

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CASIO
NĂM HỌC 2009 – 2010 -Lớp 12 THPT**

1. Cho đa thức $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, biết $P(1) = -4$; $P(2) = 3$; $P(3) = 14$; $P(4) = 239$; $P(5) = 1224$

a) Viết lời giải tìm đa thức $P(x)$

b) Tìm số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $P(x) - 1814$ là một số chính phương

Giải

2. Gọi S và p lần lượt là diện tích và chu vi của n - giác đều nội tiếp đường tròn $(O; 2,34567)$, S' và C là diện tích hình tròn và chu vi đường tròn.

a) Tìm n để $0,0111 \leq S' - S \leq 0,0114$

b) Tìm n nhỏ nhất để $0,025 \leq C - p \leq 0,028$

3. Cho hình 10 cạnh đều $A_1A_2 \dots A_{10}$ nội tiếp đường tròn $(O; R)$, trên các đoạn OA_i lấy các điểm M_i sao cho $OM_i = \frac{i}{i+1} R$.

Tính $S = M_1M_2 + M_2M_3 + \dots + M_9M_{10} + M_{10}M_1$, biết $R = 20\text{cm}$.

Giải

4. Cho đa thức $P = 2x^3 + 3x^2y + 5xy^2 - 4y^3$

Viết quy trình bấm phím liên tục để tính giá trị của P tại

$(x=1, y=1,1)$ $(x=2; y=2,01)$; $(x=3; y=3,001)$; $(x=4; y=4,0001)$

$(x=5; y=5,00005)$

--

5. Giải phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = xyz$, trong đó x, y, z là các số nguyên tố

--

6. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2 + 3x + 2$ và đường thẳng d: $3x - y + 5 = 0$. Quay đường thẳng (d) quanh điểm I(-1; 2) ta được đường thẳng (d'). Gọi A, B, C, D là các giao điểm của (d) và (d') với (P). Tính diện tích tứ giác lồi có bốn đỉnh là các điểm trên.

Giải

7. Cho hàm số

$$f(x) = -5x^9 + 3x^7$$

a) Tính $f'(1)$; $f^{(2)}(1)$; $f^{(7)}(1)$

b) $f'(1) + f''(2) + f'''(3) + \dots + f^{(7)}(7)$

c) Viết quy trình bấm phím để tính $f'(1) + f''(1,1) + f'''(1,01) + \dots + f^{(9)}(1,00\dots1)$, phần biến số ở số hạng thứ n có n-1 chữ số thập phân, trong đó n-2 số 0 và cuối cùng là chữ số 1.

a)

b)

c) Giải

8. a) Tìm chữ số hàng trăm của số 327^{5131}

b) Tìm chữ số hàng nghìn của số 1234^{1001}

9. Cho hàm số $f(x) = 4\cos^2 x - 5\cos x$

a) Tính $f^{(12)}(25^0)$

b) Tính $f^{(1)}(10) + f^{(2)}(20) + f^{(3)}(30) + f^{(4)}(40) + f^{(5)}(50) + f^{(6)}(60)$ (số đo của biến số tính bằng độ)

Giải:

10. Một dãy có nhiều hơn 10 nhà trên một đường phố, tổng của các số nhà của dãy là 1334. Tìm dãy đó.

Giải

--

ĐÁP ÁN

1. (2điểm)

Giải

a) Ta tìm đa thức $Q(x) = mx^2 + nx + p$ sao cho $P(x) - Q(x)$ có các nghiệm là $x_1 = 1$; $x_2 = 2$; $x_3 = 3$. Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} m + n + p = -4 \\ 4m + 2n + p = 3 \\ 9m + 3n + p = 14 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta có $Q(x) = 2x^2 + x - 7$. Do đó $P(x) - Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x^2 + kx + h)$
Thế $x=4$, và $x=5$ ta được các hệ phương trình

$$\begin{cases} 4h + k = 19 \\ 5h + k = 24 \end{cases}$$

Giải được $h=5$, $k=-1$. Vậy $P(x) = x^5 - x^4 - 20x^3 + 57x^2 - 40x - 1$
b) $x=12$

2. (2đ)

a) $n=100$

b) $n=22$

3. (2đ)

Giải

Chọn O là gốc tọa độ trong mặt phẳng Oxy, A_1 là đỉnh nằm trên Ox. Khi đó

$$M_i \left(\frac{20i}{i+1} \cos 36(i-1); \frac{20i}{i+1} \sin 36(i-1) \right)$$

$$M_i M_{i+1} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{20(i+1)}{i+2} \cos 36i - \frac{20i}{i+1} \cos 36(i-1) \right)^2 + \left(\frac{20(i+1)}{i+2} \sin 36i - \frac{20i}{i+1} \sin 36(i-1) \right)^2}$$

$$M_{10} M_1 = \sqrt{\left(\frac{200}{11} \cos 324^\circ - 10 \right)^2 + \left(\frac{200}{11} \sin 324^\circ \right)^2}$$

Đáp số: 107,9687832

4.(2đ)

Giải

$$0 \text{ Sto } A; A=A+1; B=2A^3+3A^2(A+1/10^A)+5A(A+1/10^A)^2-4(A+1/10^A)^3$$

5.(2đ)

a) $A=780$

Giải

Bắt theo quy trình

$$A=2; B=4; D=1; C=2D^2+1; A=A+1; B=B+C; D=(2C+1):(C+2); A=A+1; B=B+D. \text{ Kết quả } 87,91790163.$$

6. (2đ)

Giải

Điểm $I(-1; 2)$ thuộc đường thẳng (d) . Đường thẳng (d') vuông góc với (d) tại I nên phương trình (d') là $x+3y-5=0$. Hoành độ các giao điểm A và B của (d) với (P) là nghiệm của phương trình

$$3x+5 = x^2+3x+2 \Leftrightarrow x^2-3=0$$

$$AB = \sqrt{120}$$

Hoành độ của hai điểm C và D là nghiệm của phương trình $3x^2+10x+1=0$

$$CD= 3,492496366$$

$$S=AB.CD:2=6,049181151(\text{ đvdt})$$

7. (2đ)

a) $f'(1) = -24$

$$f''(1) = -234$$

$$f^{(7)}(1)=-892080$$

b) $f'(1)+f''(2)+f'''(3)+\dots+f^{(7)}(7)=-173876082$

Giải

$$1 \text{ Sto } A; 45 \text{ Sto } B; 21 \text{ Sto } C; -24 \text{ Sto } D; A=A+1; B=B(10-A); C=C(8-A); D=D-B(1+1/10^{(A-1)})^{(9-A)}+C(1+1/10^{(A-1)})^{(7-A)}$$

$$\text{Đáp số : } P=-3.077.049,897$$

8. (2đ)

Chữ số hàng trăm của số 327^{5131} là 4

Chữ số hàng đơn vị của 1234^{1001} là 1

9. (2đ)

Giải:

$4\cos^2 x - 5\cos x = 2\cos 2x - 5\cos x + 2$. Ta tính $f^{(12)}(10^0)$ theo quy trình:

Cách 1 0 Sto A; A=A+2: B= $2.2^A.(-1)^{\frac{A}{2}}\cos 20 - 5(-1)^{\frac{A}{2}}\cos 10$

Cách 2

Đáp số : 7693,037911

Giải

Tính $f^{(1)}(10) + f^{(2)}(20) + \dots + f^{(10)}(100)$ theo quy trình:

0 Sto A; 0 Sto B; A=A+1: B=B+ $2.2^A\cos(20A+A\pi/2) - 5\cos(10A+A\pi/2)$

Đáp số: -1120,785888

10. (2đ)

Giải

Gọi số nhà đầu tiên của dãy là $x+2$, các số nhà tiếp theo là $x+4, x+6, \dots, x+2n$

Tổng của các số trong dãy này là $x+2+x+4+\dots+x+2n$

$$x+2+x+4+\dots+x+2n = \frac{(x+2+x+2n)n}{2} = 1334$$

$$\Leftrightarrow n(x+n+1) = 1334$$

$$\text{Do } 1334 = 29 \cdot 46 = 23 \cdot 58 = 2 \cdot 667$$

Với $n=29$ ta có $x=16$, dãy nhà tương ứng là 18, 20, ..., 74.

Với $n=23$, ta có $x=34$, dãy nhà tương ứng là 36, 38, ..., 80

$n=2$ không thoả mãn điều kiện