

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ 1 – TOÁN 12 – ĐỀ SỐ 6

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

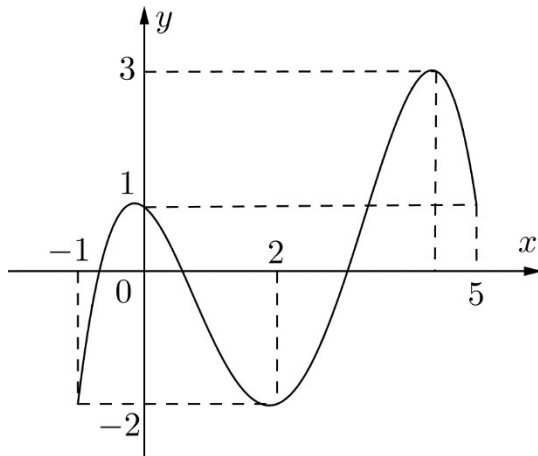
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 1 .

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

- A. $T = [1; 9]$. B. $T = [2\sqrt{2}; 4]$. C. $T = (1; 9)$. D. $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x+1}$ có phương trình là

- A. $y = x + 1$.
B. $y = 2x - 1$.
C. $y = x - 1$.

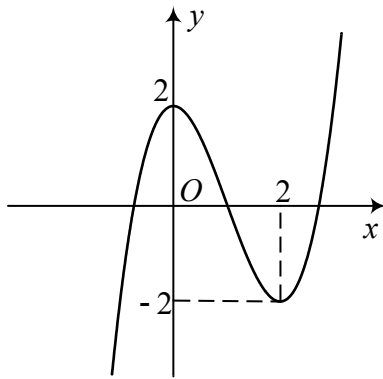
D. $y = 2x + 1$.

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$

- A. $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{2x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x + 8}{2x - 1}$. C. $y = \frac{2x^2 + x + 8}{2x + 1}$. D. $y = \frac{2x^2 + x - 8}{2x + 1}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

- A. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 2\vec{SG}$.
C. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 3\vec{SG}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 4\vec{SG}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$.
C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{JI}$. D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = -2\vec{JI}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3; -1; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(3; 0; 0)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ 1	↗ 2	↘ $-\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$;
- b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$;
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -7.
- d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

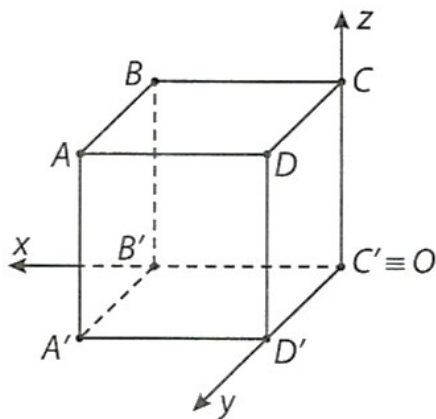
Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.
- c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	

- d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương như hình vẽ bên.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ đỉnh $A(1;1;1)$

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0)$

c) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'CD'$ là $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OA}$

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

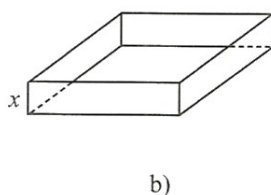
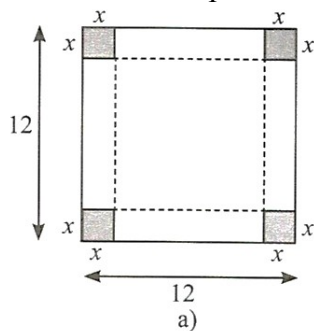
Câu 1. Một nhà sản xuất ấm điện thực hiện một nghiên cứu kiểm soát chi phí và phát hiện ra rằng để sản xuất x ấm đun nước mỗi ngày, chi phí cho mỗi ấm $C(x)$ được xác định bởi công thức:

$C(x) = 4 \ln x + \left(\frac{30 - x}{10}\right)^2$ (trăm đô la) với công suất sản xuất tối thiểu 10 ấm/ngày. Cần sản xuất bao nhiêu ấm đun nước để giữ giá thành mỗi ấm ở mức tối thiểu?

Câu 2. Một công ty ước tính rằng chi phí C (USD) để sản xuất x đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức $C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$. Công ty sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì chi phí

trung bình $\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 12 cm, người ta cắt bỏ đi bốn hình vuông nhỏ có cạnh bằng x (cm) ở bốn góc (Hình a) và gấp lại thành một hình hộp không nắp (Hình b). Tìm x để thể tích của hình hộp là lớn nhất.



Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 1, AD = AA' = 4$. Độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC'}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $a = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . Tốc độ của máy bay B là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 6. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy - 5})x + \sqrt{3xy - 5} = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

PHIẾU TRẢ LỜI

PHẦN I

	A	B	C	D
1	☐	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	☐
5	☐	☐	☐	☐
6	☐	☐	☐	☐
7	☐	☐	☐	☐
8	☐	☐	☐	☐
9	☐	☐	☐	☐
10	☐	☐	☐	☐

	A	B	C	D
11	☐	☐	☐	☐
12	☐	☐	☐	☐

Điểm

Điểm phần I: đ

Điểm phần II: đ

Điểm phần III: đ

Tổng: đ

PHẦN II

Câu 1	Câu 2
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

Câu 3	Câu 4
Đúng Sai	Đúng Sai
a) ☐ ☐	☐ ☐
b) ☐ ☐	☐ ☐
c) ☐ ☐	☐ ☐
d) ☐ ☐	☐ ☐

PHẦN III

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐	- ☐
, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐	, ☐
0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐	0 ☐
1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐	1 ☐
2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐	2 ☐
3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐	3 ☐
4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐	4 ☐
5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐	5 ☐
6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐	6 ☐
7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐	7 ☐
8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐	8 ☐
9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐	9 ☐

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng nhất.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2 . B. 3 . C. 4 . D. 1 .

Lời giải

Chọn D

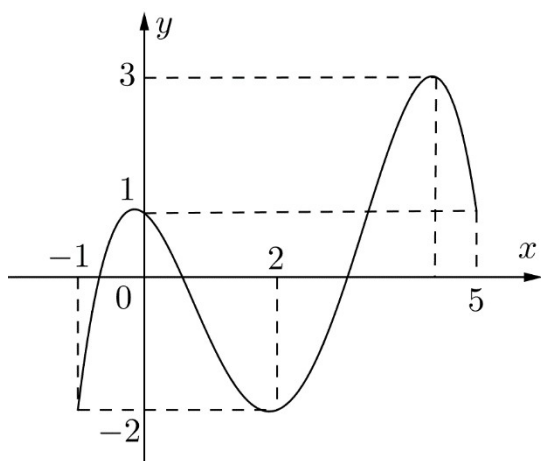
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)(x-4)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y					$f(0)$				
			$f(-1)$			$f(4)$			

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



A. - 1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy:
$$\begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

A. $T = [1; 9]$

B. $T = [2\sqrt{2}; 4]$

C. $T = (1; 9)$

D. $T = [0; 2\sqrt{2}]$

Lời giải

Tập xác định: $D = [1; 9]$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} - \frac{1}{2\sqrt{9-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 9-x = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

$$f(1) = f(9) = 2\sqrt{2}, \quad f(5) = 4$$

Vậy tập giá trị là $T = [2\sqrt{2}; 4]$

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x = 2$

B. $x = -2$

C. $x = 1$

D. $x = -1$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, suy ra đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = 2x - 1 - \frac{1}{x+1}$ có phương trình là

A. $y = x + 1$

B. $y = 2x - 1$

C. $y = x - 1$.

D. $y = 2x + 1$.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án B

Câu 7. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	$-\infty$	$+\infty$	$\frac{7}{2}$	$+\infty$

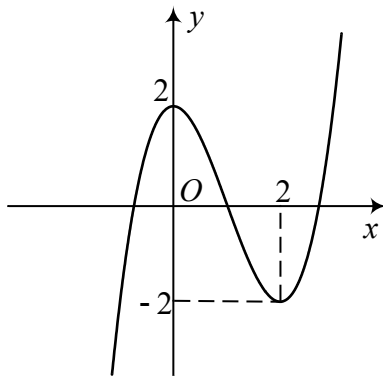
A. $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{2x - 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 2x + 8}{2x - 1}$.

C. $y = \frac{2x^2 + x + 8}{2x + 1}$.

D. $y = \frac{2x^2 + x - 8}{2x + 1}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



A. 2

B. 0

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}$ (*)

(*) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy (*) có 3 nghiệm.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có

A. $SA + SB + SC = SG$. B. $SA + SB + SC = 2SG$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 4\overrightarrow{SG}$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Cho các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$.

D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GI} + 2\overrightarrow{GJ} = 2(\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}) = \vec{0}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là
A. $(3; -1; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(3; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 1)$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(2; 1; 2)$. B. $G(6; 3; 6)$. C. $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. D. $G(2; -1; 2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; 2).$$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$;
- b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$;
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
----------------	----------------	----------------	----------------

Căn cứ bảng biến thiên của hàm số, ta có:

- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$;
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$;
- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng -7.
- d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Ta có: $TX: D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y = f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2} = x - 1 + \frac{4}{x + 2}.$$

$$y' = f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=2 \\ x+2=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-7	$+\infty$	1	$+\infty$	

a) Sai. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty)$.

b) Đúng. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = -4$ và $x = 0$.

c) Sai. Hàm số không có giá trị lớn nhất.

d) Đúng. Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên tập xác định của nó.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

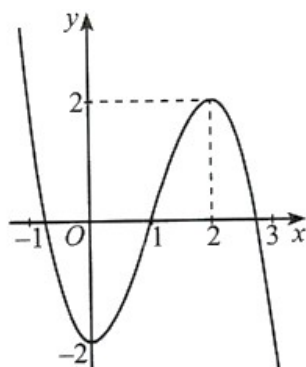
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

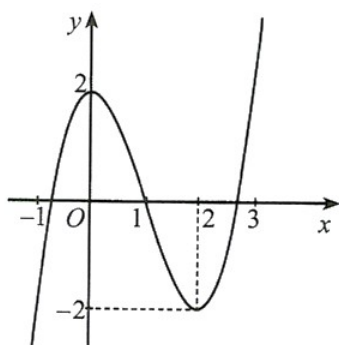
Ta có: $y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

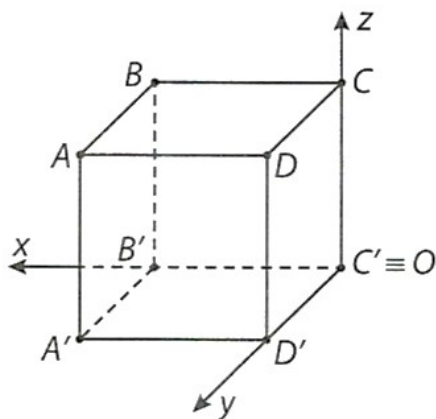
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Đồ thị hàm số đã cho là:



Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ gắn với hình lập phương như hình vẽ bên.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Tọa độ đỉnh $A(1;1;1)$

b) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (0; -1; 0)$

c) Tọa độ trọng tâm G của tam giác $B'CD'$ là $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{OA}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) $A(1;1;1), B(1;0;1), C(0;0;1), D(0;1;1), A'(1;1;0), B'(1;0;0), C'(0;0;0), D'(0;1;0).$

b) Tọa độ $\overline{AB} = (0; -1; 0)$

c) $G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

d) Ta có $\overline{OG} = \frac{1}{3} \overline{OA}$, suy ra ba điểm O, G, A thẳng hàng.

Phần 3. Câu trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà sản xuất âm điện thực hiện một nghiên cứu kiểm soát chi phí và phát hiện ra rằng để sản xuất x âm đun nước mỗi ngày, chi phí cho mỗi âm $C(x)$ được xác định bởi công thức:

$$C(x) = 4 \ln x + \left(\frac{30 - x}{10} \right)^2 \quad (\text{trăm đô la}) \quad \text{với công suất sản xuất tối thiểu } 10 \text{ âm/ngày. Cần sản xuất bao nhiêu âm đun nước để giữ giá thành mỗi âm ở mức tối thiểu?}$$

Lời giải

Đáp số: 20.

Xét $C(x) = 4 \ln x + \left(\frac{30 - x}{10} \right)^2$ với $x \geq 10$.

Ta có $C'(x) = \frac{4}{x} - \frac{30 - x}{50} = \frac{x^2 - 30x + 200}{50x} = \frac{(x - 10)(x - 20)}{50x}$.

Lập bảng biến thiên ta thấy $C(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 20$.

Vậy nhà máy sản xuất 20 âm mỗi ngày thì giá thành mỗi âm là nhỏ nhất.

Câu 2. Một công ty ước tính rằng chi phí C (USD) để sản xuất x đơn vị sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng công thức $C = 800 + 0,04x + 0,0002x^2$. Công ty sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì chi phí

trung bình $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

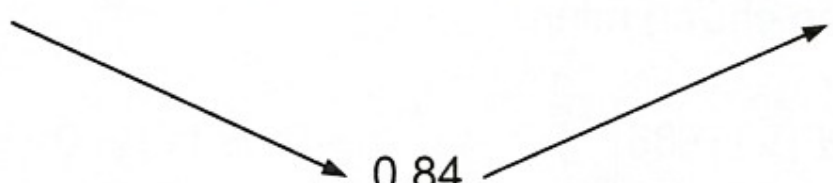
Lời giải

Trả lời: 2000

Ta có: $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{800}{x} + 0,04 + 0,0002x$

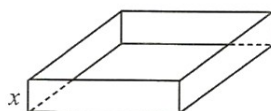
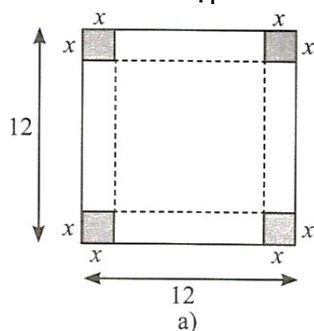
Suy ra, $\bar{C}'(x) = -\frac{800}{x^2} + 0,0002 = \frac{0,0002x^2 - 800}{x^2}; \bar{C}'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2000$ (do $x > 0$).

Bảng biến thiên của hàm số:

x	0	2 000		$+\infty$
$\bar{C}'$		-	0	+
$\bar{C}$	$+\infty$			$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra với mức sản xuất là 2000 thì chi phí trung bình cho mỗi đơn vị hàng hoá là nhỏ nhất.

Câu 3. Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 12 cm, người ta cắt bỏ đi bốn hình vuông nhỏ có cạnh bằng $x(cm)$ ở bốn góc (Hình a) và gấp lại thành một hình hộp không nắp (Hình b). Tìm x để thể tích của hình hộp là lớn nhất.



b)

Lời giải

Trả lời: 2

Thể tích chiếc hộp là $V = x(12 - 2x)^2$ với $0 < x < 6$.

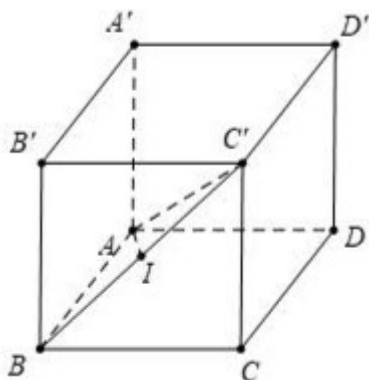
$$\max_{[0,6]} V = V(2) = 128 (cm^3).$$

Vậy $x = 2 cm$.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 1, AD = AA' = 4$. Độ dài của vector $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 6



Gọi I là trung điểm của BC' ta có:

$$\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC'} = 2\vec{AI} \Rightarrow |\vec{u}| = 2|\vec{AI}| = 2AI$$

$$BC' = \sqrt{BC^2 + CC'^2} = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow BI = 2\sqrt{2}$$

Ta có $AB \perp (BCC'B') \Rightarrow AB \perp BC' \Rightarrow \Delta ABI$ vuông tại

$$B \Rightarrow AI = \sqrt{AB^2 + BI^2} = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$$

$$\text{Vậy } |\vec{u}| = 2AI = 6$$

Câu 5. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . Tốc độ của máy bay B là bao nhiêu km. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải

Đáp số: 1616

Vì máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A .

Suy ra máy bay B bay với vector vận tốc $\vec{b} = 3 \cdot \vec{a} = (900; 600; 1200)$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Suy ra tốc độ của máy bay B là $|\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} = 300\sqrt{29} \approx 1616 \text{ km/h}$

Câu 6. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy - 5})x + \sqrt{3xy - 5} = 0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 131

$$9x^3 + (2 - y\sqrt{3xy - 5})x + \sqrt{3xy - 5} = 0$$

Ta có

$$\Leftrightarrow 27x^3 + 6x = (3xy - 5)\sqrt{3xy - 5} + 2\sqrt{3xy - 5}$$

Xét hàm $f(t) = t^3 + 2t$ với $t \in (0; +\infty)$

có $f'(t) = 3t^2 + 2 > 0 \forall t \in (0; +\infty)$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó ta có $3x = \sqrt{3xy - 5} \Rightarrow x \geq 0$ và $9x^2 = 3xy - 5$

Với $x = 0$ thì $0 = -5(t)$

với $x > 0$ thì $P = x^3 + y^3 + 6xy + 3(3x^2 + 1)(x + y - 2)$

$$= x^3 + y^3 + 6xy + (9x^2 + 3)(x + y - 2)$$

$$=x^3+y^3+6xy+(3xy-2)(x+y-2)$$

$$=x^3+y^3+3x^2y+3xy^2-2(x+y)+4$$

$$=(x+y)^3-2(x+y)+4$$

Mà $x+y = x + \frac{9x^2+5}{3x} = 4x + \frac{5}{3x} \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{5}{3x}} = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Đặt $t = x+y$ thì $t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Xét $f(t) = t^3 - 2t + 4$ với $t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Khi đó $f'(t) = 3t^2 - 2 > 0$ với $\forall t \geq \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Do đó $f(t) \geq f\left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{36+296\sqrt{15}}{9}$

Suy ra $P \geq \frac{36+296\sqrt{15}}{9}$. Vậy GTNN của P là $\frac{36+296\sqrt{15}}{9} \approx 131$.