

1. MỞ ĐẦU

1.1. Lí do chọn đề tài:

Trong chương trình Toán ở THPT, chủ đề Tổ hợp – xác suất là một chủ đề mới được đưa vào trong những năm gần đây, trong đó xuất hiện nhiều thuật ngữ, ký hiệu, khái niệm mới. Vì thế đa số GV chưa có nhiều kinh nghiệm giảng dạy nội dung này. Đồng thời chưa có nhiều công trình nghiên cứu về những khó khăn và sai lầm mà học sinh THPT thường gặp. Thực tế cho thấy, đây là một chủ đề khó đối với HS và những bài toán thuộc chủ đề này cũng là những bài toán khó. Ngoài ra, GV chưa chú ý một cách đúng mức đến việc phát hiện, uốn nắn và sửa chữa sai lầm cho HS ngay trong giờ học Toán. Từ những lý do trên, tôi chọn nghiên cứu đề tài “*Khắc phục khó khăn và sai lầm thường gặp trong giải toán Tổ hợp – Xác suất cho học sinh Trung học phổ thông*” đã được vận dụng trong thực tế giảng dạy những năm qua và đem lại niềm yêu thích học tập bộ môn Toán cho học sinh.

1.2. Mục đích nghiên cứu:

Nghiên cứu một số khó khăn, sai lầm thường gặp ở học sinh THPT trong giải toán chủ đề Tổ hợp – Xác suất và đề xuất một số biện pháp khắc phục góp phần nâng cao chất lượng, hiệu quả dạy học chủ đề Tổ hợp – Xác suất, đặc biệt đối với những học sinh yếu kém.

1.3. Đối tượng nghiên cứu

Trong khuôn khổ đề tài này tôi chỉ chọn nghiên cứu những khó khăn, sai lầm thường gặp ở học sinh THPT trong giải toán chủ đề Tổ hợp – Xác suất và biện pháp khắc phục.

1.4. Phương pháp nghiên cứu

1.4.1 Phương pháp nghiên cứu lý luận: Tìm hiểu, nghiên cứu tài liệu về các vấn đề liên quan đến đề tài.

1.4.2 Phương pháp điều tra – quan sát: Quan sát, thăm dò thực trạng và điều tra theo các hình thức: Trực tiếp giảng dạy, dự giờ, phỏng vấn và các biện pháp khác.

1.4.3 Phương pháp thống kê toán học: Xử lý số liệu thu được sau quá trình giảng dạy.

- Làm sáng tỏ một số khó khăn và sai lầm thường gặp ở HS trong giải toán Tổ hợp – Xác suất. Đồng thời phân tích được những nguyên nhân dẫn đến những sai lầm đó và đề ra biện pháp khắc phục.

1.4.4. Những đóng góp về mặt thực tiễn:

- Kết quả Sáng kiến kinh nghiệm có thể sử dụng làm tài liệu tham khảo cho GV và HS trong quá trình giảng dạy và học tập chủ đề Tổ hợp – Xác suất ở trường THPT. Và làm cơ sở để phát triển những nghiên cứu sâu, rộng hơn về những vấn đề có liên quan đến SKKN.

2. NỘI DUNG

2.1. Cơ sở lý luận

Gần đây, vấn đề đổi mới phương pháp dạy học nói chung đang được bàn đến trên nhiều diễn đàn khác nhau. Người ta đã đề xuất, thử nghiệm nhiều phương pháp dạy học để nâng cao hiệu quả giờ dạy Toán. Nhìn chung, mối quan tâm của các nhà giáo dục đồng thời cũng là mối quan tâm của người thầy dạy Toán là làm thế nào để phát huy được tính chủ động sáng tạo của học sinh, gợi được niềm say mê học Toán của các em học sinh trong nhà trường hiện nay?! Đối tượng học sinh Trung học phổ thông của chúng ta có đặc điểm tâm sinh lý lứa tuổi là thích tìm hiểu, sáng tạo. Do đó, người thầy phải đóng vai trò là người dẫn đường tài ba để các em khám phá, sáng tạo. Bên cạnh đó, một trong những mục đích lớn nhất của giờ dạy và học Toán là làm sao tạo được sự hứng thú cho học sinh để giờ học Toán được nhẹ nhàng, thoải mái, sinh động chứ không cứng nhắc, không gượng ép đối với học sinh. Làm được những điều đó là người thầy đã đi đúng định hướng mà điều 24 Luật giáo dục do Quốc hội khóa X thông qua đã chỉ rõ: “phương pháp giáo dục phổ thông phải phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động sáng tạo của học sinh; phù hợp với đặc điểm từng lớp học, môn học, bồi dưỡng phương pháp tự học, rèn luyện kỹ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn, tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho học sinh”.

"Thống kê toán và Lý thuyết xác suất, chúng xâm nhập vào hầu hết các ngành khoa học tự nhiên và xã hội, các ngành kỹ thuật, vào quản lý kinh tế và tổ chức nền sản xuất, chúng có mặt trong công việc của mọi lớp người lao động : kỹ sư, bác sĩ, GV, công nhân, nông dân,..." [8]. V.I. Lenin đã đánh giá cao giá trị của thống kê: *"Thống kê kinh tế - xã hội là một trong những vũ khí hùng mạnh nhất để nhận thức xã hội"*.

Theo Nguyễn Bá Kim [11] thì *"Thống kê Toán và Lý thuyết xác suất lại có nhiều khả năng trong việc góp phần giáo dục thế giới quan khoa học cho học sinh"* và *"...một số tri thức cơ bản của Thống kê toán và Lý thuyết xác suất phải thuộc vào học vấn phổ thông..."*

2.2. Thực trạng của vấn đề

2.2.1 Thuận lợi, khó khăn

2.2.1.1 Thuận lợi

- *Đối với GV* : Có nhận thức đúng đắn về tầm quan trọng của nội dung Tổ hợp - Xác suất trong chương trình Toán THPT. Kiến thức của nội dung này được trình bày trong SGK đảm bảo tính logic,...

- *Đối với HS*: Nội dung Tổ hợp - Xác suất thường gắn liền với thực tiễn và thiết thực với cuộc sống nên thu hút được sự chú ý của HS.

2.2.1.2 Khó khăn

- *Đối với GV*: GV chưa có nhiều kinh nghiệm; Các bài tập trong nội dung này thường không có thuật giải chung cho từng dạng bài. Nội dung kiến thức còn tương đối nhiều trong một tiết dạy,...

- *Đối với HS*: HS chưa thật sự hiểu rõ bản chất các khái niệm, quy tắc, công thức, gặp khó khăn trong việc tìm ra phương pháp giải bài tập. Hệ thống bài tập SGK chưa thật sự phù hợp để giúp cho HS trong quá trình tự học của HS...

Vậy vấn đề là làm thế nào để gợi được hứng thú cho học sinh học tập môn Toán nói chung và giờ học về chủ đề “Tổ hợp- Xác suất” nói riêng, có thể mỗi giáo viên có những biện pháp và phương pháp khác nhau. Riêng tôi chỉ xin được trình bày một số những khó khăn, sai lầm thường gặp và biện pháp khắc phục mà theo tôi là cơ bản có tác động tích cực đến việc khơi dậy niềm say mê học tập của học sinh.

2.3. Những khó khăn và sai lầm thường gặp của học sinh THPT trong giải toán Tổ hợp - Xác suất

2.3.1. Một số khó khăn cơ bản của học sinh THPT trong giải toán Tổ hợp - Xác suất

2.3.1.1. Khó khăn do HS chưa có khả năng trực giác xác suất

Trực giác xác suất là trực giác Toán học được thể hiện trong nghiên cứu các tình huống Xác suất (được hiểu theo nghĩa rộng, bao gồm cả những tình huống trong các mô hình Toán học – Xác suất, lẫn những tình huống thực tiễn mang đặc trưng Xác suất).

Ví dụ 1.1: Chúng ta xem xét câu hỏi sau: Cần mời bao nhiêu người đến tham dự một buổi dạ hội sao cho xác suất để hai người trong số họ có cùng ngày sinh lớn hơn 50%?

Bằng trực giác, nhiều HS sẽ suy luận như sau: Một năm có 365 ngày (không tính năm nhuận), do đó có thể đoán rằng cần phải mời ít nhất 182 người (khoảng một nửa của 365) để có hai người có cùng ngày sinh. Tuy nhiên trên thực tế, từ quan điểm Toán học xác suất, chỉ cần 23 người khách mời là đủ.

2.3.1.2. Khó khăn do mối quan hệ giữa ngữ nghĩa và cú pháp của ngôn ngữ tổ hợp - xác suất

HS vẫn hay nhầm giữa kí hiệu với khái niệm được định nghĩa. Theo Nguyễn Bá Kim: “*Trong Toán học, người ta phân biệt cái kí hiệu và cái được kí hiệu, cái biểu diễn và cái được biểu diễn. Nếu xem xét phương diện những cái kí hiệu, những cái biểu diễn, đi vào cấu trúc hình thức và những quy tắc hình thức để xác định và biến đổi chúng, thì đó là phương diện cú pháp. Nếu xem xét những cái được kí hiệu, những cái được biểu diễn, tức là đi vào nội dung, nghĩa của những cái kí hiệu, những cái biểu diễn thì đó là phương diện ngữ nghĩa*” [10].

Ví dụ 1.2: Do sự lẫn lộn giữa đối tượng được định nghĩa và kí hiệu dùng để chỉ số đối tượng ấy nên HS thường hay nói “Tổ hợp chập k của n là C_n^k ”, hoặc “Chỉnh hợp chập k của n là A_n^k ”, trong khi đó nói đúng phải là “Số Tổ hợp chập k của n là C_n^k ”, hoặc “Số Chỉnh hợp chập k của n là A_n^k ”.

2.3.1.3 Khó khăn trong việc nhận thức các suy luận có lý trong sự phân biệt với suy luận diễn dịch

Trong môi liên hệ logic của Toán học ứng dụng, khi học Lí thuyết xác suất HS buộc phải làm việc với cả suy luận diễn dịch lẫn suy luận hợp lí; thêm vào đó cũng tại thời điểm này, các em đã và đang phải rèn luyện sử dụng các suy luận diễn dịch. Do đó làm thế nào để HS nhận thức được các suy luận hợp lí trong sự phân biệt với các suy luận diễn dịch? Đồng thời làm thế nào để giúp các em sử dụng kết hợp hai suy luận này trong quá trình học Xác suất?

Ví dụ 1.3: Chính vì chưa nắm được sự suy luận hợp lí trong suy luận diễn dịch nên có HS giải thích như sau: Khi biết rằng “Xác suất để bạn H bắn trúng bia (khi bạn đó bắn vào bia một viên đạn) bằng 0,8” có nghĩa là cứ 10 lần cho bạn H bắn vào bia một viên đạn trong những điều kiện cơ bản không đổi của trường bắn thì có đúng 8 lần bạn H bắn trúng bia.

Cách giải thích trên là hoàn toàn sai, để khắc phục sự những khó khăn đó tôi sẽ giải quyết ở phần sau của đề tài.

2.3.1.4. Khó khăn do khả năng dự đoán và liên tưởng

Thực tế dạy học hiện nay cho thấy rằng, không ít các GV đã tiến hành giảng dạy mà không đặt ra những tình huống để HS dự đoán lí, do là nếu để cho HS dự đoán sẽ tốn nhiều thời gian. Thực ra, cho HS dự đoán, tự tìm tòi, mò mẫm khám phá tri thức có thể mất nhiều thời gian nhưng sẽ rất có ích cho việc phát triển tư

duy độc lập của HS cũng như bản lĩnh của HS trong những tình huống chưa biết cách giải trong Toán học cũng như trong cuộc sống.

2.3.2. Sai lầm thường gặp của học sinh Trung học phổ thông trong giải toán chủ đề Tổ hợp - Xác suất

2.3.2.1. Sai lầm khi nhận dạng và thể hiện khái niệm tổ hợp - xác suất

Sai lầm về các khái niệm Toán học đặc biệt là các khái niệm ban đầu có tính chất nền tảng sẽ dẫn đến hệ quả tất yếu học kém toán. Vì vậy có thể nói sự “mất gốc” của HS về kiến thức Toán học trước hết đó là sự “mất gốc” về các khái niệm.

Ví dụ 1.4: Trong một đội văn nghệ có 35 nam và 24 nữ. Cần chọn hai người, một nam và một nữ đi biểu diễn trong lễ kỉ niệm mừng ngày Quốc khánh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải sai: áp dụng quy tắc cộng cho rằng $35 + 24 = 59$ cách chọn.

Sai lầm: Thực ra ở đây phải dùng quy tắc nhân và ta có $35 \cdot 24 = 840$ cách chọn. Nếu chỉ chọn một người thì mới áp dụng quy tắc cộng.

2.3.2.2. Sai lầm trong việc lựa chọn các khái niệm, quy tắc, định lý để vận dụng vào giải toán

Kiến thức về Tổ hợp và Xác suất có nhiều khái niệm, quy tắc mới mà khi vận dụng vào giải Toán HS rất hay nhầm lẫn và dẫn đến sai lầm.

Ví dụ 1.5: Một dạ tiệc có 10 nam và 6 nữ đều khiêu vũ giỏi. Người ta chọn 3 nam và 3 nữ để ghép thành 3 cặp nhảy. Hỏi có bao nhiêu cách ghép 3 cặp nhảy.

Lời giải sai: Mỗi cách sắp thứ tự 3 bạn nam trong 10 bạn nam là một chỉnh hợp chập 3 của 10, nên số cách chọn 3 bạn nam có thứ tự là $A_{10}^3 = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$ cách.

Tương tự số cách chọn 3 bạn nữ: $A_6^3 = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$ cách

Vậy số cách bố trí 3 cặp nhảy là $A_{10}^3 \cdot A_6^3 = 86400$

Sai lầm: Sai lầm dẫn tới số cách ghép lớn hơn thực tế vì có những cách ghép 3 cặp nhảy được tính nhiều lần.

2.3.2.3. Sai lầm liên quan đến ngôn ngữ diễn đạt

HS thường mắc phải các kiểu sai lầm ngôn ngữ phổ biến sau

* *Sai lầm về cú pháp và ngữ nghĩa*

Ví dụ 1.6: Sau khi biết $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (1), HS có thể chứng minh được công thức $C_n^{n-k} = C_n^k$ (2) bằng cách áp dụng trực tiếp công thức (1). Tuy nhiên, ít HS có thể

thấy được (2) một cách trực giác và chứng minh (2) bằng định nghĩa của C_n^k , HS không hiểu bản chất là, một tập X (gồm n phần tử) có bao nhiêu tập con gồm k ($k \leq n$) phần tử thì cũng sẽ có bấy nhiêu tập con gồm $n - k$ phần tử.

* *Lẫn lộn giữa đối tượng được định nghĩa và đối tượng dùng để chỉ đối tượng ấy.* Theo A. A. Stôliar, không ít HS còn yếu trong việc nắm cú pháp của ngôn ngữ Toán học. VD như HS thường hay nói “Tổ hợp chập k của n là C_n^k ”,...

2.3.2.4. Sai lầm liên quan đến suy luận, phân chia bài toán thành các trường hợp riêng.

HS thường gặp những khó khăn và sai lầm khi giải những bài toán có liên quan đến việc phân chia trường hợp. Nhìn từ góc độ tổng quát thì việc phân chia trường hợp trong quá trình giải Toán vô cùng phong phú và đa dạng, nó không theo một khuôn mẫu cố định nào. Do đó, khi thực hiện HS gặp rất nhiều khó khăn, mắc phải rất nhiều sai lầm, thậm chí không tìm ra được cơ sở để phân chia trường hợp.

2.3.2.5. Sai lầm khi thực hiện các phép biến đổi tương đương

HS thường mắc phải sai lầm khi thực hiện chuyển đổi bài toán bằng các phép biến đổi tương đương.

Ví dụ 1.7: Giải phương trình: $C_x^1 + C_x^2 + C_x^3 = \frac{7}{2}x$

Lời giải sai: Ta có phương trình tương đương với

$$x + \frac{x(x-1)}{2!} + \frac{x(x-1)(x-2)}{3!} = \frac{7}{2}x$$

$$\Leftrightarrow 6x + 3x(x-1) + x(x-1)(x-2) = 21x$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow x = 4; x = -4; x = 0. \text{ Vậy phương trình có 3 nghiệm.}$$

Sai lầm: Lời giải trên còn thiếu điều kiện $x \in \mathbb{N}$ và $x \geq 3$ nên phương trình trên chỉ có 1 nghiệm là $x = 4$.

2.3.2.6. Sai lầm liên quan đến trực giác

Trực giác là năng lực nhận thức được chân lí bằng cách xét đoán trực tiếp không có sự biện giải bằng chứng minh. Trực giác toán học được hiểu với nhiều ý nghĩa khác nhau và trên thực tế tồn tại nhiều dạng khác nhau.

2.4. Một số biện pháp khắc phục khó khăn và sai lầm thường gặp

2.4.1. Định hướng xây dựng một số biện pháp khắc phục những khó khăn và sai lầm thường gặp trong giải toán Tổ hợp - Xác suất cho học sinh Trung học phổ thông

- *Định hướng 1:* Hệ thống các biện pháp được xây dựng dựa trên cơ sở tôn trọng nội dung chương trình, SGK, các tài liệu chuyên đề và các nguyên tắc dạy học.

- *Định hướng 2:* Hệ thống các biện pháp được xây dựng phải dựa trên định hướng đổi mới PPDH hiện nay; tạo cho HS có một môi trường hoạt động tích cực, tự giác, sáng tạo.

- *Định hướng 3:* Hệ thống các biện pháp được xây dựng phải mang tính khả thi, có thể thực hiện được trong điều kiện thực tế của quá trình dạy học.

- *Định hướng 4:* Trong quá trình thực hiện các biện pháp, cần quan tâm đúng mức tới việc tăng cường hoạt động cho người học, phát huy tối đa tính tích cực, độc lập cho người học.

2.4.2. Một số biện pháp khắc phục những khó khăn và sai lầm thường gặp trong giải toán chủ đề Tổ hợp - Xác suất cho học sinh Trung học phổ thông

2.4.2.1. Biện pháp 1: Rèn luyện cho học sinh nắm vững bản chất và ý nghĩa của các khái niệm, quy tắc, ký hiệu trong sách giáo khoa từ đó vận dụng trong giải toán Tổ hợp - Xác suất

Khi dạy các công thức về tổ hợp, có thể HS rất lúng túng khi nhớ các công thức tính P_n , A_n^k , C_n^k , nhờ đó ta có thể đặt câu hỏi: Có cách gì để nhớ được các công thức trên mà không bị nhầm lẫn?

Để trả lời cho câu hỏi đó HS sẽ phải tích cực suy nghĩ tìm ra cách nhớ nhanh nhất và thầy giáo có thể nhận được rất nhiều phương án. Cũng nhờ quá trình tìm tòi đó HS đã nhớ công thức rồi.

Sai lầm phổ biến của HS trong giải toán Tổ hợp là hay nhầm lẫn giữa các quy tắc nhân và cộng, lúng túng không biết khi nào sử dụng chỉnh hợp và khi nào sử dụng tổ hợp.

2.4.2.2. Biện pháp 2: Tạo tình huống phù hợp với trình độ nhận thức để phát huy tính tích cực của học sinh trong giải toán Tổ hợp - Xác suất

Khi ra một bài toán nào đó (không riêng về toán Tổ hợp và Xác suất) thì trong suy nghĩ của người GV tự hỏi ra để làm gì? mục đích của nó? Cần chọn một bài rất cơ bản và thật sự cơ bản giảng cho hiểu sau đó nâng nó lên và dần đến tổng quát hoá và cố gắng chọn bài nào cho có nhiều mối liên hệ với nhiều bài khác để các em cùng xây dựng. Trong chừng mực nào đó phương pháp nói sao cho truyền cảm

đúng chỗ; nhấn mạnh đúng lúc; chỉ cho các em chỗ hay, chỗ thiếu tự nhiên trong giải bài toán trên; nó sai ở đâu và vì đâu mà sai? Thường xuyên tìm hiểu rộng cách giải của HS và khai thác chúng; nếu thấy nó khá hiệu quả nên khen với tình cảm thân mật. VD: Các em xem lại cách giải của bạn thấy thế nào? bạn đã khai thác ra sao? Các em có hứng thú với cách giải đó không? . . . Cuối cùng là khích lệ HS. Làm như thế chúng ta đã phát huy được tính tích cực hoạt động học tập của HS.

Ví dụ 1.8: Sau khi đã biết khi gieo một con xúc xắc đối xứng một lần thì xác suất xuất hiện của mỗi mặt là $\frac{1}{6}$. Yêu cầu HS làm bài tập sau:

Tính xác suất để khi gieo con xúc xắc 6 lần độc lập không có lần nào xuất hiện mặt có số chấm chẵn.

Để giải bài này, GV hướng dẫn HS bằng những câu hỏi:

Hãy tính xác suất để khi gieo con xúc xắc một lần không xuất hiện mặt có số chấm chẵn? (bằng $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$)

Yêu cầu của bài là gieo 6 lần độc lập, hãy liên tưởng đến quy tắc nhân xác suất? Từ đó HS sẽ tính được xác suất là $P = \left(\frac{1}{2}\right)^6$

Yêu cầu cao hơn với bài toán:

Gieo đồng thời hai con xúc xắc 24 lần độc lập. Tính xác suất để ít nhất có một lần cả hai con đều ra “lục”.

Trước hết ta xét khi gieo đồng thời hai con xúc xắc 1 lần:

Tính số phần tử của không gian mẫu? (bằng $\frac{72}{2} = 36$)

Xác suất để khi gieo đồng thời hai con xúc xắc 1 lần mà không có con nào ra “lục” là $\frac{35}{36}$

Gọi A là biến cố: “ít nhất một lần cả hai con đều ra “lục””, khi gieo đồng thời hai con xúc xắc 24 lần

Khi đó yêu cầu HS phân tích các trường hợp xảy ra của biến cố A và nhận xét, HS sẽ thấy rằng nếu tính trực tiếp xác suất của biến cố A thì rất phức tạp, nhưng có thể tính được dễ dàng xác suất của biến cố $\overline{A}$, đó là $P(\overline{A}) = \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$, suy ra

được $P(A) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} = 0,4914$

2.4.2.3. Biện pháp 3: Xác định và tập luyện cho học sinh thuật giải một số dạng toán Tổ hợp - Xác suất và vận dụng quy trình giải toán của G. Polia

Tư duy thuật giải có vai trò quan trọng trong nhà trường phổ thông đặc biệt trong dạy học giải bài tập toán. Trong môn toán nói chung và chủ đề Tổ hợp – xác suất nói riêng, có nhiều dạng toán được giải quyết nhờ thuật giải.

* Xác định quy tắc thuật giải một số dạng toán:

GV có thể xác định và tập luyện cho HS một số quy tắc thuật giải và tựa thuật giải để HS giải toán. Chẳng hạn với dạng toán tính xác suất, có thể áp dụng 2 thuật giải sau:

a. Thuật giải áp dụng định nghĩa cổ điển của xác suất:

Bước 1: Tính số phần tử của không gian mẫu (số khả năng xảy ra).

Bước 2: Tính số phần tử của tập hợp mô tả biến cố đang xét (số kết quả thuận lợi).

Bước 3: Tính xác suất theo công thức: $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}$.

b. Thuật giải áp dụng các qui tắc tính xác suất:

* *Bước 1: Đặt tên cho biến cố cần tính xác suất là A, các biến cố liên quan đến biến cố A là: $A_1; A_2; \dots A_n$ sao cho:*

Biến cố A biểu diễn được theo các biến cố: $A_1; A_2; \dots A_n$.

Xác suất của các biến cố: $A_1; A_2; \dots A_n$ là tính được (dễ hơn so với A)

Xác định được mối quan hệ giữa các biến cố $A_1; A_2; \dots A_n$.

* *Bước 2: Biểu diễn biến cố A theo các biến cố $A_1; A_2; \dots A_n$.*

* *Bước 3: Xác định mối quan hệ giữa các biến cố và áp dụng qui tắc:*

1) Nếu A_1, A_2 xung khắc: $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

2) Nếu A_1, A_2 đối nhau: $P(A_1) = 1 - P(A_2)$

3) Nếu A_1, A_2 độc lập: $P(A_1 A_2) = P(A_1)P(A_2)$

Chú ý: A và B độc lập thì $A \& \bar{B}; \bar{A} \& B; \bar{A} \& \bar{B}$ cũng độc lập và A và B độc lập $\Leftrightarrow P(AB) = P(A)P(B)$.

* **Hướng dẫn học sinh kỹ năng giải bài toán Tổ hợp – xác suất theo quy trình của G. Polya:**

G. Polya đã từng viết: “*Tìm được cách giải một bài toán là một điều phát minh*”. Quy trình 4 bước của G. Polya như sau: [33]

- *Bước 1: Tìm hiểu nội dung bài toán.*
- *Bước 2: Xây dựng chương trình giải cho bài toán.*
- *Bước 3: Thực hiện chương trình giải đã xây dựng ở bước 2.*
- *Bước 4: Nghiên cứu sâu về lời giải.*

Đối với quy trình này, khi áp dụng vào mỗi dạng toán cụ thể sẽ góp phần tập cho HS xây dựng được một phương pháp chung để giải bài toán đó. Bản chất của việc này là làm cho HS chủ động tiếp thu, dễ hiểu, dễ nhớ kiến thức.

2.4.2.4. Biện pháp 4: Quan tâm phát triển khả năng trực giác xác suất cho học sinh

- *Giai đoạn trước khi định nghĩa một khái niệm, chứng minh một mệnh đề hay giải một bài toán:* GV hướng dẫn HS phân tích, đánh giá tình huống xác suất cụ thể và các khái niệm, mệnh đề bằng các phương pháp trực quan trước khi định nghĩa khái niệm, chứng minh mệnh đề đó.

- *Giai đoạn trong quá trình định nghĩa một khái niệm, chứng minh một mệnh đề, giải một bài toán:* Trong giai đoạn này GV giúp HS củng cố mối liên hệ giữa nội dung của cách giải quyết vấn đề với những điều mà các em đã thấy trước bằng trực giác để xác nhận.

- *Giai đoạn sau khi định nghĩa một khái niệm, chứng minh một mệnh đề, giải một bài toán:* GV hướng dẫn HS cách phân tích, đánh giá kết quả vừa thu được; liên hệ với các tình huống thực tế khác nhau.

- *Giai đoạn trước khi chứng minh:* Trước khi thực hiện chứng minh cần cho HS tập phân tích và đánh giá các tình huống được bao hàm trong tính chất cần chứng minh.

- *Giai đoạn chứng minh:* Từ những điều trên HS có thể phác họa được các bước chứng minh và từ đó “thấy trực tiếp” đường lối chứng minh. Do đó trực giác xác suất của HS được hình thành.

- *Giai đoạn sau chứng minh:* GV hướng dẫn HS liên hệ kết quả thu được với các tình huống thực tế khác nhau.

2.4.2.5. Biện pháp 5: Bồi dưỡng tư duy toán học và sử dụng chính xác ngôn ngữ toán học cho học sinh khi giải toán Tổ hợp - Xác suất

Ví dụ 1.9: Chứng minh rằng khi thực hiện một số lớn lần lai hai cơ thể bố, mẹ thuần chủng khác một cặp tính trạng tương phản, và xét trong trường hợp trội hoàn

toàn, thì ở thế hệ con lai thứ hai (F₂) đều có biểu hiện cả tính trạng trội lẫn tính trạng lặn theo tỉ lệ trung bình 3 trội, 1 lặn.

Việc hướng dẫn HS giải bài tập này được thực hiện như sau:

Khi sử dụng các suy luận hợp lí, có thể phân tích kết luận của bài toán theo cách sau đây: “Theo tỉ lệ trung bình 3 trội, 1 lặn” có nghĩa là: Về trung bình, cứ 4 con lai ở thế hệ con lai thứ 2 được sinh ra thì có 3 con mang tính trạng trội, 1 con mang tính trạng lặn. Do đó ý nghĩa thống kê của xác suất thể hiện ở chỗ: Xác suất xuất hiện tính trạng trội ở F₂ bằng $\frac{3}{4}$; xác suất xuất hiện tính trạng lặn ở F₂ bằng 1/4.

2.4.2.6. Biện pháp 6: Đưa học sinh vào các tình huống thử thách với những khó khăn và sai lầm, từ đó có các phản ví dụ cần thiết để học sinh điều ứng sơ đồ nhận thức đã có

Trước khi đưa ra bài toán để thử thách sai lầm của HS, dĩ nhiên GV cần có một sự hình dung trực giác rằng, chỗ này, chỗ kia HS có thể mắc sai lầm. GV cần lưu ý rằng không nên lặp lại quá trình nhiều lần đối với một vấn đề vì như vậy sẽ tạo ra tính ỳ, mất hứng thú cho HS.

Ví dụ 1.10: Một tổ có 12 HS nữ và 10 HS nam. Cần chọn ra 6 HS (3 nam, 3 nữ) để ghép thành 3 đôi biểu diễn văn nghệ. Hỏi có bao nhiêu cách ghép?

Lời giải 1: - Số cách chọn thứ tự 3 nữ trong 12 nữ là A_{12}^3 , chọn 3 nam trong 10 nam là A_{10}^3 . Vậy số cách chọn 3 đôi nam nữ là: $A_{12}^3 \cdot A_{10}^3$

Lời giải 2: - Số cách chọn 3 nữ trong 12 nữ là C_{12}^3 , chọn 3 nam trong 10 nam là C_{10}^3 , vậy số cách chọn 3 đôi nam nữ là: $C_{12}^3 \cdot C_{10}^3$

Lời giải 3: - Số cách chọn 3 nữ trong 12 nữ là C_{12}^3 , chọn 3 nam trong 10 nam là C_{10}^3 . Vậy số cách chọn 6 HS (3 nam, 3 nữ) là: $C_{12}^3 \cdot C_{10}^3$

- Vì một đôi có hai bạn (1 nam, 1 nữ) nên chọn ra 1 bạn nam (trong 3 bạn nam) và một bạn nữ (trong 3 bạn nữ) thì có: $3 \cdot 3 = 9$ (cách)

- Vậy số cách chọn thỏa mãn là: $9 \cdot C_{12}^3 \cdot C_{10}^3$ (cách)

Lời giải 4: - Số cách chọn 3 nữ trong 12 nữ là C_{12}^3 , chọn 3 nam trong 10 nam là C_{10}^3 . Vậy số cách chọn 6 HS (3 nam, 3 nữ) là: $C_{12}^3 \cdot C_{10}^3$

- Trong 6 HS chọn ra thì có 3! (cách) ghép giữa các đôi này với nhau (là hoán vị của 3 HS nam hoặc của 3 HS nữ)

- Vậy số cách chọn thỏa mãn là: $3! \cdot C_{12}^3 \cdot C_{10}^3$ (cách)

Đâu là lời giải đúng?

Phân tích: - Lời giải 1: Sai vì bài toán ko yêu cầu thứ tự. Lời giải 2: Thiếu số cách chọn để ghép thành các đôi. Lời giải 3: Có vẻ như đúng, tuy nhiên ở bước cuối đã nhầm lẫn việc chọn ra 3 đôi với việc chỉ đơn thuần chọn ra 1 nam và 1 nữ. Lời giải 4: Là lời giải đúng.

2.5. Hiệu quả thực hiện:

Trên đây là nội dung chủ yếu về những khó khăn, sai lầm và các biện pháp sư phạm góp phần khắc phục khó khăn, sửa chữa sai lầm và rèn luyện kĩ năng giải toán của HS trong quá trình học tập về chủ đề “Tổ hợp - Xác suất” ở trường THPT. Trong những năm qua, bằng việc trực tiếp giảng dạy, khơi gợi sự liên tưởng, tưởng tượng cho học sinh qua việc hướng dẫn học sinh giải những bài toán thực tế và xây dựng hệ thống câu hỏi phù hợp với tiến trình nhận thức của học sinh, tôi đã đạt được hiệu quả nhất định trong giờ dạy. Các em học sinh không còn thái độ chán nản khi đến giờ toán nữa mà ngược lại các em rất hào hứng trong việc chuẩn bị bài, làm theo các yêu cầu mà thầy cô hướng dẫn. Trong lớp, các em chăm chỉ theo dõi bài và hăng hái phát biểu ý kiến để xây dựng bài, giờ học toán không còn nặng nề, uể oải như trước đây. Có những tiết học trông đã báo hiệu ra chơi nhưng bài giảng chưa hết các em vẫn say sưa theo dõi. Qua phiếu điều tra 3 lớp: 10A4, 10A5, 11A4 năm học 2014 – 2015 và năm học 2015-2016 cho thấy có tới 90% học sinh của 3 lớp này rất thích học giờ toán. Chính sự say mê học tập đã giúp cho các em tiếp nhận kiến thức một cách sáng tạo nên khi làm các bài kiểm tra, kết quả bài làm của các em được nâng lên rõ rệt. Qua khảo sát chất lượng môn toán ở 3 lớp: 10A4, 10A5, 11A4 với tổng số 135 em học sinh, tôi đã thu được kết quả tương đối khả quan như sau:

Thời gian	Học lực giỏi		Học lực khá		Học lực TB		Học lực Yếu	
	Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%	Số lượng	%
Đầu năm	0	0	5	4	110	82	20	14
Cuối kì I	5	4	10	7	110	82	10	7
Cuối kì II	7	5	26	20	100	74	2	1

Như vậy, số lượng, tỉ lệ học sinh giỏi và học sinh khá đã tăng lên rõ rệt.

3. KẾT LUẬN VÀ KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận

Qua quá trình áp dụng các biện pháp tạo hứng thú cho học sinh trong giờ học toán, bản thân tôi tự rút ra cho mình bài học kinh nghiệm sau:

- Về phía người giáo viên:

Trước tình hình chán học môn Toán như hiện nay của nhiều học sinh Trung học phổ thông nói chung, học sinh lớp 10, lớp 11 nói riêng, mỗi người thầy dạy Toán chúng ta phải có trách nhiệm làm cho giờ dạy của mình phải có sức hấp dẫn học sinh, gợi được hứng thú cho học tập cho các em. Thầy phải nhiệt tình, tận tụy, chu đáo, kiên trì, đúng mực. Đồng thời, thầy phải thấy rõ tầm quan trọng của việc tạo hứng thú học tập bộ môn do mình giảng dạy cho học sinh, tạo môi trường học tập thân thiện, phát huy năng lực tự học, tự tìm tòi sáng tạo của học sinh.

Để làm cho giờ dạy ngày càng hấp dẫn, mỗi giáo viên dạy Toán phải không ngừng tự học, tự bồi dưỡng và tìm tòi sáng tạo để mở mang vốn tri thức, bổ sung cho bài giảng trở nên có sức lôi cuốn hơn. Đặc biệt, phải đầu tư thời gian cho việc soạn bài, nghiên cứu, tìm ra phương pháp giảng dạy tối ưu cho từng giờ dạy, tiết dạy. Thường xuyên dự giờ đồng nghiệp để học hỏi kinh nghiệm về phương pháp giảng dạy để tìm ra cách dạy hay và hấp dẫn cho mình.

- Về phía học sinh:

Các em phải siêng năng, chăm chỉ, không ngừng học tập để nâng cao năng lực tự học của mình. Đồng thời, phải biết coi trọng bộ môn, xoá bỏ cái nhìn phiến diện đối với môn Toán và có nhận thức đúng đắn: học Toán là học cách để làm người và phục vụ cuộc sống của chúng ta.

3.2. Lời kết

Việc tạo hứng thú cho học sinh trong giờ toán có thể tiến hành bằng nhiều cách, nhiều hình thức, nhiều con đường khác nhau. Song, để học sinh yêu thích học môn Toán nói chung và nâng cao được chất lượng giờ học “Tổ hợp- xác suất” nói riêng là một việc làm đòi hỏi cả thầy và trò đều phải có sự nỗ lực không ngừng. Bởi khác với những môn học khác, đây là môn khoa học cơ bản nên đòi hỏi giáo viên và học sinh không chỉ cần đến trí tuệ mà còn phải phát huy tính cần cù, chịu khó và phải thực hành nhiều thông qua việc giải bài tập không chỉ trên sách vở mà còn cả ứng dụng trong thực tiễn cuộc sống hàng ngày của chúng ta. Muốn làm được điều đó, người giáo viên phải nghiên cứu, tính toán, nghiền ngẫm công phu qua từng công đoạn, qua mỗi khâu, mỗi biện pháp, cách thức, khơi dậy niềm đam mê, bồi dưỡng trí tuệ, tâm hồn, giúp các em chủ động, sáng tạo khi gặp một chủ đề mới trong toán học. Vậy với đề tài này, tôi mong muốn tìm ra những biện pháp để tổ chức giờ dạy đạt hiệu quả cao.

Vì trình độ người viết có hạn, kinh nghiệm viết còn ít ỏi, chắc chắn còn nhiều thiếu sót. Tôi rất mong được sự góp ý chân thành của các bạn đồng nghiệp.

Xác nhận của thủ trưởng đơn vị	<i>Thanh Hóa, ngày 16 tháng 5 năm 2016</i> Tôi xin cam đoan đây là SKKN của mình viết, không sao chép nội dung của người khác. Người viết Lê Thị Yến
--	--

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đặng Thị Thủy, Trịnh Trọng Trung (2012), *Một số sai lầm thường gặp trong giải toán Tổ hợp – Xác suất của học sinh THPT*, Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt 11/2012, trang 155 – 156.
2. Sách giáo khoa; sách bài tập Đại số lớp 10; 11.