UBND TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

§Ò chÝnh thøc

KỲ THI CHỌN HOC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2004 - 2005
Môn : **TOÁN (VÒNG 1)**
Thời gian: *120 phút (không kể thời gian giao đề)*

....

<u>BàI 1:</u>

Tìm nghiệm của phương trình **:** $\left|\cos x\right| - \left|\sin x\right| - \cos 2x.\sqrt{1+\sin 2x} = 0$ thỏa điều kiện : 2004 < x < 2005 **.**

<u>BàI 2:</u>

Trong mặt phẳng (P), cho tam giác vuông ABC cố định có AB = AC. Tìm tập hợp những điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho :

$$4MA \le MB + MC - \left|MB - MC\right|$$

<u>BàI 3:</u>

a) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số : $y = \dfrac{x^2 + 2x}{(x^2+2)^2}$.

b) Tìm số thực k nhỏ nhất sao cho với mọi số thực a, b luôn có :

$$a + b + ab \le k(a^2 + 2)(b^2 + 2) .$$

------------- Hết ---------------

UBND TỈNH THỪA THIÊN HUẾ
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

§Ò chÝnh thøc

KỲ THI CHỌN HOC SINH GIỎI TỈNH
LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2004 - 2005
Môn : **TOÁN (VÒNG 2)**
Thời gian: *120 phút (không kể thời gian giao đề)*

....

<u>BàI 1:</u>

a) Cho hàm số $g(x)=\dfrac{x\ln\left(\left|\sin x-\cos x\right|\right)}{\sin 2x}$ có tập xác định là D. Tính đạo hàm của hàm số **:** $f(x)=\begin{cases} g(x) & khi\ x\in D \\ 0 & khi\ x=0 \end{cases}$

b) Giải bất phương trình : $e^{x}+(x^{3}-x)\ln(x^{2}+1)\le e^{\sqrt[3]{x}}$

<u>BàI 2:</u>

Xét hai độ dài khác nhau a, b. Tìm điều kiện của a, b để tồn tại tứ diện (T) có một cạnh bằng a và các cạnh còn lại đều bằng b. Với tứ diện (T) này, hãy xác định mặt phẳng (α) sao cho thiết diện của mặt phẳng (α) và tứ diện (T) là một hình vuông (V). Tính diện tích của hình vuông (V) theo a và b.

<u>BàI 3:</u>

Chứng minh rằng tồn tại một tập con E của tập các số tự nhiê n N thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau :

a) E có 2005 phần tử .

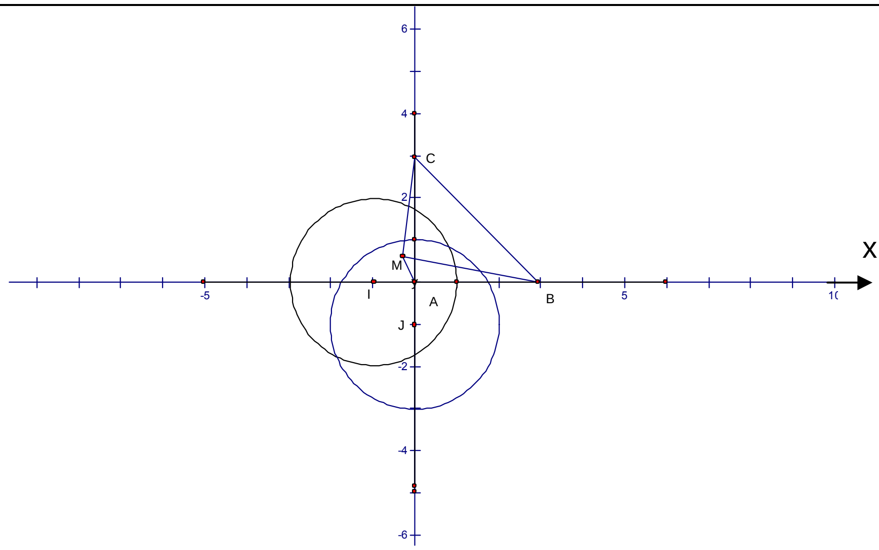
b) Với bất kì cặp số nguyên phân biệt k, h của E thì tích k.h chia hết cho $(k-h)^2$.

------------ Hết --------------

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM VÒNG 1

Bài	**Nội dung**	**Điểm**
1	$\lvert\cos x\rvert - \lvert\sin x\rvert - \cos 2x.\sqrt{1+\sin 2x} = 0$ (*) + $\sqrt{1+\sin 2x}$ = $\lvert\cos x+\sin x\rvert$ cos2x = ($\lvert\cos x\rvert$ - $\lvert\sin x\rvert$).($\lvert\cos x\rvert$ + $\lvert\sin x\rvert$) + (*) $\Leftrightarrow$ ($\lvert\cos x\rvert$ - $\lvert\sin x\rvert$).{1 - ($\lvert\cos x\rvert$ + $\lvert\sin x\rvert$) $\lvert\cos x+\sin x\rvert$ } = 0 $\Leftrightarrow$ $\lvert\cos x\rvert$ - $\lvert\sin x\rvert$ =0 (1) hoaë ($\lvert\cos x\rvert$ + $\lvert\sin x\rvert$) $\lvert\cos x+\sin x\rvert$ = 1 (2) + (1) $\Leftrightarrow$ cos2x= 0 + (2) $\Leftrightarrow$ (1+ $\lvert\sin 2x\rvert$).(1+sin2x) = 1 $\Leftrightarrow$ sin2x=0 (vì sin2x >0 khoâng theå xaûy ra) Tóm lại: (*) $\Leftrightarrow$ cos2x= 0 hoaë sin2x= 0 $\Leftrightarrow$ sin4x= 0 $\Leftrightarrow$ x =k$\frac{\pi}{4}$; k $\in$ Z + Vôùi ñieàu kieän 2004< x <2005 , choïn soá nguyeân k=2552. Vaäy : x = 638 π .	6
....	....	....
2	+ MB +MC - $\lvert$ MB-MC $\rvert$ = 2 Min (MB; MC) 4MA $\le$ MB +MC - $\lvert$ MB-MC $\rvert$ $\Leftrightarrow$ 2MA $\le$ MB vaø 2MA $\le$ MC + Chọn hệ trục Axy và đơn vị trên trục sao cho : B(3;0) ,C(0;3) . Gọi M(x;y) 2MA $\le$ MB $\Leftrightarrow$ $4MA^2 - MB^2 \le 0$ $\Leftrightarrow$ $4(x^2+y^2) - (x-3)^2 - y^2 \le 0$ $\Leftrightarrow$ $(x+1)^2 + y^2 \le 4$ Vậy : 2MA $\le$ MB $\Leftrightarrow$ M ở trong hình tròn (T) tâm I(-1;0),bán kính 2. (kể cả biên) Tương tự : 2MA $\le$ MC $\Leftrightarrow$ M ở trong hình tròn (S) tâm J(0;-1),bán kính 2. (kể cả biên) +Tập hợp những điển M thoả bài toán là phần giao của hai hình tròn (T) và (S) . (kể cả biên)  y	6

3 a



4

$$y = \frac{x^2+2x}{(x^2+2)^2}$$

+ Taäp xaùc ñònh : R

+ y '= $\dfrac{-2(x^3+3x^2-2x-2)}{(x^2+2)^3}$

$= \dfrac{-2(x-1)(x^2+4x+2)}{(x^2+2)^3}$

+ y '= 0 ⇔ x=1 ; x= $-2\pm\sqrt{2}$;

y(1)= $\dfrac{1}{3}$; y($-2-\sqrt{2}$)=$\dfrac{\sqrt{2}-1}{16}$; y($-2+\sqrt{2}$)=$-\dfrac{\sqrt{2}+1}{16}$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0$

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{2}$		$-2+\sqrt{2}$		1		$+\infty$
y '		+	0	-	0	+	0	-	
y	0	↗	$\dfrac{\sqrt{2}-1}{16}$	↘	$-\dfrac{\sqrt{2}+1}{16}$	↗	$\dfrac{1}{3}$	↘	0

....

3 b

....

4

+ Vaäy : $\underset{R}{Max}\, y = \dfrac{1}{3}$; Min y= $\underset{R}{Min}\, y - \dfrac{\sqrt{2}+1}{16}$

....

+ Giả sử k là số thoả bài toán. Lúc đó : $\dfrac{a+b+ab}{(a^2+2)(b^2+2)} \le k$ đúng với mọi a,b

Với a=b=1 ,ta có k $\ge \dfrac{1}{3}$.

+Ta sẽ chứng minh bất đẳng thức sau đúng với mọi a,b : a+b+ab $\leq \frac{1}{3}(a^2+2)(b^2+2)$.

Ta có : $(a^2+2)(b^2+2)-3(a+b+ab) = a^2b^2+2a^2+2b^2+4-3a-3b-3ab$

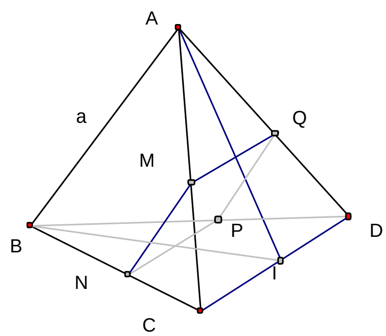
$= (ab-1)^2+\frac{1}{2}(a-b)^2+\frac{3}{2}[(a-1)^2+(b-1)^2] \geq 0$

+Từ đó số k nhỏ nhất thoả bài toán là : $\frac{1}{3}$.

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM (VÒNG 2)

Bài	Nội dung	Điểm
1.a)	+ Khi $x \in D \Leftrightarrow x \neq 0$ và $x \neq \frac{\pi}{4}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}^*$: $f(x)=\frac{x\ln(1-\sin 2x)}{2\sin 2x} \Rightarrow f'(x)=\frac{(\sin 2x-2x\cos 2x)\ln(1-\sin 2x)}{2\sin^2 2x}\ \frac{x\cot g2x}{1-\sin 2x}$ + Khi x = 0 : $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=-\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-\sin 2x)}{2(-\sin 2x)}=-\frac{1}{2}=f'(0)$	3 ....
.... 1.b)	$e^x+(x^3-x)\ln(x^2+1)\leq e^{\sqrt[3]{x}}$ (*) + Biĩu thức $\ln(x^2+1)$ luôn xác định . + x=0 ; x=1 ; x=-1 là các giá trị thoả bất phương trình . $x^3-x=(x-\sqrt[3]{x}).(x^2+x\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})$ +Khi $x \notin \{0;1;-1\}$ thì $x \neq \sqrt[3]{x}$ .Theo định lí Lagrange ,tồn tại số c ở giữa x và $\sqrt[3]{x}$ sao cho: $e^x - e^{\sqrt[3]{x}} = (x-\sqrt[3]{x})e^c$ Vậy: (*) $\Leftrightarrow (x-\sqrt[3]{x}).[e^c + (x^2+x\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})\ln(x^2+1)]\leq 0$ $\Leftrightarrow x-\sqrt[3]{x}\leq 0$ (Vì $[e^c + (x^2+x\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{x^2})\ln(x^2+1)] > 0$) $\Leftrightarrow x^3-x \leq 0$. + Nghiưm cđa bất phương trình đã cho là : $x \in (-\infty;-1]\cup[0;1]$	4 7
...... 2	<u>Điịu kiưn cđa a,b</u> : +Giả sư tứ diưn (T) tồn tại .Gọi AB là cạnh bằng a, các cạnh : AC,AD,BC,BD CD địu cùng bằng b . Gọi I là trung điĩm cạnh CD.Tam giác AIB là tam giác cân : AB=a ;AI=BI=$\frac{b\sqrt{3}}{2}$. Từ AB<AI+BI suy ra : $0<a<b\sqrt{3}$ +Ngưîc lại víi : $0<a<b\sqrt{3}$ .Dựng tam giác địu BCD cạnh b víiư chiịu cao BI. Dựng tam giác cân AIB có AB=a ,nằm trong mỈt phẳng chứa BI và vuông góc với	

mp(BCD) .Ta có :A $\notin$ mp(BCD) .Tứ diưn ABCD thoả điịu kiưn bài toán .



<u>Xác định mỉt phẳng</u> (α):
+ Giả sư thiết diưn là hình vuông MNPQ. Các mỉt cđa tứ diưn (T) lần lượt chứa các đoạn giao tuyến MN,NP,PQ,QM đực gọi tên là mỉt I, mỉt II, mỉt III, mỉt IV.
Do MN//PQ;MQ//NP nên cạnh chung cđa mỉt I và mỉt III; cạnh chung cđa mỉt IIvà mỉt IV ,nằm trên hai đường thẳng song song víi mp(α).
Ngoài ra, hai đường thẳng này vuông góc nhau,vì MN vuông góc MQ.
+ Do <u>a khác b</u> nên tứ diưn (T) chỉ có một cỉp cạnh đối vuông góc,đó là AB và CD .
Vì vậy mp(α) phải song song víi AB và CD.

+ Gọi giao điĩm cđa mp(α) víi AC,BC,BD,AD,lần lượt là M,N,P,Q. Đỉt k = $\frac{MA}{MC}$.

Ta có :MN=$\frac{a}{1+k}$;MQ=$\frac{kb}{1+k}$. Từ MN=MQ ta có : k = $\frac{a}{b}$.

+ Diưõn tích cđa hình vuông MNPQ là : $(\frac{ab}{a+b})^2$ 6

....

+ Ta xây dựng các tập En có n phần tử thỏa tính chất :
"Với bất kì cặp số nguyên phân biệt k ,h của En thì tích k.h chia hết cho $(k-h)^2$ "
bằng phương pháp qui nạp theo n (n > 1)
.... 3 + Chọn : E_2 ={1;2}

+ Giả sử tập En ={a_1 ; a_2;.......;an } với n >1 , thỏa tính chất trên .
Xét tập : En_{+1}= F $\cup$ {m} với m= $a_1.a_2$......an và F = {ai+ m/ i=1,2,....,n }
En_{+1} có n+1 phần tử . Ta chứng minh En $_{+1}$ thoả tính chất trên .

Với k ,h là hai phần tử phân biệt của En $_{+1}$,thì có hai khả năng :
i/Chỉ một phần tử thuộc F ii/Cả hai đều thuộc F

<u>Trường hợp i/</u> : k= ai+ m , h = m= $a_1.a_2$......an
Ta có : h chia hết cho ai ; k chia hết cho ai ; k.h chia hết cho :ai .ai còn $(k-h)^2$ = ai^2

<u>Trường hợp ii/:</u> k= ai+ m , h= aj+ m ; ai và aj thuộc En và khác nhau.
Ta có :k chia hết cho ai ;h chia hết cho aj ;k.h chia hết cho :ai.aj còn $(k-h)^2$=$(ai -aj)^2$
Nhưng ai và aj thuộc En nên tích ai.aj chia hết cho $(ai -aj)^2$.
Từ đó tích k.h chia hết cho $(k-h)^2$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2005-2006

Moân : TOAÙN (Voøng 1)

Thôøi gian laøm baøi: 150 phuùt, khoâng keå thôøi gian phaùt ñeà

....

BAØI 1:

Goïi (C) laø ñoà thò haøm soá $y = x^3 - 2005x$. M_1 laø ñieåm treân (C) coù hoaønh ñoä $x_1=1$.
Tieáp tuyeán cuûa (C) taïi ñieåm M_1 caét (C) theâm moät ñieåm M_2 khaùc M_1.
Tieáp tuyeán cuûa (C) taïi ñieåm M_2 caét (C) theâm moät ñieåm M_3 khaùc M_2,
Tieáp tuyeán cuûa (C) taïi ñieåm M_{n-1} caét (C) theâm moät ñieåm M_n khaùc M_{n-1}. (n =3,4,...)
Goïi $(x_n;y_n)$ laø toïa ñoä cuûa ñieåm M_n . Tìm n ñeå ñaúng thöùc sau ñuùng :

$$2005x_n + y_n + 2^{2007} = 0$$

BAØI 2:

Cho hình vuoâng EFGH .Goïi (T) laø ñöôøng troøn qua caùc trung ñieåm caùc caïnh cuûa tam giaùc EFG. Nhaän xeùt: Ñieåm H thoaû maõn ñoàng thôøi hai tính chaát sau :
a/ Caùc hình chieáu vuoâng goùc cuûa noù laàn löôït leân caùc ñöôøng thaúng : EF ,FG, GE naèm treân moät ñöôøng thaúng d.
b/ Ñöôøng thaúng d tieáp xuùc vôùi ñöôøng troøn (T) .
Haõy tìm taäp hôïp taát caû caùc ñieåm N cuûa maët phaúng chöùa hình vuoâng EFGH sao cho N thoaû maõn ñoàng thôøi hai tính chaát a/ vaø b/ ôû treân .

BAØI 3:

Goïi R laø baùn kính cuûa ñöôøng troøn ngoaïi tieáp cuûa tam giaùc ABC
Chöùng minh raèng neáu tam giaùc ABC khoâng coù caïnh naøo ngaén hôn baùn kính R vaø coù dieän tích nhoû hôn hoaëc baèng $\frac{R^2\sqrt{3}}{2}$ thì : $\sin A + \sin B + \sin C \le \frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

------------- Heát ---------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2005-2006

Moân : TOAN (Voøng 2)
Thôøi gian laøm baøi: 150 phut, khoâng keå thôøi gian phat ñeà

....

BAI 1:

Vôùi moïi soá thöïc a, kí hieäu [a] chæ soá nguyeân k lôùn nhaát maø k $\le$ a .

Giaûi phöông trình : $[\lg x] + x + \left[\frac{x}{6}\right] = \left[\frac{x}{2}\right] + \left[\frac{2x}{3}\right]$

BAI 2:

Cho hình choùp töù giaùc S.ABCD,coù ñaùy ABCD laø moät hình bình haønh .
Goïi G laø troïng taâm cuûa tam giaùc SAC. M laø moät ñieåm thay ñoåi trong mieàn hình bình haønh ABCD .Tia MG caét maët beân cuûa hình choùp S.ABCD taïi ñieåm N .

Ñaët: Q = $\frac{MG}{NG} + \frac{NG}{MG}$

1/ Tìm taát caû caùc vò trí cuûa ñieåm M sao cho Q ñaït giaù trò nhoû nhaát.
2/ Tìm giaù trò lôùn nhaát cuûa Q .

BAI 3:

Vôùi moïi soá nguyeân döông n ,haõy tìm taát caû caùc ña thöùc P(x) thoaû maõn ñoàng thôøi hai ñieàu kieän sau :
a/ Caùc heä soá cuûa P(x) khaùc nhau ñoâi moät vaø ñeàu thuoäc taäp {0;1;.....;n}.
b/ P(x) coù n nghieäm thöïc phaân bieät .

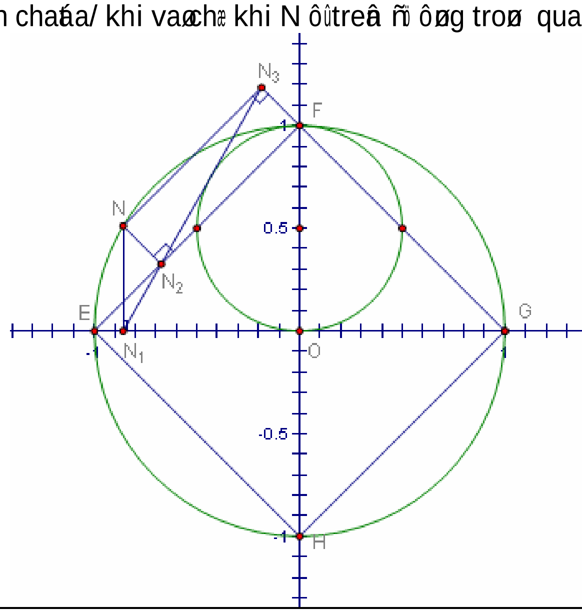
------------ Heá--------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2005-2006

Moâ : TOAN (Voøg 1)

ÑAP AN - THANG ÑIEM

Bai	Noi dung	Ñiem
1		(6ñ)
	+ Phö ông trình tieá tuyeá cuû (C) taii M $_k$ ($x_k;y_k$): $y - y_k = y'(x_k)(x- x_k)$ $y = (3x_k^2 -2005)(x- x_k)+ x_k^3 -2005x_k$	1,0
	+ Xet phö ông trình : $x^3 - 2005x = (3x_k^2 -2005)(x- x_k)+ x_k^3 -2005x_k$ $\Leftrightarrow (x- x_k)(x^2+ x_k.x-2x_k^2) = 0 \Leftrightarrow x= x_k$; $x = -2x_k$ + Vaäy $x_{k+1} = -2x_k$	1,0 1,0
	+ $x_1 =1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 4$ .... , $x_n = (-2)^{n-1}$ n= 1,2,.......... + $y_n = x_n^3 -2005x_n$, $2005x_n + y_n + 2^{2007} = 0 \Leftrightarrow x_n^3 = -2^{2007} \Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = -2^{2007}$ $\Leftrightarrow$ 3n-3 leû vaø 3n -3 = 2007 $\Leftrightarrow$ n= 670	1,0 2,0
2		7,0
	+ Ñieåm N thoaû tính chaát a/ khi vaø chæ khi N ôû treân ñöôøng troøn qua E,F,G. 	1
	+ Chöùng minh: Choïn heä truïc Oxy vôùi O laø taâm hình vuoâng EFGH vaø vec tô ñôn vò treân truïc : $\vec{i} = \overrightarrow{OG}$; $\vec{j} = \overrightarrow{OF}$. Ta coù E(-1;0) , F(0;1) , G(1;0) . Phöông trình cuûa EF : x - y + 1 = 0 ; FG : x + y -1 = 0 , ñöôøng troøn (EFG): $x^2+y^2=1$ Goïi N(X;Y). Toaï ñoä caùc hình chieáu cuûa N leân EG, EF, FG laàn löôït laø N_1 (X;0) , N_2 ($\frac{1}{2}$(X+Y-1); $\frac{1}{2}$(X+Y+1)) , N_3 ($\frac{1}{2}$(X-Y+1); $\frac{1}{2}$(-X+Y+1)) $\overrightarrow{N_1N_2} = (\frac{1}{2}(-X+Y-1);\frac{1}{2}(X+Y+1))$ $\overrightarrow{N_2N_3} = (1-Y;-X)$ N_1, N_2 , N_3 thaúng haøng khi vaø chæ khi:(-X+Y-1)(-X)-(1-Y)(X+Y+1)=0 $\Leftrightarrow X^2+Y^2=1$(1)	2,0

	+ Tìm theâm ñieàu kieän ñeå N thoaû tính chaát b/. Chæ caàn xeùt N(X;Y) khaùc F(0;1). Vôùi ñieàu kieän (1) ,döôøng thaúng d coù phöông trình : X(x -X) +(1-Y)(y-0)=0 Taâm cuûa (T) laø (0; $\frac{1}{2}$) . Baùn kính cuûa (T) : $\frac{1}{2}$ + d tieáp xuùc (T) khi vaø chæ khi : $\frac{\left\lvert X(0-X)+(1-Y)(\frac{1}{2})\right\rvert}{\sqrt{X^2+(1-Y)^2}}=\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \quad (2X^2+Y-1)^2 = X^2+Y^2-2Y+1$ (2)	2,0
	+ Giaûi heä (1) vaø (2). Ruùt X^2 töø (1) thay vaøo (2): $(2Y^2-Y-1)^2=2(1-Y) \Leftrightarrow (Y-1)^2(2Y+1)^2=2(1-Y)$. Ñang xeùt $Y \neq 1$ neân :$(Y-1)(2Y+1)^2= -2$ $\Leftrightarrow 4Y^3-3Y+1= 0 \Leftrightarrow (Y+1)(4Y^2-4Y+1) = 0 \quad \Leftrightarrow Y= -1$; $Y=\frac{1}{2}$.	1,0
	+ Vôùi Y=-1 ta coù ñieåm N(0;-1), ñoù laø H . Vôùi Y= $\frac{1}{2}$, ta coù theâm hai ñieåm N : ($\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}$) vaø (- $\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}$) . Taäp hôïp phaûi tìm laø ba ñænh cuûa tam giaùc ñeàu noäi tieáp trong ñöôøng troøn (EFGH) maø moät ñænh laø H	1,0
3		7,0
	+ Tam giaùc coù: A = 90^0, B=60^0, C=30^0 thì coù daáu ñaúng thöùc . + Coù theå giaû söû: sinA $\geq$ sinB $\geq$ sinC . Ta chöùng minh : sinA+sinB+sinC $\leq$ u+v+w vôùi u =1 , v = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, w = $\frac{1}{2}$.	1,0 1,0
	+ S= $\frac{abc}{4R}$ =2R^2sinAsinBsinC + S$\leq \frac{R^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow$ sinAsinBsinC $\leq \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$ sinAsinBsinC $\leq$uvw .(1)	1,0 1,0
	+ sinC= $\frac{c}{2R} \geq \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ vaø sinAsinB $\leq \frac{\sqrt{3}}{4}\,\frac{1}{\sin C} \Rightarrow$ sinAsinB $\leq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ sinAsinB$\leq$uv.(2) sinA$\leq$1$\Rightarrow$ sinA$\leq$u .(3)	1,0
	+ Ta coù: u+v+w = sinC($\frac{u}{\sin A}+\frac{v}{\sin B}+\frac{w}{\sin C}$)+(sinB-sinC)($\frac{u}{\sin A}+\frac{v}{\sin B}$)+(sinA-sinB) $\frac{u}{\sin A}$ Suy ra: u+v+w $\geq$sinC(3$\sqrt[3]{\frac{uvw}{\sin A\sin B\sin C}}$) +(sinB-sinC)(2$\sqrt{\frac{uv}{\sin A\sin B}}$) + (sinA-sinB) $\frac{u}{\sin A}$ Do (1) ,(2) ,(3) neân : u+v+w $\geq$ 3sinC +2(sinB-sinC)+ (sinA-sinB) = sinA+sinB+sinC. Daáu ñaúng thöùc xaûy ra trong tröôøng hôïp tam giaùc ABC laø nöûa tam giaùc ñeàu .	2,0

SÔÛ GIAÙO DUÏC VAØ ÑAØO TAÏO
THÖØA THIEÂN HUEÁ
ÑEÀ THI CHÍNH THÖÙC

KYØ THI CHOÏN HOÏC SINH GIOÛI TÆNH
KHOÁI 12 THPT - NAÊM HOÏC 2005-2006

Moân : TOAN (Voøng 2)

ÑAÙP AÙN - THANG ÑIEÅM

Baøi	Noäi dung	Ñieåm
1		6,0
	+ Bieåu thöùc lgx xaùc ñònh khi x > 0. + Neáu x laø nghieäm thì : x = $[\frac{x}{2}]+[\frac{2x}{3}]-[\frac{x}{6}]-[\lg x]$ neân x laø soá nguyeân döông.	1,0 1,0
	+ Ñaët x = 6q + r ,vôùi q vaø r laø caùc soá töï nhieân , $0\le r\le 5$. $[\frac{x}{2}]+[\frac{2x}{3}]-[\frac{x}{6}]=[3q+\frac{r}{2}]+[4q+\frac{2r}{3}]-[q+\frac{r}{6}]=6q+[\frac{r}{2}]+[\frac{2r}{3}]-[\frac{r}{6}]$ Phöông trình trôû thaønh : $6q+r=6q+[\frac{r}{2}]+[\frac{2r}{3}]-[\frac{r}{6}]-[\lg x]$ $\Leftrightarrow [\lg x]=[\frac{r}{2}]+[\frac{2r}{3}]-[\frac{r}{6}]-r$ vôùi $r\in\{0;1;2;3;4;5\}$	2,0
	+ Ta coù: $[\frac{r}{2}]+[\frac{2r}{3}]-[\frac{r}{6}]-r=\begin{cases}-1 & khi\quad r=1\\ 0 & khi\quad r=0;2;3;4;5\end{cases}$ +Do $x\ge 1$ neân $[\lg x]\ge 0$ .Khoâng xeùt tröôøng hôïp r=1 Vôùi $r\ne 1$,ta coù: $[\lg x]=0\Leftrightarrow 0\le \lg x<1 \Leftrightarrow 1\le x<10$. Ta choïn caùc soá nguyeân x thoaû $1\le x<10$ vaø x chia cho 6 coù dö soá khaùc 1. Nghieäm cuûa phöông trình : $x\in\{2;3;4;5;6;8;9\}$.	1,0 1,0
2		7,0
	<u>Caâu 1/</u> (Hình veõ ôû trang cuoái) + Q = $\frac{MG}{NG}+\frac{NG}{MG}\ge 2$ .Daáu baèng khi vaø chæ khi : $\frac{MG}{NG}=\frac{NG}{MG}=1$. + SG caét mp(ABCD) taïi taâm O cuûa hình bình haønh ABCD. Goïi K laø trung ñieåm cuûa SG . Töø K döïng maët phaúng song song vôùi mp(ABCD) caét SA,SB,SC,SD laàn löôït taïi A_1 ,B_1 ,C_1 ,D_1 .Töø N döïng maët phaúng song song vôùi mp(ABCD) caét SG taïi N '. Ta coù $\frac{NG}{MG}=\frac{N'G}{OG}$; $\frac{NG}{MG}=1\Leftrightarrow$ N' truøng K $\Leftrightarrow$ N thuoäc caïnh hình bình haønh $A_1B_1C_1D_1$ Noái NK caét caïnh hình bình haønh $A_1B_1C_1D_1$ taïi P, ta coù : PM // SG . + Töø ñoù: Q=2 khi vaø chæ khi M thuoäc caïnh hình bình haønh $A_1^{'}B_1^{'}C_1^{'}D_1^{'}$ $A_1^{'}B_1^{'}C_1^{'}D_1^{'}$ laø hình chieáu song song cuûa hình bình haønh $A_1B_1C_1D_1$ leân mp(ABCD) theo phöông SG .	1,0 1,0 1,0

	Caâu 2/ +Mieàn hình bình haønh ABCD hôïp bôûi caùc mieàn tam giaùc OAB,OBC,OCD,ODA M thuoäc mieàn hình bình haønh ABCD neáu M thuoäc moät trong boán mieàn tam giaùc naøy. Chaúng haïn M thuoäc mieàn Δ OAB. M $\equiv$ A $\Rightarrow$ N $\equiv$ C'; M $\equiv$ B $\Rightarrow$ N $\equiv$ D'; M $\equiv$ O $\Rightarrow$ N $\equiv$ S. Do ñoù N thuoäc mieàn Δ SC'D' vaø N' thuoäc ñoaïn SH, vôùi C',D' vaø H laàn löôït laø trung ñieåm cuûa SC,SD vaø SO. Do ñoù: HG $\le$ N'G $\le$ SG. Vì vaäy : $\frac{HG}{OG} \le \frac{N'G}{OG} \le \frac{SG}{OG}$ hay $\frac{1}{2} \le \frac{NG}{MG} \le 2$.	2,0
	+ Ñaët $x = \frac{NG}{MG}$ Ta coù: Q = $\frac{1}{x} + x$ vôùi $x \in [\frac{1}{2};2]$. Q' = 0 vaø $x \in (\frac{1}{2};2) \Leftrightarrow x = 1$. MaxQ = Max{Q($\frac{1}{2}$);Q(2);Q(1)}= $\frac{5}{2}$. + Giaù trò lôùn nhaát cuûa Q laø $\frac{5}{2}$. Ñaït khi M truøng vôùi O hoaëc caùc ñænh A,B,C,D.	1,0 1,0
3		7,0
	+ Ñieàu kieän a/ cho thaáy baäc cuûa P(x) $\le$ n, ñieàu kieän b/ cho thaáy baäc cuûa P(x) $\ge$ n. Vaäy baäc cuûa P(x) laø n. $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$. vôùi $(a_0, a_1, \ldots, a_n)$ laø moät hoaùn vò cuûa {0,1,...,n} vaø $a_n \neq 0$. + Ta coù: x > 0 $\Rightarrow$ P(x) > 0. Do ñoù moïi nghieäm x_i cuûa P(x) ñeàu khoâng döông. + Vôùi n=1, ta coù ña thöùc duy nhaát thoaû baøi toaùn : P(x) = 1.x + 0.	1,0 1,0 1,0
	+ Vôùi n=2, neáu $P(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ thoaû baøi toaùn thì theo ñònh lí Viet : $x_1 + x_2 = -\frac{a_1}{a_2}$; $x_1.x_2 = \frac{a_0}{a_2}$ trong ñoù: $\{a_0, a_1, a_2\}=\{0,1,2\}$, $a_2 \neq 0$ Do $x_1 \le 0$, $x_2 \le 0$, $x_1 \neq x_2$ neân, $a_1 \neq 0$. Suy ra : $a_0 = 0$. Caùc ña thöùc : $P(x) = 1.x^2 + 2.x + 0$, $P(x) = 2.x^2 + 1.x + 0$ thoaû baøi toaùn. + Vôùi n=3, neáu $P(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ thoaû baøi toaùn thì theo ñònh lí Viet : $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{a_2}{a_3}$; $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = \frac{a_1}{a_3}$; $x_1x_2x_2 = -\frac{a_0}{a_3}$ trong ñoù: $\{a_0, a_1, a_2, a_3\}=\{0,1,2,3\}$, $a_3 \neq 0$ Do $x_1 \le 0$, $x_2 \le 0$, $x_3 \le 0$, $x_1 \neq x_2$ $x_1 \neq x_3$ $x_2 \neq x_3$ neân $a_1 \neq 0$ vaø $a_2 \neq 0$. Suy ra: $a_0 = 0$. Ta coù: $P(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x = x(a_3x^2 + a_2x + a_1)$; $\{a_1, a_2, a_3\}=\{1,2,3\}$, $a_2^2 - 4a_3a_1 > 0$ Caùc ña thöùc : $P(x)=1.x^3+3.x^2+2.x+0$, $P(x)=2x^3+3x^2+1.x+0$ thoaû baøi toaùn.	1,0 1,0

2,0

+ Vôùi n>3,neáu $P(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots\dots\dots + a_1x + a_0$ thoaû baøi toaùn thì theo ñònh

lí Víet : $\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = -\dfrac{a_{n-1}}{a_n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_1x_2\dots\dots x_{n-1} + x_2x_3\dots\dots x_n + \dots\dots\dots + x_nx_1\dots\dots x_{n-2} = (-1)^{n-1}\dfrac{a_1}{a_n} \\ x_1x_2\dots\dots x_n = (-1)^n\dfrac{a_0}{a_n} \end{cases}$

vôùi $(a_0, a_1, \dots\dots, a_n)$ laø moät hoaùn vò cuûa {0,1,...,n} vaø $a_n \neq 0$

Do caùc x_i khoâng döông vaø khaùc nhau ñoâi moät neân phaûi coù $a_0 = 0$.

Vaäy P(x) coù moät nghieäm baèng 0 vaø n -1 nghieäm coøn laïi khaùc nhau ñoâi moät vaø ñeàu aâm.

Coù theå giaû söû $x_n = 0$ .Luùc ñoù x_1 , x_2 ,...., x_{n-1} laø caùc nghieäm aâm cuûa :

$Q(x)= a_nx^{n-1}+ a_{n-1}x^{n-2} +\dots+ a_2x +a_1$ vôùi $(a_1,a_2,\dots, a_n)$ laø moät hoaùn vò cuûa{1,2,...,n},$a_n \neq 0$

Ñaët $u_i = -x_i$ (i=1,2,.....,n-1) .Ta coù $u_i > 0$ vaø

$u_1+ u_2+\dots+ u_{n-1}= \dfrac{a_{n-1}}{a_n}$ (1) ; $u_1u_2\dots u_{n-2}+ u_2u_3\dots u_{n-1}+ \dots\dots+ u_{n-1}u_1\dots u_{n-3} = \dfrac{a_2}{a_n}$ (2)

$u_1u_2\dots u_{n-1} = \dfrac{a_1}{a_n}$ (3) . Töø (2) vaø (3) cho : $\dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \dots\dots + \dfrac{1}{u_{n-1}} = \dfrac{a_2}{a_1}$ (4)

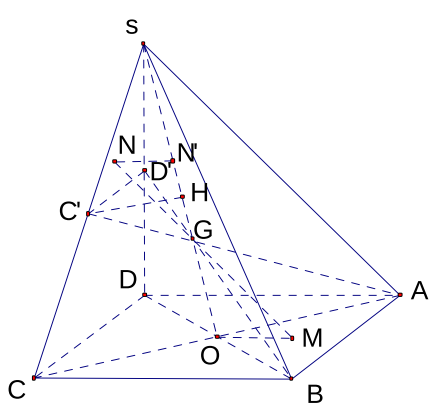
Theo baát ñaúng thöùc Coâsi : $(u_1+ u_2+\dots\dots\dots+ u_{n-1})\left(\dfrac{1}{u_1} + \dfrac{1}{u_2} + \dots\dots + \dfrac{1}{u_{n-1}}\right) \geq (n-1)^2$

Duøng (1) vaø (4) suy ra : $\dfrac{a_{n-1}}{a_n}.\dfrac{a_2}{a_1} \geq (n-1)^2$ .Nhöng $\dfrac{a_{n-1}}{a_n}.\dfrac{a_2}{a_1} \leq \dfrac{n(n-1)}{1.2}$ neân :

$(n-1)^2 \leq \dfrac{n(n-1)}{1.2} \Rightarrow n \leq 2$, maâu thuaãn vôùi n > 3 .

Caùc ña thöùc thoaû baøi toaùn :

$P(x) = x$, $P(x) = x^2 + 2x$, $P(x) = 2x^2 + x$, $P(x) = x^3+3x^2+2x$, $P(x) = 2x^3+3x^2+x$.



Hình veõ baøi 2

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2006-2007

Môn : **TOÁN** (Vòng 1)

Thời gian làm bài : 150 phút

BÀI 1:(5 điểm)

Với các tham số thực m, p ($m \neq 0$), xét các đồ thị :

$$(H_m): \; y = \frac{x^2 - m^2}{x} \quad \text{và} \quad (C_p): \; y = x^3 - (2p-1)x.$$

a/ Tìm điều kiện của m và p để các đồ thị (H_m) và (C_p) tiếp xúc nhau .

b/ Chứng tỏ rằng khi các đồ thị (H_m) và (C_p) tiếp xúc nhau thì tiếp điểm của chúng nằm trên đồ thị : $y = x - x^3$

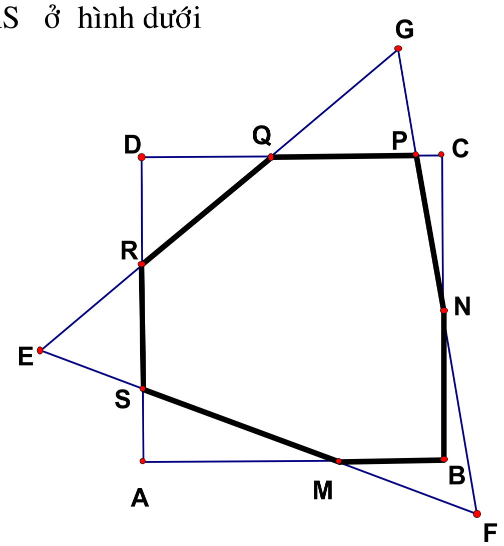
BÀI 2:(3 điểm)

Chứng minh rằng tam giác ABC có ít nhất một góc bằng 45^0 khi và chỉ khi :

$$2(\sin A.\sin B.\sin C - \cos A.\cos B.\cos C) = 1 .$$

BÀI 3 :(6 điểm)

Trên mặt phẳng, xét một hình vuông ABCD và một tam giác đều EFG cắt nhau tạo thành một thất giác lồi MBNPQRS ở hình dưới



a/ Chứng minh rằng : “ Nếu SM = NP = QR thì MB = PQ và BN = RS ”.

b/ Chứng minh rằng : “ Nếu MB = PQ và BN = RS thì SM = NP = QR ” .

BÀI 4:(6 điểm)

Xét các số thực thay đổi x,y thỏa điều kiện : $x^2 - xy + y^2 = 3$.

a/ Tìm giá trị lớn nhất của $T = x^2y - xy^2$.

b/ Tìm tất cả các cặp (x; y) để T đạt giá trị nhỏ nhất .

------------- Hết ---------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH

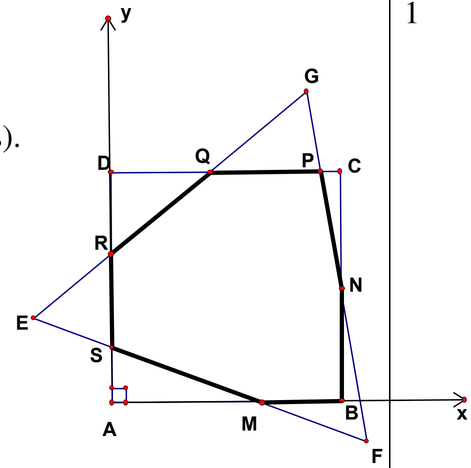
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2006-2007

Môn : **TOÁN** (Vòng 1)

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

BÀI 1	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu a (3đ)	(H_m) và (C_p) tiếp xúc nhau khi và chỉ khi hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} \dfrac{x^2-m^2}{x} = x^3-(2p-1)x \\ 1+\dfrac{m^2}{x^2} = 3x^2-(2p-1) \end{cases}$	1
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-m^2 = x^4-(2p-1)x^2 \\ x^2+m^2 = 3x^4-(2p-1)x^2 \end{cases}$ $(x \neq 0)$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 = m^2 \\ m^2 = px^2 \end{cases}$. Với $m \neq 0$ thì $x \neq 0$.	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \lvert m\rvert \\ m^2 = p\lvert m\rvert \end{cases}$ $(m \neq 0)$	0,5
	Điều kiện để (H_m) và (C_p) tiếp xúc nhau : $p = \lvert m\rvert$ $(m \neq 0)$.	0,5
Câu b (2đ)	Tọa độ của tiếp điểm thỏa : $x^4 = m^2$ và $y = \dfrac{x^2-m^2}{x}$ $(m \neq 0)$	1
	Do đó : $y = \dfrac{x^2-x^4}{x} = x - x^3$. Tiếp điểm ở trên đồ thị: $y = x - x^3$	1
BÀI 2	**NỘI DUNG**	**ĐIỂM**
(3đ)	Cho tam giác ABC có góc bằng 45^0 chứng tỏ: $2(\sin A.\sin B.\sin C - \cos A.\cos B.\cos C) = 1$ (1) Chẳng hạn $A = 45^0$, vế trái của (1) bằng : $\sqrt{2}(\sin B.\sin C - \cos B.\cos C) = -\sqrt{2}\cos(B+C) = \sqrt{2}\cos A = 1$	1
	Giả sử (1) đúng .Ta có: (1) $\Leftrightarrow \sin A[\cos(B-C) - \cos(B+C)] - \cos A[\cos(B-C) + \cos(B+C)] = 1$ $\Leftrightarrow \cos(B-C)[\sin A - \cos A] + \sin A\cos A + \cos^2 A = 1$ $\Leftrightarrow (\sin A - \cos A)[\cos(B-C) - \sin A] = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}\sin(A-45^0)[\cos(B-C) - \cos(90^0-(B+C))] = 0$ $\Leftrightarrow \sin(A-45^0)\sin(B-45^0)\sin(C-45^0) = 0$ (2)	1,5
	Do A,B,C là góc tam giác nên từ (2) suy ra tam giác ABC có góc bằng 45^0	0,5

BÀI 3	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu a (3đ)	Chọn hệ trục Axy như hình vẽ : Gọi a là cạnh hình vuông ABCD . A(0,0) , B(a,0), C(a,a), D(0,a) M(m,0), N(a,n) ,P(p,a),Q(q,a),R(0,r), S(0,s). MB= a-m; PQ= p-q; BN= n ; RS= r-s 	1
	Nếu SM = NP = QR kết hợp với EF = FG = GE ,ta có: $\overrightarrow{SM} = k\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{NP} = k\overrightarrow{FG}$; $\overrightarrow{QR} = k\overrightarrow{GE}$ với k = $\dfrac{SM}{EF}$. Nhưng : $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{O}$ nên : $\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{O}$	1
	Do $\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QR}$ = (m+p-a-q; -s -n +r) nên: m+p-a-q = 0 ; -s -n +r = 0. Hay a-m = p-q và n = r-s ,tức là :MB = PQ và BN = RS.	1
Câu b (3đ)	Nếu MB = PQ và BN = RS thì $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{O}$, $\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{O}$	0,5
	Kết hợp với $\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QR}+\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{O}$, ta có: $\overrightarrow{SM}+\overrightarrow{NP}+\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{O}$.	0,5
	Nhưng : $\overrightarrow{SM} = x\overrightarrow{EF}$; $\overrightarrow{NP} = y\overrightarrow{FG}$; $\overrightarrow{QR} = z\overrightarrow{GE}$ với x = $\dfrac{SM}{EF}$; y = $\dfrac{NP}{FG}$; z = $\dfrac{QR}{GE}$ nên : $x\overrightarrow{EF} + y\overrightarrow{FG} + z\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{O}$	1
	$\Leftrightarrow$ (x-z) $\overrightarrow{EF}$ = (z-y) $\overrightarrow{FG}$ $\Leftrightarrow$ x-z = 0 và z-y = 0 (vì $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{FG}$ không cùng phương).	0,5
	Từ x = y = z và EF = FG = GE suy ra : SM = NP = QR.	0,5
BÀI 4	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu a (3,5đ)	$x^2 - xy + y^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 = xy + 3$. T = $x^2y - xy^2 = xy(x-y)$ $\Rightarrow T^2 = (xy)^2(x^2 + y^2 - 2xy) = t^2(t+3-2t) = 3t^2 - t^3$ với t = xy.	1
	Do $x^2 + y^2 = xy + 3$ và $x^2 + y^2 \geq 2\|xy\|$ nên $t+3 \geq 2\|t\|$. Vì vậy t $\in$ [-1 ; 3]	0,5
	Giá trị lớn nhất của f(t) = $3t^2 - t^3$ trên đoạn [-1 ; 3] là Max{f(-1); f(3), f(0), f(2)} = 4 (do : f'(t) = $6t-3t^2 = 3t(2-t)$; f(-1) = 4 = f(2); f(3) = 0 = f(0)) . Vậy: $T^2 \leq 4$.	1

	$T^2 \le 4 \Leftrightarrow -2 \le T \le 2$. Với x = -1, y=1 thì $x^2 - xy + y^2 = 3$ và T=2. Vậy giá trị lớn nhất của T là 2 .	1
Câu b **(2,5đ)**	$T \ge -2$; T = -2 trong các trường hợp sau : (I) $\begin{cases} x^2y - xy^2 = -2 \\ xy = -1 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ (II) $\begin{cases} x^2y - xy^2 = -2 \\ xy = 2 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$	1
	Giải hệ (I) : x =1; y= -1 .	0,5
	Giải hệ (II) : x = -2; y= -1 hay x = 1; y= 2 .	0,5
	T đạt giá trị nhỏ nhất trong trường hợp : $(x,y) \in \{ (1; -1), (1; 2), (-2; -1) \}$	0,5

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2006-2007

Môn : **TOÁN** (Vòng 2)

Thời gian làm bài : 150 phút

BÀI 1: (3 điểm)

Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 6x^2 + y^2 - 5xy - 7x + 3y + 2 = 0 \\ \dfrac{x-y}{3} = \ln(x+2) - \ln(y+2) \end{cases}$

BÀI 2: (6 điểm)

Cho lăng trụ tứ giác (L) tùy y. Giả sử rằng bên trong (L) có một hình cầu (S) bán kính R tiếp xúc với tất cả các mặt của (L) .

a/ Gọi $S_đ$ là diện tích một mặt đáy của (L), S_{xq} là tổng các diện tích mặt bên của (L).
Chứng tỏ rằng : $S_{xq} = 4S_đ$.

b/ Chứng minh rằng tổng tất cả diện tích các mặt của (L) lớn hơn hoặc bằng $24R^2$.

BÀI 3:(5 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi :

$u_1 = 2; u_2 = 3$ và với $n \geq 3$: $u_n = nu_{n-1} - (n-2)u_{n-2} - 2n + 4$

a/ Tìm n để $|u_n - 2007|$ có giá trị nhỏ nhất .

b/ Tìm số dư khi chia u_{2007} cho 2006 .

BÀI 4:(6 điểm)

Xét phương trình hàm :

$f(xy) - f(x) \cdot f(y) = 3\left[f(x+y) - 2xy - 1\right]$ với mọi số thực x, y .

a/ Tìm hàm số chẵn thỏa mãn phương trình hàm trên .

b/ Tìm tất cả các hàm số thỏa mãn phương trình hàm trên .

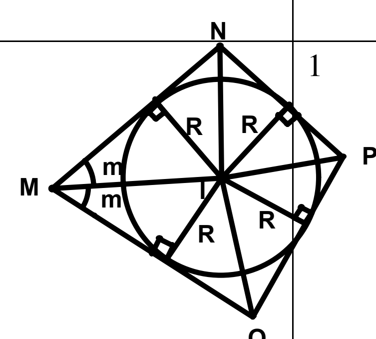
------------- Hết ---------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỪA THIÊN HUẾ
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH
KHỐI 12 THPT - NĂM HỌC 2006-2007

Môn : **TOÁN** (Vòng 2)

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

BÀI 1	NỘI DUNG	ĐIỂM
(3đ)	$\begin{cases} 6x^2+y^2-5xy-7x+3y+2=0 & (1) \\ \dfrac{x-y}{3}=\ln(x+2)-\ln(y+2) & (2) \end{cases}$ Điều kiện : x> -2 , y> -2 .	0,5
	Giải y theo x từ (1) : $y^2 + (3-5x)y + 6x^2 - 7x + 2 = 0$ $\Delta_y = (3-5x)^2 - 4(6x^2 - 7x + 2) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$; $y = 3x - 2$, $y = 2x - 1$.	0,5
	Viết lại (2) : x - 3ln(x+2) = y - 3ln(y+2) hay f(x) = f(y) với f(t) = t - 3ln(t+2). Sự biến thiên của f(t) trong khỏang (-2;+∞): $f'(t)= 1-\dfrac{3}{t+2}=\dfrac{t-1}{t+2}$ f(t) <u>nghịch biến</u> trong khỏang (-2; 1) ; f(t) <u>đồng biến</u> trong khỏang (1; +∞)	0,5
	Nếu x = 1 thì y = 1 và (1; 1) là một nghiệm của hệ.	0,5
	Nếu x, y trong khỏang (-2; +∞) thỏa (1) và $x \neq 1$,thì f(x) < f(y) . Thậy vậy, do y = 3x-2 hay y = 2x - 1 nên y - x = 2(x-1) hay y - x = x - 1 Với x > 1 thì từ y = 3x-2 hay y = 2x - 1 đều có y > x> 1. Suy ra f(y) > f(x). Với x < 1 thì từ y = 3x-2 hay y = 2x - 1 đều có y < x <1. Suy ra f(y) > f(x). Vậy nghiệm của hệ là : (x, y) =(1,1) .	1
BÀI 2	NỘI DUNG	ĐIỂM
<u>Câu a</u>	Chiều cao của (L) là 2R. Thể tích của (L) : $V= 2R.S_đ$ (*)	0.5
(2đ)	Gọi I là tâm hình cầu (S). Lăng trụ (L) hợp bởi 6 hình chóp có đỉnh là I và đáy lần lượt là 4 mặt bên và 2 mặt đáy .Các hình chóp này đều có chiều cao bằng R. Vì vậy cũng có : $V= \frac{1}{3}R(S_{xq} +2S_đ)$ (**)	1
	So sánh các kết quả (*) và (**) suy ra : $S_{xq} = 4S_đ$	0,5
<u>Câu b</u> (4đ)	Diện tích tòan phần của (L) : $S_{tp} = S_{xq} + 2S_đ = \frac{3}{2}S_{xq}$; $S_{tp} \geq 24R^2$ $\Leftrightarrow$ $S_{xq} \geq 16R^2$	1
	Gọi d là độ dài cạnh bên của (L) . Mặt phẳng qua I vuông góc với cạnh bên của (L) cắt hình cầu (S) theo một hình tròn (C), tâm I bán kính R, và cắt các cạnh bên lần lượt tại các điểm M, N, P, Q. Tứ giác MNPQ ngọai tiếp (C) . Ta có : $S_{xq} = d(MN + NP + PQ + QM)$  	1
	Chú ý : $d \geq 2R$. Ta chứng minh thêm: $MN + NP + PQ + QM \geq 8R$	0,5

	Đặt : $2m = \widehat{QMN}, 2n = \widehat{MNP},\ 2p = \widehat{NPQ},\ 2q = \widehat{PQM}$. Ta có: m, n, p, q $\in (0, \frac{\pi}{2})$ và m + n + p + q = π ; MN + NP + PQ + QM = 2R(cotgm + cotgn + cotgp + cotgq) Do: $\cot gm + \cot gn\ - 2\cot g\left[\frac{1}{2}\ (m+n)\right]\ =\ \dfrac{\cot g\frac{m+n}{2}}{\sin m \sin n}\left[1-\cos(m-n)\right] \geq 0$ với mọi m, n $\in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên : cotgm + cotgn $\geq$ 2cotg[$\frac{1}{2}$(m+n)]. Suy ra :cotgm + cotgn + cotgp + cotgq $\geq$ 4cotg[$\frac{1}{4}$(m + n + p + q)] = 4cotg$\frac{\pi}{4}$ = 4.	1
	Từ đó : MN + NP + PQ + QM $\geq$ 8R và $S_{xq} \geq 16R^2$. Vì vậy : $S_{tp} \geq 24R^2$ .Dấu bằng trong trường hợp (L) là hình lập phương cạnh 2R.	0,5
BÀI 3	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu a (2đ)	 (u_n): $u_1 = 2$,$u_2 = 3$, $u_n = nu_{n-1} - (n-2)u_{n-2} - 2n + 4$ với n $\geq$ 3. $u_3 = 5$, $u_4 = 10$, $u_5 = 29$, $u_6 = 126$, $u_7 = 727$, $u_8 = 5048$.	0,5
	$u_n = nu_{n-1} - (n-2)u_{n-2} - 2n + 4 = u_{n-1} + (n-1)[u_{n-1} - u_{n-2}] + [u_{n-2} - 2(n-2)]$ với n ≥ 3 Dùng qui nạp, với n$\geq$3 ta có: $u_n > 2n$ và $u_n > u_{n-1}$.	1
	Vậy giá trị $\mid u_n - 2007 \mid$ nhỏ nhất trong trường hợp n = 7 .	0,5
Câu b (3đ)	(u_n): $u_1 = 2$, $u_2 = 3$, $u_n = nu_{n-1} - (n-2)u_{n-2} - 2n + 4$ với n ≥ 3 Đặt : $u_n = v_n + n$, ta có : $v_1 = 1$, $v_2 = 1$ với n $\geq$ 3 : $v_n + n = n(v_{n-1} + n - 1) - (n-2)(v_{n-2} + n - 2) - 2n + 4$ $\Leftrightarrow v_n - v_{n-1} = (n-1)v_{n-1} - (n-2)v_{n-2}$.	1
	$v_n - v_2 = (v_n - v_{n-1}) + (v_{n-1} - v_{n-2}) + ...+ (v_4 - v_3) + (v_3 - v_2)$ $=[(n-1)v_{n-1} - (n-2)v_{n-2}] + [(n-2)v_{n-2} - (n-3)v_{n-3}] +.....+ (3v_3 - 2v_2) + (2v_2 - 1v_1)$ $=(n-1)v_{n-1} - v_1$ Do đó : $v_n = (n-1)v_{n-1}$ với n $\geq$ 2	1
	Suy ra: $v_n = (n-1)v_{n-1} = (n-1)(n-2)v_{n-2} = ... = (n-1)(n-2)(n-3)........1.v_1 = (n-1)!$ và $u_n = (n-1)! + n$.	0.5
	Từ đó : u_{2007} = 2006! + 2007 chia cho 2006 dư 1 .	0,5
BÀI 4	NỘI DUNG	ĐIỂM

Câu a (2,5đ)	Ta có: f(xy) - f(x).f(y) = 3(f(x+y) -2xy -1) (*) với mọi số thực x, y và: f(-x) = f(x) Ở (*) thay x bởi $\frac{x}{2}$ và y bởi $\frac{x}{2}$ ta được: f($\frac{x^2}{4}$) - f^2($\frac{x}{2}$) = 3(f(x) - $\frac{x^2}{2}$ - 1) (1) Ở (*) thay x bởi $\frac{x}{2}$ và y bởi -$\frac{x}{2}$ ta được : f($\frac{x^2}{4}$) - f^2($\frac{x}{2}$) = 3(f(0) + $\frac{x^2}{2}$ - 1) (2) Từ (1), (2) suy ra: f(x) = x^2 + f(0) .	1
	<u>Tính f(0)</u>: Từ (*) ta có: f(0) - f(x).f(0) = 3(f(x) -1) ⇔ (f(0) +3)(f(x) -1) = 0 , với x tùy ý. Chú ý hàm số hằng f(x) =1 không thỏa (*), nên tồn tại x mà f(x) ≠ 1. Do đó f(0) = - 3	1
	Thử lại thấy hàm số chẵn f(x) = x^2 - 3 thỏa phương trình hàm (*).	0,5
Câu b (3,5đ)	Từ (*) ta có : f(x + y) = $\frac{1}{3}$f(xy) - $\frac{1}{3}$f(x).f(y) + 2xy + 1 (4) với mọi số thực x, y Thay y = 1 vào (4) ta có : f(x+1) = af(x) + 2x+1 (5) với x tùy ý và a = $\frac{1}{3}$(1 - f(1)) .	0,5
	Thay x bởi x + y vào (5) :f(x + y + 1) = af(x + y) + 2(x + y) +1 Dùng (4) ta được: f(x + y + 1) = a[$\frac{1}{3}$f(xy) - $\frac{1}{3}$f(x).f(y) + 2xy + 1] +2(x+ y) +1 (6) với x, y tùy ý. Thay y = -1 vào (6): f(x) = $\frac{a}{3}$ f(- x) - $\frac{a}{3}$f(x) .f(-1) +2(1 - a)x + a - 1 (7)	0,5
	Thay x = -1 vào (5) và để ý f(0) = -3 ta có : af(-1) = -2 . Vì vậy (7) trở thành : 3f(x) = af(- x) +2f(x) + 6(1 - a)x + 3(a-1) hay: f(x) = af(- x) + 6(1 - a)x + 3(a-1) (8) với x tùy ý .	0,5
	Thay x bởi - x vào (8) : f(- x)= af(x) - 6(1 - a)x + 3(a-1) (9) Từ (8), (9) ta có: f(x) = a[af(x) - 6(1 - a)x + 3(a -1)] + 6(1- a)x + 3(a-1) Hay : $(1 - a^2)f(x) = 6(1 - a)^2x + 3(a^2 - 1)$ (10) với x tùy ý	0,5
	Nếu a = -1 thì (10) dẫn đến mâu thuẩn . Nếu a = 1 thì (10) hiển nhiên, nhưng (9) trở thành: f(-x) = f(x) với x tùy ý. Đã xét ở câu a/ Nếu $a^2 \neq 1$ thì (10) dẫn đến : f(x) = $6\frac{1-a}{1+a}$x - 3 . (11) với x tùy ý	0,5
	Thay x= 1 vào (11) : f(1) = $\frac{3-9a}{1+a}$ .Kết hợp với a = $\frac{1}{3}$(1 - f(1)) ,ta có : 1 - 3a = $\frac{3-9a}{1+a}$ ⇔ $3a^2$- 7a + 2 =0⇔ a = 2 ; a = $\frac{1}{3}$	0,5

	Thay a vào (11) : với a = 2 ta có: f(x) = -2x - 3; với a=$\frac{1}{3}$ ta có: f(x) = 3x - 3 Thử lại thấy các hàm số : f(x) = -2x -3 và f(x) = 3x -3 thỏa phương trình hàm (*) Các nghiệm của phương trình hàm (*) : f(x) = -2x - 3; f(x) = 3x - 3 và f(x) = x^2 -3 .	0,5