

2. BÀI TẬP LUYỆN TẬP TỔNG HỢP

Chuyên đề 5.

CHUYỂN ĐỘNG CỦA HÀNH TINH, VỆ TINH.

BA ĐỊNH LUẬT KE-PLÉ

51. Một vệ tinh nhân tạo của Trái Đất chuyển động theo quỹ đạo tròn ở độ cao $h = 320\text{km}$ với chu kì $T = 89$ phút. Tính khối lượng của Trái Đất, cho bán kính Trái Đất là $R = 6370\text{km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} (\text{Nm}^2 / \text{kg}^2)$.

Bài giải

Ta có:

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (R + h)^3}{GT^2} = \frac{4,3,14^2 (6,37 \cdot 10^6 + 0,23 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} (89 \cdot 60)^2} = 5,96 \cdot 10^{24} \text{kg}.$$

Vậy: Khối lượng của Trái Đất là $M = 5,96 \cdot 10^{24} \text{kg}$.

52. Sao chổi Ha-lây có chu kì $T = 76$ năm và khoảng cách gần nhất của nó đến Mặt Trời là $r_{\min} = 8,9 \cdot 10^{10} \text{m}$.

Tính:

a) Khoảng cách xa nhất từ sao chổi Ha-lây đến Mặt Trời.

b) Tâm sai của quỹ đạo của sao chổi.

Cho khối lượng của Mặt Trời là $M = 1,99 \cdot 10^{30} \text{kg}$.

Bài giải

a) Khoảng cách xa nhất từ sao chổi Ha-lây đến Mặt Trời

- Áp dụng định luật III Ke-ple, ta được: $\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$.

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot (76 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2}{4,3,14^2}} = 2,68 \cdot 10^{12} \text{m}$$

- Mặt khác, theo các công thức về elip, ta có: $r_{\min} = a - ea$; $r_{\max} = a + ea$.

$$\Rightarrow r_{\max} = 2a - r_{\min} = 2 \cdot 2,68 \cdot 10^{12} - 0,089 \cdot 10^{12} = 5,3 \cdot 10^{12} \text{m}.$$

Vậy: Khoảng cách xa nhất từ sao chổi Ha-lây đến Mặt Trời là $r_{\max} = 5,3 \cdot 10^{12} \text{m}$.

b) Tâm sai của quỹ đạo của sao chổi

$$\text{Ta có: } e = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2a} = \frac{5,3 \cdot 10^{12} - 0,089 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 2,68 \cdot 10^{12}} = 0,967.$$

Vậy: Tâm sai của quỹ đạo của sao chổi là $e = 0,967$ nên quỹ đạo của nó là một elip rất dẹt.

53. Một vệ tinh nhân tạo khối lượng m , được phóng lên với vận tốc ban đầu v , sau đó vệ tinh chuyển động trên quỹ đạo tròn bán kính r . Biết Trái Đất có khối lượng là M , bán kính là R_0 . Hãy chứng minh rằng, để vệ tinh nhân tạo từ mặt đất phóng lên quỹ đạo trên thì vận tốc ban đầu của nó là:

$$v = \sqrt{R_0 g \left(2 - \frac{R_0}{r} \right)}$$

Từ đó rút ra vận tốc ban đầu tối đa và tối thiểu của vệ tinh.

Lấy $R_0 = 6,4 \cdot 10^6 m$, bỏ qua sức cản của khí quyển đối với vệ tinh, gia tốc trọng trường của Trái Đất là $g = 9,8 (m/s^2)$.

(Trích đề thi trại hè Hùng Vương, 2015)

Bài giải

- Theo định luật bảo toàn cơ năng, khi vệ tinh chuyển động trong trường hấp dẫn thì cơ năng được bảo toàn.

Gọi v_p là vận tốc của vệ tinh phóng lên từ mặt đất, cơ năng của vệ tinh khi phóng là: $W_1 = \frac{1}{2} m v_p^2 - G \frac{Mm}{R_0}$

- Sau khi tiến vào quỹ đạo của vệ tinh, vệ tinh có vận tốc v_q thì cơ năng của vệ tinh là:

$$W_2 = \frac{1}{2} m v_q^2 - G \frac{Mm}{r}$$

- Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có:

$$W_1 = W_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 - G \frac{Mm}{R_0} = \frac{1}{2} m v_q^2 - G \frac{Mm}{r}$$

- Thay $v_p = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, $G \frac{M}{R_0^2} = g$ ta được: $v_p = \sqrt{R_0 g \left(2 - \frac{R_0}{r} \right)}$ (đpcm).

- Nếu $r = R_0$ thì vận tốc phóng lên là nhỏ nhất và bằng:

$$v_{\min} = \sqrt{g R_0} = \sqrt{9,8 \cdot 6,4 \cdot 10^6} = 7,9 \cdot 10^3 (m/s) = 7,9 (km/s): \text{ vận tốc vũ trụ cấp I.}$$

- Nếu $r \rightarrow \infty$ thì vận tốc phóng lên là lớn nhất và bằng:

$$v_{\max} = \sqrt{2 R_0 g} = v_{\min} \sqrt{2} = 7,9 \sqrt{2} = 11,2 (km/s): \text{ vận tốc vũ trụ cấp II.}$$

54.

a) Một trạm vũ trụ bay quanh Trái Đất trên quỹ đạo tròn có bán kính $R = 2R_0$ ($R_0 = 6400 km$ là bán kính Trái Đất), động cơ không hoạt động. Tính vận tốc và chu kì của trạm. Cho biết vận tốc vũ trụ cấp I của vật ở sát mặt đất là $v_0 = 7,9 (km/s)$. Bỏ qua lực cản của không khí.

b) Động cơ của trạm hoạt động trong một thời gian ngắn để tăng vận tốc của trạm lên đến giá trị v_1 . Khi này trạm chuyển sang quỹ đạo elip, khoảng cách đến tâm Trái Đất nhỏ nhất là $R_1 = R$ và lớn nhất là R_2 . Cho biết $R_2 = 2R_1$.

Tính vận tốc và chu kì chuyển động của trạm trên quỹ đạo elip.

Cho: Thế năng hấp dẫn của một vật m chuyển động từ vật đến tâm Trái Đất có dạng:

$$W_t = -\frac{GMm}{r}, \quad M \text{ là khối lượng Trái Đất và } r \text{ là khoảng cách từ vật đến tâm Trái Đất.}$$

(Trích đề thi Olympic 30/4, 2001)

Bài giải

a) Vận tốc và chu kì của trạm trên quỹ đạo tròn

Gọi M là khối lượng Trái Đất. Trong chuyển động tròn quanh Trái Đất của trạm, lực hấp dẫn chính là lực hướng tâm nên: $F_{ht} = F_{hd}$.

$$\Leftrightarrow \frac{mv^2}{R} = G \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{R}} = \sqrt{\frac{GM}{2R_0}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{v_0}{\sqrt{2}} = \frac{7,9}{\sqrt{2}} = 5,58 (km/s) \quad (\text{vì } v_0 = \sqrt{G \frac{M}{R_0}})$$

$$\text{và: } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{v} R = \frac{4\pi}{v} \cdot R_0 = \frac{4 \cdot 3,14}{5,58} \cdot 6400 = 14405s = 240 \text{ phút.}$$

Vậy: Vận tốc và chu kì của trạm là $v = 5,58 (km/s)$ và $T = 240$ phút.

b) Vận tốc và chu kì chuyển động của trạm trên quỹ đạo elip

$$\text{- Cơ năng ban đầu: } W_1 = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{GmM}{R_1}.$$

$$\text{- Cơ năng lúc sau: } W_2 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GmM}{R_2}.$$

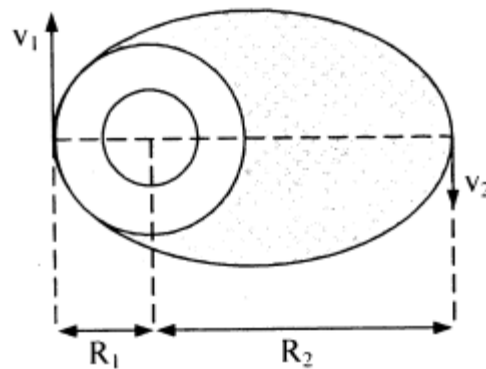
- Theo định luật bảo toàn cơ năng, ta có: $W_1 = W_2$.

$$\Leftrightarrow \frac{mv_1^2}{2} - \frac{GmM}{R_1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{GmM}{R_2} \quad (1)$$

$$\text{- Theo định luật Kep-lê II, ta có: } \frac{v_1 \Delta t R_1}{2} = \frac{v_2 \Delta t R_2}{2}.$$

$$\Rightarrow v_1 R_1 = v_2 R_2 \quad (2)$$

$$\text{- Từ (1) và (2), ta được: } v_2^2 = \frac{2GMR_1}{R_2(R_1 + R_2)}.$$



Với $R_1 = 2R_0; R_2 = 4R_0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_0}{\sqrt{6}} = \frac{5,58}{\sqrt{6}} = 3,22 \text{ km / s};$

$v_1 = 2v_2 = 2.3,22 = 6,44 (\text{km / s}).$

- Theo định luật Kép-lê III, ta có:

+ Chuyển động tròn có $T = 240 \text{ ph}; R = 2R_0.$

+ Chuyển động elip có $T_c : a = \frac{R_1 + R_2}{2} = \frac{2R_0 + 4R_0}{2} = 3R_0.$

$$\Rightarrow \left(\frac{T_c}{T} \right)^2 = \left(\frac{3R_0}{2R_0} \right)^3 = (1,5)^3 = 3,375$$

$$\Rightarrow T_c = \sqrt{3,375} \cdot T = \sqrt{3,375} \cdot 240 = 441 \text{ phút..}$$

Vậy: Vận tốc và chu kì chuyển động của trạm trên quỹ đạo elip là

$v_2 = 3,22 (\text{km / s}), v_1 = 6,44 (\text{km / s})$ và $T_c = 441 \text{ phút}.$