**HÌNH HỌC 12 – CHƯƠNG 2**

**§2. MẶT CẦU**

Thời lượng dự kiến: 4 tiết

Facebook GV1 soạn bài: Trang Đài.

Facebook GV2 soạn bài: Kim Liên.

Facebook GV3 chuẩn hóa:Quynh Anh

**A. PHẦN KIẾN THỨC CHÍNH**

**I. Mặt cầu và các khái niệm liên quan đến mặt cầu**

**I.1. Mặt cầu**

**Câu hỏi:** Nêu định nghĩa đường tròn trong mặt phẳng?

**Trả lời:** Đường tròn là tập hợp tất cả những điểm  trong mặt phẳng cách đều một điểm  cố định một khoảng không đổi .

**Câu hỏi:** Cho đường tròn tâm  bán kính  và điểm  bất kì. Nêu các vị trí tương đối của điểm  với đường tròn ?

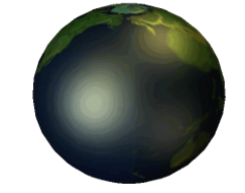
**Trả lời:** Có ba vị trí tương đối của điểm  với đường tròn .

Nếu  thì điểm  nằm ngoài đường tròn.

Nếu  thì điểm  nằm trên đường tròn.

Nếu  thì điểm  nằm trong đường tròn.

Quan sát một số hình ảnh:



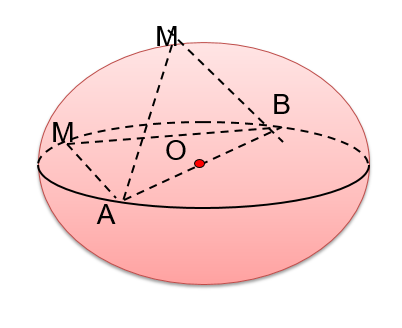


****

**Định nghĩa mặt cầu:** Tập hợp các điểm trong không gian cách điểm cố định một khoảng gọi là mặt cầu tâm , bán kính , kí hiệu là: . Khi đó

**Chú ý:**

\* Nếu 2 điểm , nằm trên mặt cầu thì đoạn thẳng được gọi là dây cung của mặt cầu . Dây cung đi qua tâm được gọi là một đường kính của mặt cầu

\* Một mặt cầu hoàn toàn được xác định nếu biết tâm và bán kính của nó hoặc biết một đường kính của mặt cầu đó.

**Ví dụ (Bài 1/ 49). Tìm tập hợp các điểm trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng cố định dưới một góc vuông.**

**Giải:** Tập hợp các điểm trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng cố định dưới một góc vuông là mặt cầu đường kính .

**I.2. Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu**

**Câu hỏi:** Cho mặt cầuvà một điểmbất kì. Quan sát hình vẽ hãy cho biết trong không gian, có bao nhiêu vị trí tương đối giữa điểm và mặt cầu ?

**Trả lời:** Có 3 vị trí tương đối

**Kết luận:** Cho mặt cầuvà một điểmbất kì. Khi đó:

A

A

A

B

O

* Nếu . Khi đó gọi là bán kính mặt cầu. Nếu và là hai bán kính sao cho thì đoạn thẳng gọi là một đường kính của mặt cầu.
* Nếu nằm trong mặt cầu.
* Nếu nằm ngoài mặt cầu.

Khối cầu là tập hợp tất cả các điểm sao cho .

**Câu hỏi:** Dựa vào kiến thức đã học về các khối đa diện đã được học và định nghãi về mặt cầu Theo em khối cầu là gì?

**Định nghãi khối cầu:** Tập hợp các điểm thuộc mặt cầu cùng với các điểm nằm trong mặt cầu đó được gọi là khối cầu tâm bán kính .

**I.3. Biểu diễn mặt cầu:**

Hình biểu diễn của mặt cầu là một hình tròn.

Để trực quan người ta vẽ thêm hình biểu diễn của một số đường tròn nằm trên mặt cầu đó.

**II. Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu (Hướng dẫn tự học)**

Cho mặt cầuvà một . Gọi là khoảng cách từ tâm của mặt cầu đến và là hình chiếu của trên .

* Nếu cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn nằm trên có tâm là và bán kính (hình a).

Đặc biệt khi mặt phẳng cắt mặt cầu theo một đường tròn lớn có bán kính và được gọi là mặt phẳng kính

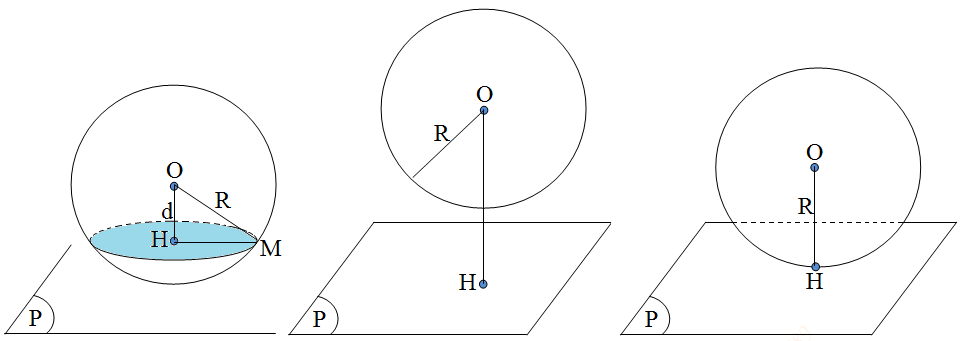
* Nếu không cắt mặt cầu (hình b).
* Nếu có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu tiếp xúc .

Điểm : Tiếp điểm của mặt cầu và mặt phẳng .

: Mặt phẳng tiếp xúc hay tiếp diện của mặt cầu.

Vậy: + tiếp xúc với mặt cầu tại điểm vuông góc tại điểm .

+ tiếp xúc với mặt cầu . (hình c)

****

d

d =

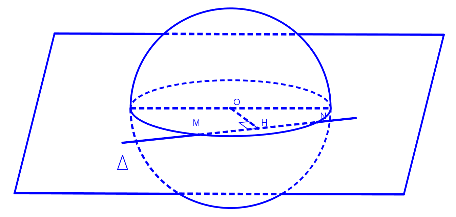
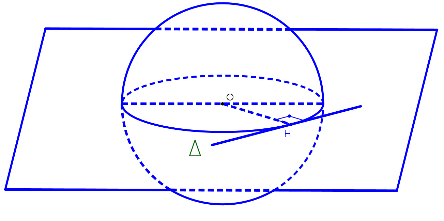
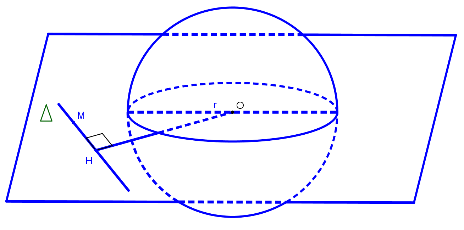
Hình a Hình b Hình c

**III. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu (Hướng dẫn tự học)**

Cho mặt cầuvà một đường thẳng . Gọi là hình chiếu của trên đường thẳng vàlà khoảng cách từ tâmcủa mặt cầu đến đường thẳng . Khi đó:

* Nếu không cắt mặt cầu.
* Nếu cắt mặt cầutại hai điểm phân biệt.
* Nếu và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳngtiếp xúc với mặt cầu là. Khi đó H được gọi là tiếp điểm và được gọi là tiếp tuyến của mặt cầu S.

Đặc biệt, khi thì đường thẳng  đi qua tâm và cắt mặt cầu tại hai điểm . Khi đó là đường kính của mặt cầu.

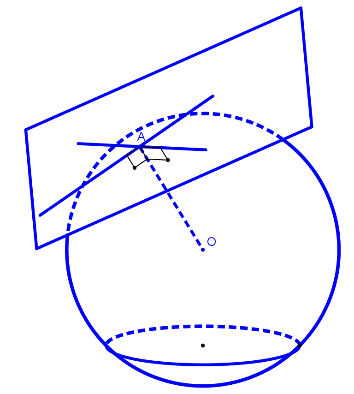
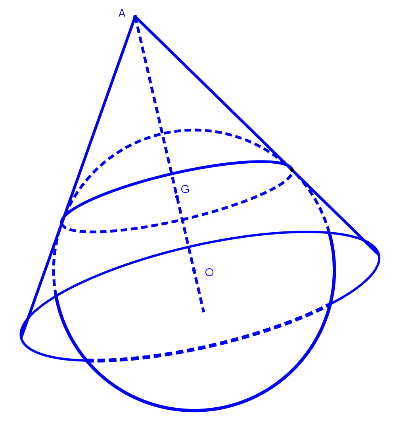


|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| và không có điểm chung | tiếp xúc tại | cắt tại 2 điểm PB |

**Nhận xét**:

a) Qua một điểm nằm trên mặt cầu có vô số tiếp tuyến của mặt cầu đó. Tất cả các tiếp tuyến này đều vuông góc với bán kính của mặt cầu tại và đều nằm trên mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu tại điểm đó.

b) Qua một điểm nằm ngoài mặt cầu có vô số tiếp tuyến với mặt cầu đã cho. Các tiếp tuyến này tạo thành một mặt nón đỉnh . Khi đó độ dài các đoạn thẳng kẻ từ đến các tiếp điểm đều bằng nhau.

**Chú ý.**

+ Mặt cầu nội tiếp hình đa diện nếu mặt cầu đó tiếp xúc với tất cả các mặt của hình đa diện.

+ Mặt cầu ngoại tiếp hình đa diện nếu tất cả các đỉnh của hình đa diện đều nằm trên mặt cầu. Khi mặt cầu nội tiếp (ngoại tiếp) hình đa diện, người ta cũng nói hình đa diện ngoại tiếp (nội tiếp) mặt cầu.

**IV. Công thức tính diện tích và thể tích mặt cầu**

• Diện tích mặt cầu: .

• Thể tích mặt cầu: .

**Ví dụ:**

**Ví dụ 1:** Một mặt cầu có bán kính bằng . Tính diện tích , thể tích của mặt cầu .

**Giải:**

Ta có diện tích của mặt cầu là .

Ta có thể tích của mặt cầu là .

**Ví dụ 2:** Cho khối cầu có thể tích bằng (). Diện tích mặt cầu bằng bao nhiêu?

**Giải:**

Thể tích khối cầu bằng .

Vậy diện tích mặt cầu là: .

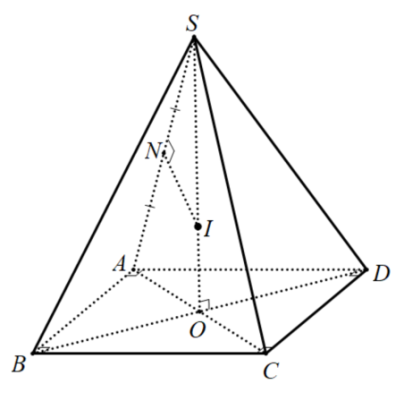
**Ví dụ 3:** Thể tích của khối cầu có diện tích mặt cầu bằng .

**Giải:**

Ta có: .

**B. LUYỆN TẬP**

**I. Chữa bài tập SGK**

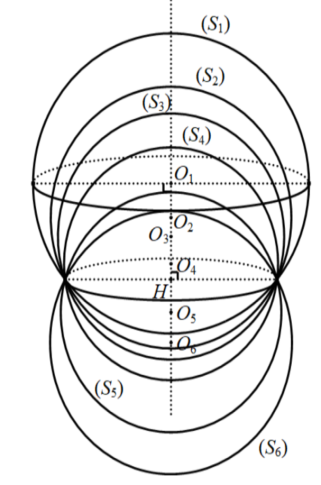
**Bài 2 /49. Cho hình chop đều có tất cả các cạnh đều bằng . Hãy xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chop đó.**

Gọi là tâm của đáylà trục của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Trong mặt phẳng xác định bởivà một cạnh bên , ta vẽ đường trung trực của cạnh và cắt tại là tâm của mặt cầu.

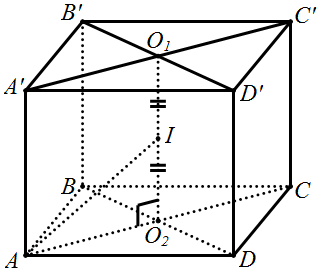
Ta có: Bán kính là

**Bài 3 /49. Tìm tập hợp tâm mặt cầu luôn chứa một đường tròn cố định cho trước**

****

Gọi là tâm của mặt cầu chứa đường tròn cố định cho trước, như vậy phải cách đều tất cả các điểm thuộc đường tròn , suy ra nằm trên đường thẳng đi qua tâm của đường tròn và vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn .

**Bài 4 /49. Tìm tập hợp tâm những mặt cầu luôn cùng tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác cho trước.**

Cho , gọi là đường tròn nội tiếp , O là tâm đường tròn nội tiếp của tiếp xúc ba cạnh của .

Gọi I là tâm mặt cẩu chứa đường tròn . Suy ra tiếp xúc ba cạnh của , I cách đều tất cả các điểm M nằm trên

Vậy tâm I nằm trên trục đường tròn nội tiếp (là đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng chứa ).

**Bài 7 /49.** Cho hình hộp chữ nhật có

1. Hãy xác định tâm và bán kính mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật.
2. Tính bán kính của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng với mặt cầu trên.

**Giải:**

1. Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy hình hộp chữ nhậy. Suy ra là trục đường tròn ngoại tiếp hai đa giác đáy.

Gọi là trung điểm của . Suy ra:

-Trung điểm của là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

-Bán kính: .(bằng một nửa đường chéo của hình hộp chữ nhật)

**Ghi nhớ:** Gọi là đường chéo hình hộp chữ nhật, lần lượt là chiều dài, chiều rộng của đáy, là chiều cao của hình hộp .

Đối với hình lập phương cạnh .

1. Bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng với mặt cầu trên là

**Bài 10 /49.** Cho hình chóp có 4 đỉnh đều nằm trên một mặt cầu, và 3 cạnh đôi môt vuông góc. Tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu được tạo nên bởi mặt cầu đó.

**Giải:**

Hình chóp có 3 cạnh đôi môt vuông góc, lần lượt có độ dài là sẽ nội tiếp cùng một mặt cầu với hình hộp chữ nhật có 3 kích thước là . Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp là .

Diện tích mặt cầu

Thể tích khối cầu

**II. Bài tập trắc nghiệm**

**Câu 1. [Mức độ 1]**Cho mặt cầu . Chọn khẳng định **đúng**.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2. [Mức độ 1]**Chọn phát biểu **sai**.

**A.** Một mặt cầu được xác định nếu biết đường kính của nó.

**B.** Một mặt cầu được xác định nếu biết dây cung của nó.

**C.** Một mặt cầu được xác định nếu tâm và một điểm thuộc mặt cầu đó.

**D.** Một mặt cầu được xác định nếu biết tâm và bán kính của nó.

**Lời giải**

Một mặt cầu hoàn toàn xác định khi xác định được tâm và bán kính, từ đó ta có đáp án B.

**Chọn B**

**Câu 3. [Mức độ 1]**Gọi là mặt cầu tâm , bán kính ; là khoảng cách từ đến mặt phẳng với . Khi đó, số điểm chung giữa và là:

**A.** 2. **B.** vô số. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

Khi thì mặt cầu cắt mặt phẳng theo một đường tròn, do đó có vô số điểm chung.

**Chọn B**

**Câu 4. [Mức độ 1]]** Khối cầu có bán kính có thể tích bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**•** Thể tích khối cầu

**Chọn C**

**Câu 5. [Mức độ 1]**Thể tích của khối cầu có diện tích mặt cầu bằng .

**A. B. C. D.**

**Lời giải**

Ta có:

• .

.

**Chọn B**

**Câu 6. [Mức độ 1]** Một hình cầu có thể tích bằng ngoại tiếp một hình lập phương.

Thể tích của khối lập phương đó là

A.. **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Kí hiệu độ dài là cạnh của hình lập phương

Khi đó, bán kính của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương là .

Do thể tích hình cầu là nên ta có .

Vậy thể tích khối lập phương là

**Chọn A**

**Câu 7. [Mức độ 1]**Cho mặt cầu và mặt phẳng . Gọi là khoảng cách từ đến mặt phẳng . Chọn phát biểu **đúng**.

**A.** Nếu và thì mặt phẳng cắt mặt cầu .

**B.** Nếu và thì mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu .

**C.** Nếu và thì mặt phẳng và mặt cầu không có điểm chung.

**D.** Nếu và thì mặt phẳng cắt mặt cầu theo đường tròn giao tuyến có bán kính là .

**Lời giải**

Dễ thấy sai.

D sai vì khi đó bán kính đường tròn giao là .

**Chọn A**

**Câu 8. [Mức độ 1]**Để một hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp thì hình lăng trụ đó phải là:

**A.** Hình lăng trụ bất kì.

**B.** Hình lăng trụ đứng.

**C.** Hình lăng trụ đứng và có đáy lăng trụ là một đa giác nội tiếp một đường tròn.

**D.** Hình lăng trụ đứng và có đáy lăng trụ là một đa giác ngoại tiếp một đường tròn.

**Lời giải**

Để một hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp thì hình lăng trụ đó phải làHình lăng trụ đứng và có đáy lăng trụ là một đa giác nội tiếp một đường tròn.

**Chọn C**

**Câu 9. [Mức độ 1]**Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

**A.** Mọi hình hộp đều có mặt cầu ngoại tiếp.

**B.** Mọi hình hộp đứng đều có mặt cầu ngoại tiếp.

**C.** Mọi hình hộp có một mặt bên vuông góc với đáy đều có mặt cầu ngoại tiếp.

**D.** Mọi hình hộp chữ nhật đều có mặt cầu ngoại tiếp.

**Lời giải**

Đáp án : Sai vì hình hộp có đáy không nội tiếp đường tròn thì không có mặt cầu ngoại tiếp.

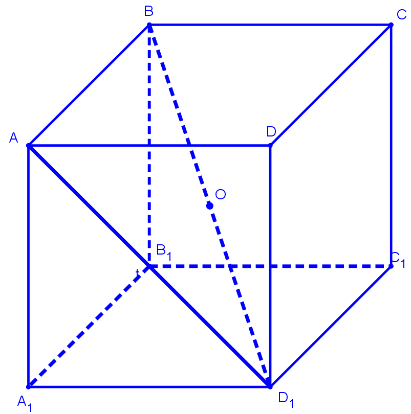
Đáp án đúng vì hình chữ nhật có đường tròn ngoại tiếp.

**Chọn D**

**Câu 10. [Mức độ 2]**Tính bán kính của mặt cầu **ngoại tiếp** một hình lập phương có cạnh bằng .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Dễ thấy tâm hình lập phương cách đều các đỉnh của nó nên chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương. Do đó ta có bán kính của mặt cầu đó là: **Chọn D**

**Câu 11. [Mức độ 2]**ba điểm phân biệt không thẳng hàng. Tập hợp tâm của các mặt cầu thỏa mãn điều kiện đi qua hai điểm là:

**A.** Đường thẳng trung trực của . **B.** Đường tròn đường kính .

**C.** Đường tròn ngoại tiếp . **D.** Mặt phẳng trung trực của .

**Lời giải**

Mặt cầu đi qua hai điểm có tâm cách đều hai điểm đó. Trong không gian, tập hợp các điểm cách đều hai điểm cho trước chính là mặt phẳng trung trực .

**Chọn D**

**Câu 12. [Mức độ 2]**Cho hình lập phương cạnh . là tâm của hình lập phương. Xét mặt cầu tâm bán kính . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.** Điểm nằm trên . **B.** Điểm nằm ngoài.

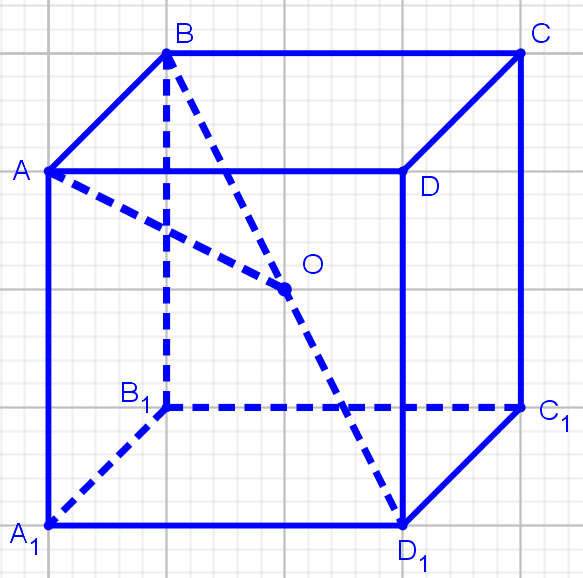
**C.** Điểm nằm trong . **D.** Điểm nằm trong.

**Lời giải**

+ nên nằm ngoài , loại .

+ nên nằm ngoài mặt cầu

. **Chọn B**

**Câu 13. [Mức độ 2]**

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng là:

**A. B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

****

Giả sử hình bát diện đều như hình vẽ. khi đó Bán kính mặt cầu . .

Thể tích của khối cầu .

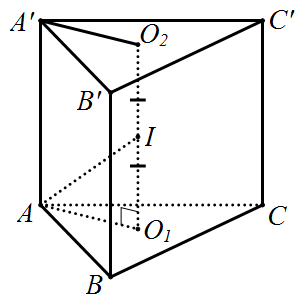
**Chọn C**

**Câu 14. [Mức độ 2]**Cho hình lăng trụ tam giác đềucó tất cả các cạnh đều bằng .

Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.**

**Lời giải**



Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy. Suy ra:

-Trung điểm của là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ

-Ta có đều

-Bán kính:

-Diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là : .

**Chọn C**

**Câu 15. [Mức độ 3]** Cho hình chóp có đáy là hình thoi cạnh , , tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

**A.**  **B. C. D.**

**Lời giải**



Do suy ra đều

nên là tâm đường tròn ngoại tiếp .

Gọi M là trung điểm của, G là trọng tâm của .

Qua kẻ , và qua kẻ

Gọi .

Ta có

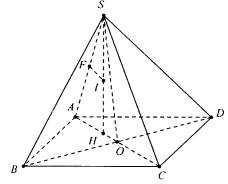
Khi đó là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính .

**Chọn C**

**Câu 16. [Mức độ 3]**Cho hình chóp có đáy là hình thoi cạnh , và . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính bằng và . Thể tích khối chóp là

**A.** . **B.**. **C.**. **D.**.

**Lời giải**



Từ giả thiết suy ra ABD là tam giác đều nên là hình chóp đều. Gọi là trọng tâm tam giác thì vuông góc (ABCD). Gọi O là tâm ABCD.

Trung trực của SA trong (SAH) cắt SH tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp S.ABD.

suy ra: mà

Ta có phương trình:

Suy ra: hay

Thể tích S.ABCD là:

**Chọn B**

**Câu 17. [Mức độ 3]**Cho hình chóp có đáy là tam giác vuông tại . Biết , , , góc giữa và bằng . Vị trí tương đối giữa mặt cầu tâm , bán kính với mặt phẳng là:

**A.** Tiếp xúc. **B.** Không có điểm chung.

**C.** Cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. **D.** Cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Lời giải**

Ta có: ;

Gọi là hình chiếu của trên , ta chứng minh được .

Ta có:

Vậy Mp tiếp xúc mặt cầu .

**Chọn A**

**Câu 18. [Mức độ 3]** Cho hình chóp có đáy là tam giác vuông tại .Biết , , góc giữa và bằng . Mặt cầu cắt mặt phẳng theo giao tuyến là một đường tròn . Tính bán kính của.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có: .

Gọi là hình chiếu của trên , ta chứng minh được .

Ta có:

Vậy Mp cắt mc theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính

.

**Chọn B**

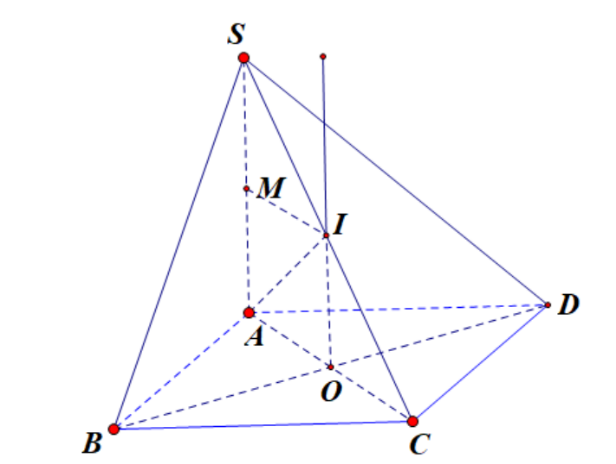
**Câu 19. [Mức độ 4]** Cho hình chóp có đáy là hình chữ nhật , ,

cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng và mặt phẳng đáy

bằng . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

.

; .

.

Gọi là giao điểm của hai đường chéo và , cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy, là đường thẳng đi qua và song song với . Mặt phẳng trung trực của cắt tại là trung điểm của . Vậy là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

.

.

**Chọn D**

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN (phần này không làm PPT)**

1. **[Mức độ 1]**Tính diện tích mặt cầu biết bán kính mặt cầu đó là .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Ta có: .

**Chọn A**

1. **[Mức độ 1]**Diện tích của mặt cầu có thể tích là bằng

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Thể tích khối cầu là .Do đó bán kính mặt cầu là

**Chọn C**

**Câu 3. [Mức độ 1]**Cho mặt cầu và đường thẳng Δ. Gọi là hình chiếu vuông góc của lên đường thẳng . Chọn khẳng định **sai**.

**A.** Nếu thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.

**B.** Nếu thì đường thẳng Δ và mặt cầu không có điểm chung.

**C.** Nếu thì đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu tại .

**D.** Nếu thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 4. [Mức độ 1]** Một khối cầu có bán kính thì có thể tích bằng bao nhiêu?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Thể tích của khối cầu .

**Chọn C**

**Câu 5. [Mức độ 1]** Diện tích của mặt cầu có bán kính bằng . Một hình hộp chữ

nhật có ba kích thước là . Gọi là mặt cầu đi qua 8 đỉnh của hình hộp chữ nhật đó.

Tâm của mặt cầu là:

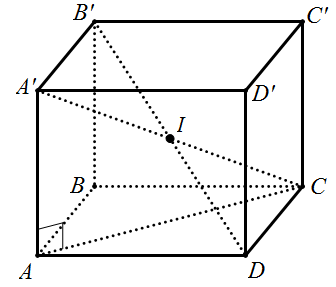
**A.** Một đỉnh bất kì của hình hộp chữ nhật.

**B.** Tâm của một mặt bên của hình hộp chữ nhật.

**C.** Trung điểm của một cạnh của hình hộp chữ nhật.

**D.** Tâm của hình hộp chữ nhật.

**Lời giải**



Tâm của hình hộp chữ nhật cách đều 8 đỉnh của hình hộp, nên tâm của mặt cầu chính là tâm của hình hộp chữ nhật.

**Chọn D**

**Câu 6. [Mức độ 1]**Cho mặt cầu có tâm bán kính và mặt phẳng cắt theo một đường tròn có bán kính . Kết luận nào sau đây là **sai**?

**A.** Tâm của là hình chiếu vuông góc của trên .

**B.** là giao tuyến của và .

**C.** Khoảng cách từ đến bằng 4.

**D.**là đường tròn lớn của mặt cầu .

**Lời giải**

Dễ thấy các kết luận đúng.

Khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng là: , do đó đúng.

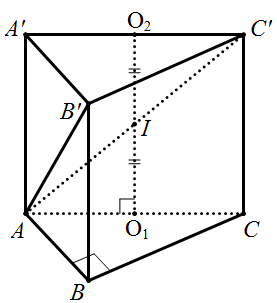
Đường tròn có bán kính nên không phải là đường tròn lớn của .

**Chọn D**

**Câu 7. [Mức độ 2]** Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông tại , góc . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



+Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy.

+Vì tam giác vuông tại nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy là trung điểm của cạnh huyền , tương tự ta có Trung điểm của là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ

+Ta có

+

+

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp lăng trụ là: .

**Chọn B**

**Câu 8. [Mức độ 2]** Cho hình chóp , . Tam giác vuông tại ,

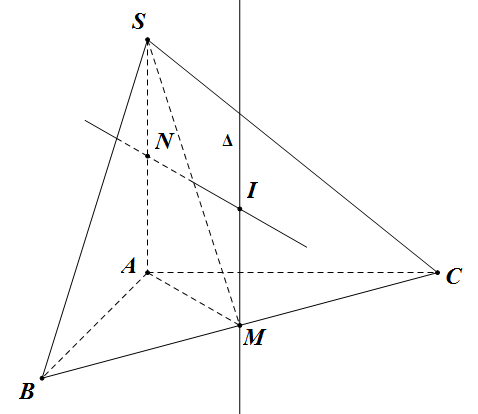
. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

Gọi là trung điểm . Gọi là đường thẳng đi qua và vuông góc với . Khi đó, là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Gọi là trung điểm , dựng đường thẳng đi qua song song với và cắt tại . Khi đó, là đường trung trực của đoạn .

.

Từ và , suy ra hay là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp , bán kính mặt cầu ngoại tiếp là.

.

**Chọn A**

**Câu 9. [Mức độ 2]**Tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

****

Gọi là giao của hai đường chéo của hình lập phương ; là trung điểm của .

Gọi là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương . Khi đó mặt cầu có tâm là điểm và bán kính .

**Chọn A**

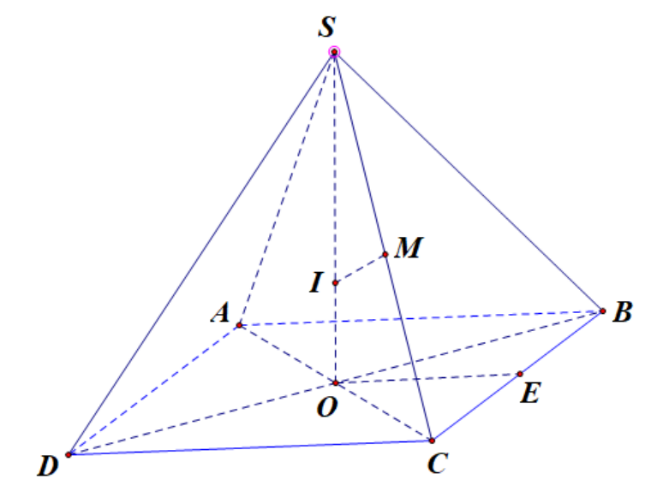
**Câu 10. [Mức độ 2]** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng Tính thể tích của

khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên.

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

.

Gọi là trung điểm của , từ vẽ đường thẳng vuông góc cắt tại I.

Vì nên .

Vì nằm trên mặt phẳng trung trực SC nên .

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

Ta có: ; .

Ta có: .

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: .

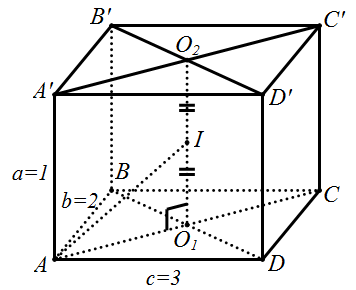
**Chọn D**

**Câu 11. [Mức độ 2]** Cho hình hộp chữ nhật có kích thức .

Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



**Cách 1:**

Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy. Suy ra:

-Trung điểm của là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp

-Bán kính:

-Suy ra .

**Cách 2:**

Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp cũng là trung điểm của một đường chéo (giao các đường chéo) của hình hộp

Hình hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh dài, rộng, cao là

Suy ra .

**Chọn C**

**Câu 12. [Mức độ 2]**Cho hình chóp có đáy là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng

, cạnh có độ dài bằng và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại

tiếp hình chóp ?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Gọi là trung điểm của , ta có các tam giác , , là các tam giác vuông có cạnh huyền nên các đỉnh , , , , cùng nằm trên mặt cầu đường kính có tâm , bán kính .

**Chọn A**

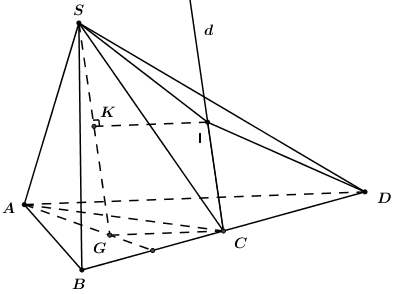
**Câu 13. [Mức độ 3]** Cho hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều cạnh cạnh

Gọi là điểm đối xứng của qua Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp

hình chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

.

Gọi là trọng tâm tam giác thì .

Do nên là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Qua kẻ đường thẳng song song thì là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Gọi là tâm mặt cầu cần tìm, đặt .

Kẻ .

.

Ta có .

Vậy tâm cầu được xác định, bán kính mặt cầu là .

**Chọn A**

**Câu 14. [Mức độ 3]**Cho hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh . và . Vị trí tương đối giữa mặt cầu tâm , bán kính với mặt phẳng là:

**A.** Tiếp xúc. **B.** Không có điểm chung.

**C.** Cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn. **D.** Cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn lớn.

**Lời giải**

Gọi là trung điểm , là hình chiếu của trên ,

Ta chứng minh được .

Ta có:

Vậy mặt phẳng và mặt cầu không có điểm chung.

**Chọn B**

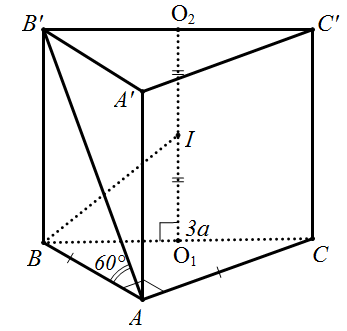
**Câu 15. [Mức độ 3]** Cho hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân tại

. Góc giữa đường chéo của mặt bên với mặt đáy bằng . Tính bán

kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy.

+ Vì tam giác vuông tại nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy là trung điểm của cạnh huyền , tương tự ta có Trung điểm của là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, bán kính mặt cầu là

+Góc của đường và :

+

+

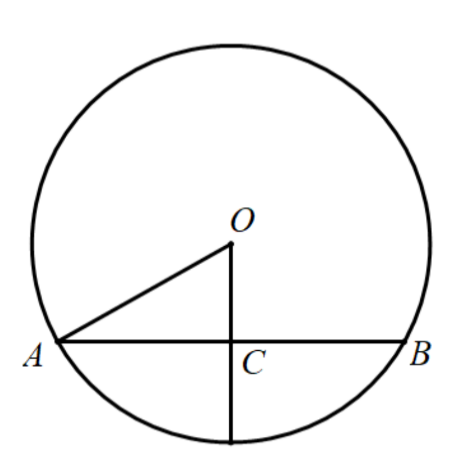
+

**Chọn B**.

**Câu 16. [Mức độ 4]** Một quả bóng nổi trên mặt hồ khi đóng băng. Khi lấy bóng lên (không làm vỡ bóng) bóng để lại một lỗ trũng bề ngang đo ở bề mặt trên cùng và sâu . Bán kính của quả bóng là:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Gọi biểu diễn chiều dài mặt hồ. Kẻ . Khi đó , .

Trong tam giác vuông ta có .

**Chọn A**

**Câu 17. [Mức độ 4]** Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh , tam giác đều

và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Gọi là trung điểm của , suy ra .

Gọi là trọng tâm tam giác và là tâm hình vuông .

Từ kẻ đường thẳng suy ra là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác và từ kẻ thì là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông .

Ta có hai đường này cùng nằm trong mặt phẳng và cắt nhau tại .

Suy ra là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

.

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp là .

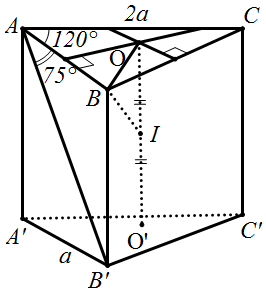
**Chọn A**

**Câu 18. [Mức độ 4]**Cho hình lăng trụ đứng , đáy là tam giác có ,

. Đường chéo của mặt bên tạo với đáy một góc . Tính bán kính của

mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .



+Gọi lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy như hình vẽ. Suy ra:

Trung điểm của là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ

Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là

+Góc của đường và :

+Định lý trong

+Gọi là bán kính đường tròn ngoại tiếp , theo định lý ta có:

+

+

.

**Chọn B**

**\*Lưu ý:** Cho tam giác

Định lý : , tương tự cho và

Định lý sin: , trong đó là bán kính đường tròn ngoại tiếp .

**Câu 19. [Mức độ 4]** Cho hình chóp có đáy là hình chữ nhật, tam

giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi lần lượt là trung điểm các

cạnh Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**



Gọi là trung điểm của . Suy ra là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

là đường thẳng qua và vuông góc với mặt đáy.

là hình chiếu của lên .

là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện . là hình chiếu của lên .

Đặt .

Ta có Suy ra .

.

.

Suy ra .

Vì là tâm mặt cầu ngoại tiếp nên:

**Chọn A**

**Câu 20. [Mức độ 4]** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng độ dài đường sinh bằng . Dãy hình

cầu thỏa mãn: tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của

hình nón tiếp xúc ngoài với và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón

tiếp xúc ngoài với và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón . Tính tổng thể

tích các khối cầu theo .

**A. B. C. D.**

**Lời giải**



Gọi lần lượt là tâm của mặt cầu và .

Gọi là trung điểm của . Khi đó ta có đều và .

Hạ , .

Xét có . Khi đó ta có

.

Chứng minh tương tự ta có ,….,.

Do đó dãy bán kính , ,…,,. lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với và công bội .

Suy ra dãy thể tích của các khối cầu , , …,,… lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với và công bội .

Vậy tổng thể tích của các khối cầu là: .

**Chọn A**