**CĂN BẬC HAI**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

**1. Khái niệm căn bậc hai**

a) Định nghĩa: Căn bậc hai của số thực  không âm là số  sao cho 

b) Chú ý:

- Mỗi số thực dương  có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau

+ Số dương kí hiệu là: 

+ Số âm kí hiệu là: 

- Số 0 có đúng 1 căn bậc hai là chính nó, ta viết 

- Số âm không có căn bậc hai

**2. Khái niệm về căn bậc hai số học**

**a. Định nghĩa:** Căn bậc hai số học của số thực  không âm  là số không âm  mà 

Ví dụ: Căn bậc hai số học của 9 là: 

- Với số thực  dương, người ta gọi số  là căn bậc hai số học của 

- Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0

**b. *Chú ý:*** Phép khai phương là phép toán tìm căn bậc hai số học của số không âm

Công thức:  và 

Phương trình  với  có hai nghiệm đối nhau là 

**3. So sánh các căn bậc hai số học**

\*) Định lý (tính chất): Với , ta có: 

Ví dụ: So sánh 2 và 

Lời giải: Ta có: 

**B. Bài tập áp dụng và các dạng toán**

**Dạng 1: Tìm căn bậc hai và căn bậc hai số học của một số**

**Cách giải:** Ta sử dụng các kiến thức sau

- Nếu  thì các căn bậc hai của  là 

Căn bậc hai số học của  là 

- Nếu  thì căn bậc hai của  và căn bậc hai số học của  cùng bằng 0

- Nếu  thì  không có căn bậc hai và do đó không có căn bậc hai số học.

**Bài 1:** Tìm căn bậc hai số học của các số sau

a) 12 b) 121 c) 

d) 0,09 e)  f) 

**Lời giải**

a) 12 có căn bậc hai số học là: 

b) 121 có căn bậc hai số học là: 

c)  có căn bậc hai số học là: 

d) 0,09 có căn bậc hai số học là: 0,3

e)  có căn bậc hai số học là: 

f) 0 có căn bậc hai số học là 0

**Bài 2:** Tìm căn bậc hai số học của các số sau

a) 64 b) -81

c)  d) 0,04

**Lời giải**

a) 64 có căn bậc hai số học là: 8 b) -81 không có căn bậc hai số học

c)  có căn bậc hai số học là:  d) 0,04 có căn bậc hai số học là: 0,2

**Dạng 2: Tìm số có căn bậc hai số học là một số cho trước**

**Cách giải:**

Với số thực  cho trước, ta có  chính là số có căn bậc hai số học bằng 

**Bài 3:** Mỗi số sau là căn bậc hai số học của số nào?

a) 12 b) – 0,49

c)  d) 

**Lời giải**

a) Số có căn bậc hai số học bằng 12 là số 144

b) Không tồn tại số nào có căn bậc hai số học là -0,49

c) Số có căn bậc hai số học bằng  là 

d) Số có căn bậc hai số học bằng là 

**Bài 4:** Mỗi số sau là căn bậc hai số học của số nào?

a. 13 b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a) Số có căn bậc hai số học bằng 13 là 169

b) Không tồn tại số nào có căn bậc hai số học bằng 

c) Số có căn bậc hai số học bằng  là 

d) Số có căn bậc hai số học bằng  là 

**Dạng 3: Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai**

**Cách giải:**

Ta sử dụng kiến thức: Với số a ≥ 0, ta có 

**Bài 5:** Tính

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a) Ta có:  b) Ta có: 

c) Ta có:  d) Ta có: 

**Bài 6:** Tính

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a)  b) 

c)  d) 

**Bài 7:** Tính giá trị của các biểu thức sau

a.  b. 

c)  d. 

**Lời giải**

a) 

b) 

c) 

d) 

**Bài 8:** Thực hiện phép tính

a.  b.  c. 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

**Bài 9:** Tính giá trị của các biểu thức sau

a. A =  b. B = 

c. C =  d. 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: C = 

d) Ta có: 

**Dạng 4: So sánh các căn bậc hai số học**

**Cách giải:**

Với: 

**Bài 10:** So sánh

a.  và  b.  và 

c.  và  d.  và 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

d) Ta có: 

**Bài 11:** So sánh

a.  và  b.  và 19

c.  và  d.  và 

**Lời giải**

a) Ta có:

b) Ta có:  = 9 < 19

c) Ta có: 

d) Ta có: 

**Bài 12 :** So sánh các số sau

a.  và 7 b.  và 15 c.  và 

d. -30 và  e.  và 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b. Ta có: 

c) Ta có : 

d) Ta có : 

e) Ta có : 

**Bài 13:** So sánh các số sau

a.  và  b.  và 

c.  và  d.  và 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

Vậy 

d) Ta có: 

Vậy .

\*) Phương pháp tổng quát:

- Với  thì 

- Với  thì 

**Dạng 5: Tìm giá trị của x thỏa mãn điều kiện cho trước**

**Cách giải:** Ta sử dụng chú ý sau

+) 

+) Với số , ta có: 

**Bài 14:** Tìm x không âm biết

a)  b)  c) 

d)  e)  f) 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có: 

d) Ta có: 

e) Ta có: 

f) Ta có: .

**Bài 15:** Tìm x không âm biết

a.  b.  c. 

d.  e. 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có: 

c) Ta có:  không tồn tại 

d) Ta có: 

e) Ta có: 

**Bài 16:** Giải các phương trình sau

a.  b.  c. 

**Lời giải**

a) Ta có:  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm 

b) Ta có: 

Vậy phương trình có tập nghiệm 

c) Ta có: 

Vậy phương trình có tập nghiệm 

**Bài 17:** Tìm giá trị của x, biết

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) 

Điều kiện:  (thỏa mãn điều kiện)

c) 

Điều kiện:  (thỏa mãn điều kiện)

d) 

Điều kiện: 

**Bài 18:** Tìm giá trị của , biết

a)  b) 

c)  d) 

**Lời giải**

a) Ta có: 

b) Ta có:  (thỏa mãn)

c) Ta có:  (thỏa mãn)

d) Ta có: 

**Dạng 6: Chứng minh một số là số vô tỷ**

**Bài 19:** Chứng minh các số sau là số vô tỷ

a.  b.  c.  d. 

**Lời giải**

a) Giả sử  là số hữu tỷ với 

Từ 

Thay 

Như vậy m và n có ước chung là 3, trái với giả thiết 

Vậy  là số vô tỷ

b) Giả sử  là số hữu tỷ

Ta có: 

Tương tự ý a. Ta chứng minh được  là số vô tỷ (2)

Vì a là số hữu tỷ nên  cũng là số hữu tỷ (3)

Từ (1)(2)(3) dẫn đến điều vô lý. Vậy  là số vô tỷ

**Bài 20:** Chứng minh các số sau là số vô tỷ

a.  b. 

**Lời giải**

b) Giả sử  là số hữu tỉ 

mà  là số vô tỉ, trái với giả thiết nên  là số vô tỉ

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**Câu 1:** Hãy chọn hệ thức đúng

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án C

A) Sai, sửa lại là: 

B) Sai, sửa lại là: 

D) Sai, sửa lại là: .

**Câu 2:** Chọn kết luận đúng

a) Căn bậc hai của  và  b) Căn bậc hai của  và 

c) Căn bậc hai của  và  d) Căn bậc hai của  và 

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:*** Số dương A có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau đó là  (số dương) và

 (số âm)

Vì vậy các kết luận A, B, C đều sai

**Câu 3:** Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng với mọi số dương a và b

a.  b. 

c.  d. Cả 3 hệ thức đều sai

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:*** Ta có 

Lại có: 

Từ (1)(2) suy ra đáp án A và B đều sai

- Do , do vậy C là hệ thức đúng.

**Câu 4:** Trong các so sánh say đây, so sánh nào sai

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:***

- , đúng vì 

- , sai vì 

- , đúng vì 

- , đúng vì 

**Câu 5:** Nếu  thì  là số nào

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: 

**Câu 6:** Số nguyên a nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện  là số nào

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

Ta có: 

Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn  là số 16.

**Câu 7:** Một hình vuông có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật mà chiều dài gấp 9 lần chiều rộng và nửa chu vi là 30(m). Diện tích của hình vuông này là số nào?

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Gọi chiều rộng hình chữ nhật là  thì chiều dài là . Điều kiện 

Nửa chu vi là:  (thỏa mãn điều kiện)

Khi đó chiều dài là: 

Diện tích hình vuông là: 

**Câu 8:** Khẳng định nào sau đây là đúng

Cho số dương a :

a. Nếu  thì 

b. Nếu  thì 

c. A) đúng; B) sai

d. A, B đều sau

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

Xét đáp án A

Do  và  nên  và  đều xác định và đều là số dương

Từ  ta có: 

Vì  và  nên 

- Xét đap án B : Từ câu A, ta có , nhân cả hai vế của bất đẳng thức với , ta được: 

**Câu 9:** Tìm , biết  (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

a.  và  b.  và 

c.  và  d.  và 

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:***

Ta có: 

**Câu 10:** Giải phương trình 

a. Phương trình có nghiệm  b. Phương trình có nghiệm 

c. Phương trình có nghiệm  d. Phương trình vô nghiệm.

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có:  và 

Vậy phương trình vô nghiệm.

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** Tính giá trị của các biểu thức sau

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a.  b. 

c.  d. 

**Bài 2:** Giải các phương trình sau

a)  b) 

a.  b. 

**Lời giải**

a)  b) 

c)  d) 

**Bài 3:** So sánh các cặp số sau

a)  và  b)  và 

c)  và  d)  và 

**Lời giải**

a. 4 >  b. 4 > 

c.  d. 

**Bài 4\*:** So sánh



**Lời giải**

Ta có: 



**Bài 5\*:** So sánh

a.  b. 

**Lời giải**

a. Ta có: 

b. Ta có: 

**Bài 6:** Tìm  thỏa mãn

a.  b) 

c.  d) 

**Lời giải**

b) Điều kiện: , bình phương hai vế ta được: x ≥ 2 ( thỏa mãn )

d) Điều kiện x ≥ 0, bình phương hai vế ta có: 