,25 đ**  **0,25 đ**  **0,5 đ**  **0,25 đ** |

**Câu 3:** (4 điểm)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a | Cho hai số dương thỏa mãn: x + y =1.  Tìm GTNN của biểu thức: M =  M = =    Ta có:  \* Ta có:  (1) \* (2)  Từ (1) và (2)  Vậy M =  Dấu “=” xảy ra  (Vì x, y > 0)  Vậy min M =  tại x = y = | ***2đ***  0,5  0, 5  0,5  0,25  0,25  0,5 |
| b | Cho x, y là các số dương thỏa mãn:  Chứng minh rằng: | ***2đ*** |
|  | Áp dụng BĐT  (với a, b > 0)    Ta có:    Tương tự:    cộng vế theo vế, ta có: | ***0.5***  ***0,5***  ***0,5***  ***0,5***  ***0,5*** |

**Caai 4: (5 điểm)**

|  |  |
| --- | --- |
| BA là đường cao của tam giác BPQ suy ra H thuộc BA  Nối OE, BEF vuông tại B; BA EF nên AB2 = AE. AF    VậyAEO ABQ(c.g.c). Suy ra  mà  (góc có các cạnh tương ứng vuông góc) nên , mà hai góc đồng vị => PH // OE.  Trong AEO có PE = PA (giả thiết); PH// OE suy ra H là trung điểm của OA.  2. Ta cã:      Ta cã:    Suy ra:  Do ®ã:  khi vµ chØ khi:  (v×  lµ gãc nhän)  Khi đó CD vuông góc với AB  3. Ta có ACB và ADB nội tiếp đường tròn (O) có AB là đường kính nên  => ADBC là hình chữ nhật.  Ta có: CD2 = AB2 = AE. AF => CD4 = AB4 = AE2. AF2  = (EC.EB)(DF.BF)=(EC.DF)(EB.BF)= EC.DF.AB.EF  AB3 = CE.DF.EF. Vậy CD3 = CE.DF.EF  Ta có: | 0,25  .  0,75đ.  0,75đ.  0,25đ  .  0,75đ.  0,5đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ |

**Câu 5**: Giả sử n4 +n3 + 1 là số chính phương vì n4 +n3 + 1> n4 = (n2)2





Mà  hoặc

Nếu 

Thử lại  ( thỏa mãn)

Khi K

 mâu thuẫn với điều kiện  (**1đ**)

Vậy n = 2