**Bài 3. Parabol**

Từ khóa: **Parabol; Trục đối xứng; Đỉnh; Bán kính qua tiêu; Tâm sai.**

Mặt cắt của gương phản chiếu của một đèn pha là một parabol (*P*) với tim của bóng đèn đặt tại tiêu điểm *F*. Làm thế nào để tìm khoảng cách từ *F* đến một điểm trên gương khi biết phương trình chính tắc của (*P*)?

**1. Tính đối xứng của đường parabol**

**Ôn tập về parabol**

Ta đã biết parabol (*P*) với phương trình chính tắc *y*2 = 2*px* có ***tiêu điểm*** *F*$\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và có ***đường chuẩn*** $∆: x=-\frac{p}{2}$.

Parabol (*P*) nhận *Ox* làm ***trục đối xứng***.

Giao điểm của parabol (*P*) và trục đối xứng của nó gọi là ***đỉnh*** của parabol.

***Chú ý:*** a) Với mọi điểm *M*(*x*; *y*) thuộc parabol (*P*): *y*2 = 2*px* (với *p* > 0 ) ta đều có *x* $\geq $ 0, suy ra (*P*) thuộc nửa mặt phẳng tọa độ có *x* $\geq $ 0.

b) Vì $-\frac{p}{2}$ < 0 nên đường chuẩn của parabol không có điểm chung với parabol đó.

Chứng tỏ rằng nếu điểm *M*(*x*0; *y*0) nằm trên parabol (P) thì điểm *M*(*x*0; -*y*0) cũng nằm trên parabol (P).

Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn gọi là ***tham số*** của parabol.

***Chú ý:*** Khác với elip và hypebol, đường parabol chỉ có một trục đối xứng, một đỉnh và không có tâm đối xứng.

***Ví dụ 1***

Tìm tọa độ tiêu điểm, tọa độ đỉnh, phương trình đường chuẩn và trục đối xứng của parabol (P): *y*2 = 4*x*.

***Giải***

Ta có 2*p* = 4, suy ra *p* = 2. Vậy (*P*) có tiêu điểm *F*(1; 0), đỉnh *O*(0; 0), đường chuẩn $∆: x=-1$ và nhận trục *Ox* làm trục đối xứng.

 Tìm tọa độ tiêu điểm, tọa độ đỉnh, phương trình đường chuẩn và trục đối xứng của các parabol sau:

a) (*P*1): *y*2 = 2*x*; b) (*P*2): *y*2 = *x*; c) (*P*­3): *y*2 = $\frac{1}{5}$*x*.

Trong mặt phẳng *Oxy*, cho điểm *A*(2; 0) và đường thẳng *d*: *x*+2=0. Viết phương trình của đường (*L*) là tập hợp các tâm *J*(*x*; *y*) của các đường tròn (*C*) thay đổi nhưng luôn đi qua *A* và tiếp xúc với *d*.

**2. Bán kính qua tiêu và tâm sai của parabol**

Cho điểm *M*(*x*; *y*) trên parabol (*P*): *y*2 = 2*px* (Hình 2): Tính khoảng cách từ điểm *M* đến tiêu điểm *F* của (*P*).

Cho điểm *M* trên parabol (*P*) có tiêu điểm *F* và đường chuẩn $∆$. Ta gọi đoạn *FM* là ***bán kính qua tiêu*** của điểm *M* và gọi tỉ số *e* = $\frac{FM}{d(M; ∆)}$ là ***tâm sai*** của parabol (*P*).

Mọi parabol đều có tâm sai *e* = 1 và parabol chính tắc (*P*): *y*2 = 2*px* có độ dài bán kính qua tiêu của điểm *M*(*x*; *y*) là *FM* = *x* + $\frac{p}{2}$.

***Ví dụ 2***

Tính bán kính qua tiêu của điểm *M*(1; 2) trên parabol (*P*): *y*2 = 4*x*.

***Giải***

Ta có 2*p* = 4, suy ra *p* = 2. Vậy độ dài bán kính qua tiêu của điểm *M*(1; 2) là:

*FM* = *x* + $\frac{p}{2}$ = 1 + $\frac{2}{2}$ = 2.



Tính bán kính qua tiêu của điểm dưới đây trên parabol tương ứng:

a) Điểm *M*1(1; -4) trên (*P*1): *y*2 = 16*x*;

b) Điểm *M*2(3; -3) trên (*P*2): *y*2 = 3*x*;

c) Điểm *M*3(4; 1) trên (*P*3): *y*2 = $\frac{1}{4}$*x*.

Một cổng có dạng một đường parabol (*P*). Biết chiều cao của cổng là 7,6 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 9 m. Người ta muốn treo một ngôi sao tại tiêu điểm *F* của (*P*) bằng một đoạn dây nối từ đỉnh *S* của cổng. Tính khoảng cách từ tâm sao đến đỉnh cổng.

Mặt cắt của một chảo ăng-ten có dạng một parabol (*P*) có phương trình chính tắc *y*2 = 0,25*x*. Biết đầu thu tín hiệu của chảo ăng-ten đặt tại tiêu điểm *F* của (*P*). Tính khoảng cách từ điểm M(0,25; 0,25) trên ăng-ten đến *F*.

**BÀI TẬP**

**1.** Tìm tọa độ tiêu điểm và phương trình đường chuẩn của các parabol sau:

a) (*P*1): *y*2 = 7*x*; b) (*P*2): *y*2 = $\frac{1}{3}$*x*; c) (*P*­3): *y*2 = $\sqrt{2}$*x*.

**2.** Tính bán kính qua tiêu của điểm đã cho trên các parabol sau:

a) Điểm *M*1(3; -6) trên (*P*1): *y*2 = 12*x*;

b) Điểm *M*2(6; 1) trên (*P*2): *y*2 = $\frac{1}{6}$*x*;

c) Điểm *M*3($\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$) trên (*P*3): *y*2 = $\sqrt{3}$*x*.

**3.** Trong mặt phẳng *Oxy*, cho điểm *A*$\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ và đường thẳng *d*: *x* + $\frac{1}{4}$ = 0. Viết phương trình của đường (*P*) là tập hợp tâm *M*(*x*; *y*) của các đường tròn (*C*) di động nhưng luôn luôn đi qua A và tiếp xúc với *d*.

**4.** Cho parabol (*P*). Trên (*P*) lấy hai điểm *M*, *N* sao cho đoạn thẳng *MN* đi qua tiêu điểm *F* của (*P*). Chứng minh rằng khoáng cách từ trung điểm *I* của đoạn thẳng *MN* đến đường chuẩn $∆$ của (*P*) bằng $\frac{1}{2}$*MN* và đường tròn đường kính *MN* tiếp xúc với $∆$.

**5.** Hãy so sanh bán kính qua tiêu của điểm *M* trên parabol (*P*) với bán kính của đường tròn

tâm *M*, tiếp xúc với đường chuẩn của (*P*).

**6.** Một sao chổi *A* chuyển động theo quỹ đạo có dạng một parabol (*P*) nhận tâm Mặt Trời là tiêu

điểm. Cho biết khoảng cách ngắn nhất giữa sao chổi *A* và tâm Mặt Trời là khoảng 112 km.

a) Viết phương trình chính tắc của parabol (*P*).

b) Tính khoảng cách giữa sao chổi *A* và tâm Mặt Trời khi sao chổi nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm và vuông góc với trục đổi xứng của (*P*).

**7.** Mặt cắt của gương phản chiếu của một đèn pha có dạng một parabol (*P*) có phương trình chính tắc *y*2 = 6*x*. Tính khoảng cách từ điểm *M*$\left(1; \sqrt{6}\right)$ trên gương đến tiêu điểm của (*P*). (với đơn vị trên hệ trục toạ độ là xentimét).