|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NGÃI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC 2020 – 2021**  **Ngày thi: 18/7/2020**  **Môn thi: Toán (Hệ chuyên)**  **Thời gian: 150 phút** *(Không kể thời gian phát đề)* |

**Bài 1**. *(1,5 điểm)*

1.Rút gọn biểu thức , với 

2. Cho hàm số , với  là tham số. Chứng minh đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi 

**Bài 2**. *(1,5 điểm)*

1. Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho  là số chính phương.

2. Ta nhận thấy số 2025 thỏa mãn tính chất rất đẹp: . Tìm tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số  cũng thỏa mãn tính chất trên, nghĩa là 

**Bài 3**. *(2,5 điểm)*

1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

2. Giải phương trình 

3. Cho biểu thức  với  là các số thực. Biết   Tính giá trị của 

**Bài 4.** *(3,5 điểm)*

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Tia phân giác của  cắt HC tại D. Gọi K là hình chiếu vuông góc của D trên AC. Tính AB, biết  và .

2. Cho tam giác nhọn  có  nội tiếp đường tròn  Gọi  là trực tâm của tam giác  Đường thẳng  cắt  tại D và cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là K. Gọi là giao điểm của hai đường thẳng  và ,  là giao điểm của hai đường thẳng  và .

a) Chứng minh tứ giác  nội tiếp và  là đường trung trực của đoạn thẳng 

b) Gọi M là trung điểm BC, đường thẳng OM cắt các đường thẳng  lần lượt tại  Gọi N là trung điểm  Chứng minh hai đường thẳng HM và AN cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O).

**Bài 5.** *(1,0 điểm)*

Cho 16 số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn 2021, đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh rằng trong 16 số trên có ít nhất một số là số nguyên tố.

**HẾT**

**Ghi chú**: *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **QUẢNG NGÃI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC**  (*Có 05 trang*) | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **NĂM HỌC: 2020 – 2021**  Ngày thi: 18/7/2020  Môn: Toán (Hệ chuyên) |
|  |  |

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

**Bài 1.** *(1,5 điểm)*

1.Rút gọn biểu thức , với 

2. Cho hàm số , với  là tham số. Chứng minh đồ thị của hàm số luôn đi qua một điểm cố định với mọi 

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| 1. Ta có: | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |
| 2. Xét điểm trên mặt phẳng tọa độ.  Khi đó, A là điểm cố định khi và chỉ khi A thuộc đồ thị hàm số  với mọi m.        Vậy đồ thị hàm số  luôn đi qua một điểm cố định  với mọi m. | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

**Bài 2**. *(1,5 điểm)*

1. Tìm tất cả các số nguyên dương  sao cho số  là số chính phương.

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| Số chính phương  với .  .  Vì nên có các trường hợp sau  hoặc .  Tìm được | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

2. Ta nhận thấy số 2025 thỏa tính chất rất đẹp: . Tìm tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số  cũng thỏa tính chất trên, nghĩa là 

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| Giả sử  là số thỏa tính chất trên,  Đặt , ta có , . khi đó  Do đó, ta có  suy ra    Vì vế phải là tích của hai số tự nhiên liên tiếp có hai chữ số nên  phải được phân tích ở dạng đó.  Ta biết các bội của 11 có hai chữ số gồm  bội của 9 có hai chữ số gồm  Như vậy x chỉ có thể là các số sau {98, 20, 30}.  Kiểm tra trực tiếp ta thấy các số 9801, 2025, 3025 thỏa tính chất của đề bài. | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

**Bài 3**. *(2,5 điểm)*

1. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| Ta có biểu thức xác định với mọi  thuộc . Do đó  (\*)  (+) Nếu  thì .  (+) Xét , ta có pt  có nghiệm .  Vậy  và . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

2. Giải phương trình 

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| Điều kiện          Thử lại, chọn . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

3. Cho biểu thức  với  là các số thực. Biết   Tính giá trị của 

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| Đặt  Do đó  hay  là hai nghiệm của phương trình  .  Mà P(x) là đa thức bậc ba nên ta có . Khi đó    Do vậy, . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

**Bài 4.** *(3,5 điểm)*

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Tia phân giác của góc  cắt HC tại D. Gọi K là hình chiếu vuông góc của D trên AC. Tính AB, biết  và .

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| B  6  3  2  1  K  H  A  D  C |  |
| 1. Ta có  (AD cạnh chung; )    Ta lại có  (cùng phụ );  ;  Mà  cân tại B .  Đặt .  vuông tại A, có đường cao AH nên  . Giải phương trình, ta được:  Vậy  hoặc . | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

2. Cho tam giác nhọn  có  nội tiếp đường tròn  Gọi  là trực tâm của tam giác  Đường thẳng  cắt  tại D và cắt đường tròn  tại điểm thứ hai là K. Gọi là giao điểm của  và ,  là giao điểm của  và .

a) Chứng minh tứ giác  nội tiếp và  là đường trung trực của đoạn thẳng 

b) Gọi M là trung điểm BC, đường thẳng OM cắt các đường thẳng  lần lượt tại  Gọi N là trung điểm đoạn thẳng  Chứng minh hai đường thẳng HM và AN cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O).

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
|  | Vẽ hình đúng đến câu a)  0,25 điểm |
| a) Ta có H là trực tâm nên ,  suy ra .  Suy ra tứ giác BCSL nội tiếp  Ta có  (cùng chắn cung  của ).  Mặt khác,  (do cùng phụ với góc ) và .  Do đó,  suy ra  là tam giác cân tại  Mà  nên  là đường trung trực của | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |
| b) Gọi  là đường kính của (O).  Khi đó,  (do cùng vuông góc với AB),  (do cùng vuông góc với AC).  Suy ra BHCI là hình hình hành. Do đó H, M, I thẳng hàng.  Gọi  là giao điểm của  và , ta chứng minh  nằm trên .  Ta có  (cùng chắn cung BL của đường tròn (BCSL) ),  (cùng chắn cung LH của đường tròn (ALHS)),  (do ). Suy ra .  Tương tự ta có .  Từ đó suy ra .  Mà  là trung điểm ,  là trung điểm  nên suy ra  Do đó, , mà  (đối đỉnh).  Suy ra  hay  là tứ giác nội tiếp.  Mà  nên  hay  do vậy E nằm trên đường tròn (O). | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

**Bài 5.** *(1,0 điểm)*

Cho 16 số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn 2021, đôi một nguyên tố cùng nhau. Chứng minh trong 16 số trên có ít nhất một số là số nguyên tố.

|  |  |
| --- | --- |
| **Hướng dẫn giải** | **Điểm** |
| Giả sử 16 số đã cho gồm  và tất cả chúng đều là hợp số.  Gọi  là ước nguyên tố nhỏ nhất của số  (với ).  Vì 16 số đã cho đôi một nguyên tố cùng nhau nên 16 số  là phân biệt.  Gọi , khi đó  vì nhỏ hơn 51 chỉ có 15 số nguyên tố .  Mà  là ước nguyên tố nhỏ nhất của  nên , mâu thuẫn với .  Vậy trong số các số đã cho phải có ít nhất một số là số nguyên tố. | 0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm  0,25 điểm |

**Ghi chú** :

+ Mỗi bài toán có thể có nhiều cách giải, học sinh giải cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa. Tổ chấm thảo luận thống nhất biểu điểm chi tiết cho các tình huống làm bài của học sinh.

+ Điểm từng câu và toàn bài tính đến 0,25 không làm tròn số.