

Bài 14. Đường thẳng song song với mặt phẳng
 Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

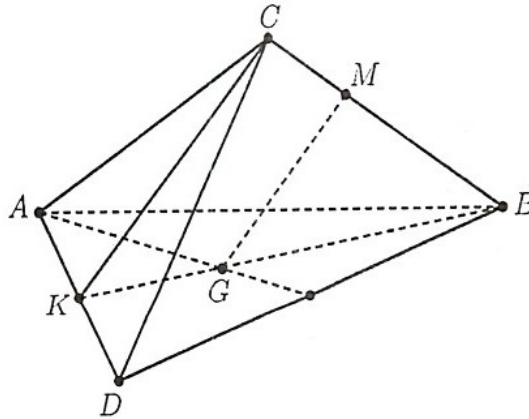
Số báo danh:

PHẦN E. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD, G$ là trọng tâm của $\triangle ABD$ và M là một điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng MG với (ACD) .

Lời giải

Lời giải



Gọi K là trung điểm đoạn AD , suy ra $\frac{BG}{BK} = \frac{2}{3}$ (G là trọng tâm của tam giác ABD).

Mặt khác $\frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

Suy ra tam giác BCK có $\frac{BM}{BC} = \frac{BG}{BK}$ (góc B chung) nên $MG \parallel CK$, mà $CK \subset (ACD) \Rightarrow MG \parallel (ACD)$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD, M$ và N là hai điểm thuộc cạnh AB và CD , (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SA . Tìm điều kiện của MN để đường khép kín tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp là một hình thang.

Lời giải

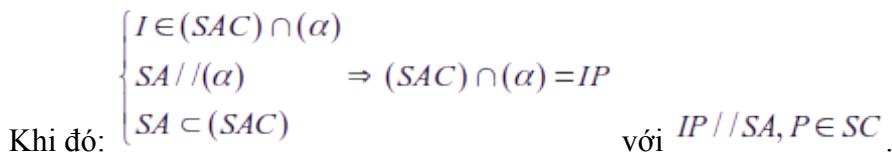
Lời giải

-Tìm giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp:

Ta có:
$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SAB) \\ SA \parallel (\alpha) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \cap (\alpha) = MQ$$
 với $MQ \parallel SA, Q \in SB$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $I = AC \cap MN$.

Ta có:
$$\begin{cases} I \in MN, MN \subset (\alpha) \\ I \in AC, AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow I \in (\alpha) \cap (SAC)$$
.



Đường khép kín tạo bởi các giao tuyến trên (thiết diện) là tứ giác $MNPQ$.

Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang khi và chỉ khi $\overline{MQ} \parallel \overline{NP}$ hoặc $\overline{MN} \parallel \overline{PQ}$.

Trường hợp 2: $MN \parallel PQ$.

Vậy điều kiện để tứ giác $MNPQ$ là hình thang là $MN \parallel BC$.

Lời giải

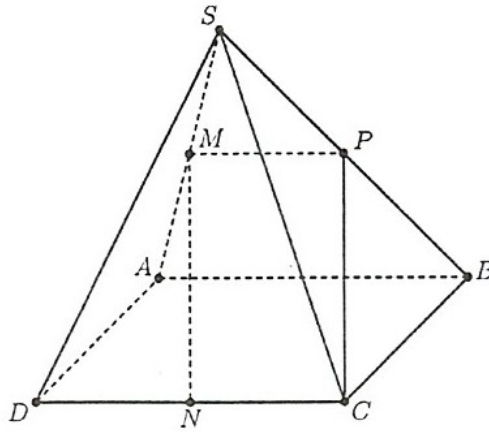
Gọi P là trung điểm của SB , khi đó MP là đường trung bình của tam giác SAB

$$\Rightarrow \begin{cases} MP \parallel AB \\ MP = \frac{1}{2}AB \end{cases} \quad (1)$$

Mặt khác, ta có:
$$\begin{cases} AB // CD, AB = CD \\ N \text{ là trung điểm của } CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CN // AB \\ CN = \frac{1}{2} AB \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có: $\begin{cases} MP \parallel CN \\ MP = CN \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $MNCP$ là hình bình hành.

Trang 2/6



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của SD , (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC, SB . Các đường khép kín tạo bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt của hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

Lời giải

Lời giải

Ta có :
$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) // AC, AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = Mx$$

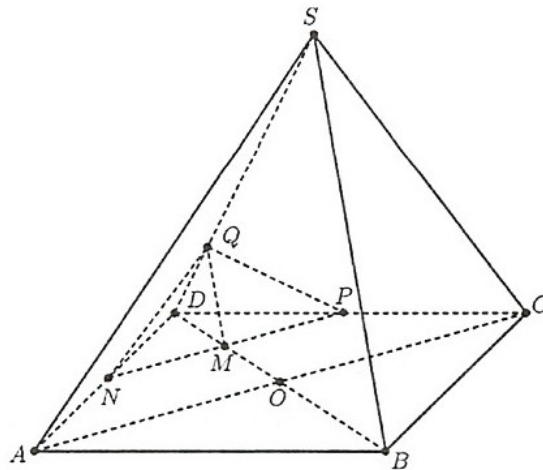
(với Mx qua M và song song với AC).

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ Mx cắt AD tại N và cắt CD tại P .

Tương tự, ta có:
$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (\alpha) // SB, SB \subset (SBD) \end{cases}$$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = MQ$ với $MQ // SB, Q \in SD$.

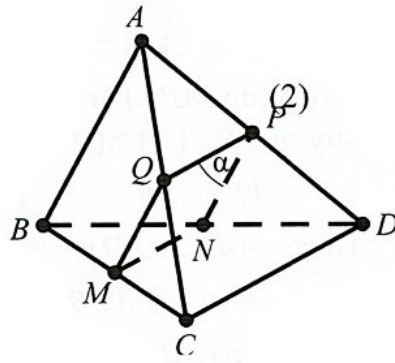
Từ đó, ta có: $(\alpha) \cap (SAD) = NQ, (\alpha) \cap (SCD) = PQ$.



Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì trên cạnh BC ; (α) là mặt phẳng qua M và song song với AB và CD , cắt các cạnh BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q . Hỏi $MNPQ$ là hình gì?

Lời giải

Lời giải



$$\left. \begin{array}{l} AB // (\alpha) \\ (ABC) \supset AB \\ (ABC) \cap (\alpha) = MQ \end{array} \right\} \Rightarrow MQ // AB \quad (1)$$

Ta có:

$$\text{Tương tự, ta có: } NP // AB \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} CD // (\alpha) \\ (ACD) \supset CD \\ (ACD) \cap (\alpha) = PQ \end{array} \right\} \Rightarrow PQ // CD \quad (3)$$

$$\text{Tương tự, ta có: } MN // CD \quad (4)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } MQ // NP \quad (5)$$

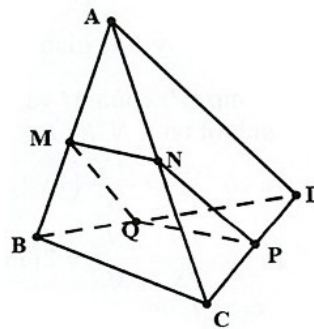
$$\text{Từ (3) và (4) suy ra: } PQ // MN \quad (6)$$

Từ (5) và (6) suy ra $MNPQ$ là hình bình hành.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB . Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Lời giải

Lời giải



$(\alpha) // BC, BC \subset (ABC)$ và (α) cắt (ABC) tại MN nên $MN // BC$.

$(\alpha) // BC, BC \subset (BCD)$ và (α) cắt (BCD) tại PQ nên $PQ // BC$.

Suy ra: $MN // PQ$.

$(\alpha) // AD, AD \subset (ABD)$ và (α) cắt (ABD) tại MQ nên $MQ // AD$.

$(\alpha) // AD, AD \subset (ACD)$ và (α) cắt (ACD) tại NP nên $NP // AD$.

Suy ra: $MQ // NP$.

Do đó, $MNPQ$ là hình bình hành.

$MNPQ$ là hình thoi khi $MN = NP$.

Ta có: $\frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}$; $\frac{NP}{AD} = \frac{CN}{AC}$ hay $\frac{MN}{AD} = \frac{CN}{AC}$.

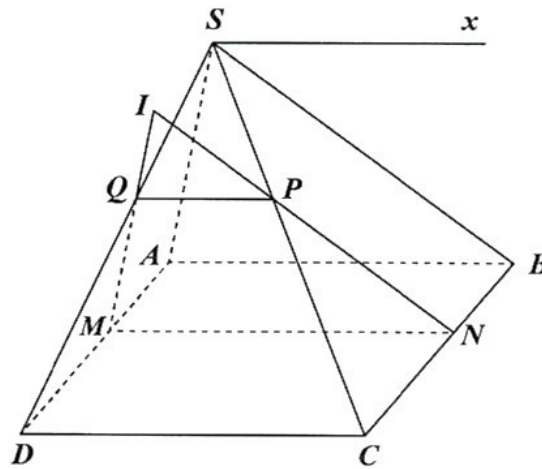
Mà $\frac{AN}{AC} + \frac{CN}{AC} = 1$ nên $\frac{MN}{BC} + \frac{MN}{AD} = 1$

Suy ra: $MN = \frac{AD \cdot BC}{AD + BC}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và một điểm M di động trên cạnh AD . Một mặt phẳng (α) qua M , song song với CD và SA , cắt BC, SC, SD lần lượt tại N, P, Q . Tứ giác $MNPQ$ là hình gì?

Lời giải

Lời giải



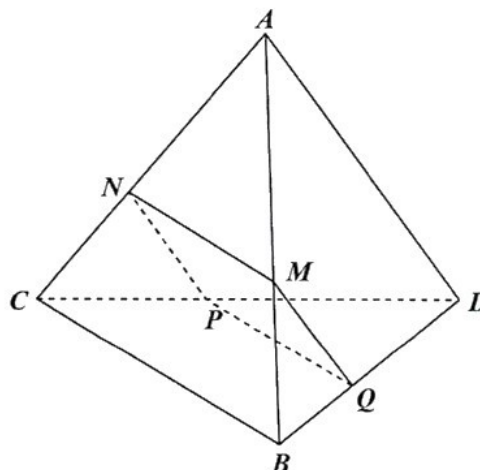
Ta có $PQ \parallel CD$ và $NM \parallel CD \Rightarrow PQ \parallel NM$.

Vậy tứ giác $MNPQ$ là hình thang.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$ và điểm M thuộc cạnh AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M , song song với hai đường thẳng BC và AD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh AC, CD và DB . Trong trường hợp nào thì $MNPQ$ là hình thoi?

Lời giải

Lời giải



$$\text{-Ta có } \begin{cases} MN \parallel BC \\ QP \parallel BC \end{cases} \Rightarrow MN \parallel QP \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} NP \parallel AD \\ MQ \parallel AD \end{cases} \Rightarrow NP \parallel MQ \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

- Để hình bình hành $MNPQ$ là hình thoi thì ta cần $MQ = PQ$.

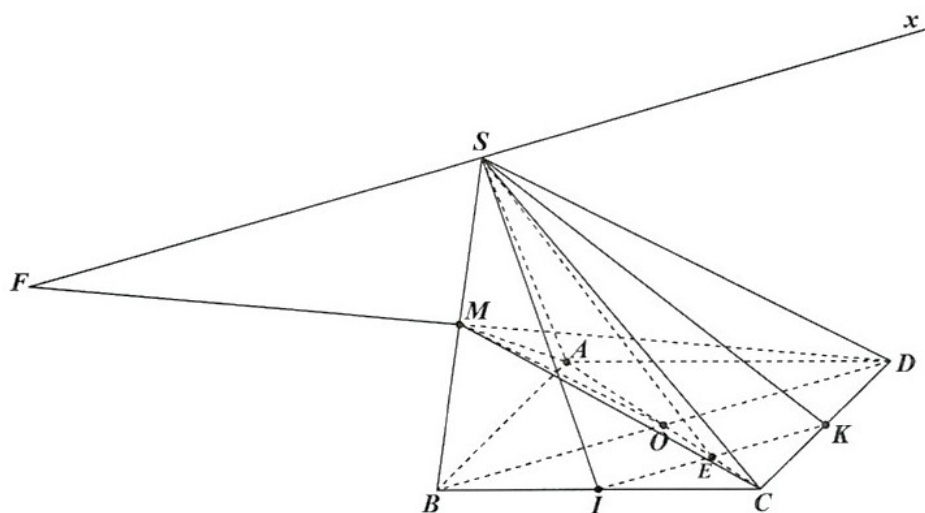
Để $MQ = PQ$ ta cần M là trung điểm AB và $AD = BC$.

Vậy để $MNPQ$ là hình thoi ta cần bổ sung thêm M là trung điểm AB và $AD = BC$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD . Gọi M là trung điểm của SB . Gọi F là giao điểm của DM và (SIK) . Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

Lời giải

Lời giải



-Ta có $S \in (SIK) \cap (SAC)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = IK \cap AC \Rightarrow \begin{cases} E \in IK \subset (SIK) \\ E \in AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow E \in (SIK) \cap (SAC)$.

Suy ra $SE = (SIK) \cap (SAC)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S \in (SIK) \cap (SBD) \\ BD \subset (SBD), IK \subset (SIK) \Rightarrow (SIK) \cap (SBD) = Sx, (Sx \parallel BD \parallel IK). \\ BD \parallel IK \end{cases}$$

-Trong mp (SBD) , gọi $F = Sx \cap DM \Rightarrow \begin{cases} S \in DM \\ S \in Sx \subset (SIK) \end{cases} \Rightarrow F = DM \cap (SIK)$.

$$\text{Ta có } SF \parallel BD \Rightarrow \frac{MF}{MD} = \frac{MS}{MB} = 1$$

---HẾT---