

**50 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LŨY THỪA, MŨ,
LOGARIT - CÓ LỜI GIẢI CHI TIẾT
MỨC ĐỘ 1: NHẬN BIẾT - ĐỀ SỐ 1
CHUYÊN ĐỀ: HÀM SỐ MŨ VÀ LOGARIT**

Câu 1: Số nghiệm của phương trình $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2: Tìm số nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$.

- A. 1. B. 5. C. 0. D. 2.

Câu 3: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

- A. $x=3$. B. $x=13$. C. $x=21$. D. $x=11$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm và bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3}$

- A. $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; 2)$ C. $[2; +\infty)$ D. $(-\infty; 2]$

Câu 5: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-3) > 1$.

- A. $(1; +\infty)$ B. $\left(\frac{1}{6}; +\infty\right)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(3; +\infty)$

Câu 6: Giải phương trình $\log_{2017}(13x+3)=\log_{2017}16$.

- A. $x=\frac{1}{2}$ B. $x=1$ C. $x=0$ D. $x=2$

Câu 7: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6[x(5-x)]=1$.

- A. $S=[2; -6]$ B. $S=[2; 3; 4]$ C. $S=[2; 3]$ D. $S=[2; 3; -1]$

Câu 8: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$

- A. $x=13$. B. $x=3$. C. $x=11$. D. $x=21$.

Câu 9: Phương trình $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là:

- A. $x=\frac{25}{3}$. B. $x=87$. C. $x=\frac{29}{3}$. D. $x=\frac{11}{3}$.

Câu 10: Phương trình $9^x - 3^x - 6 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x=-2$. B. $x=2$. C. $x=1$. D. $x=3$.

Câu 11: Cho phương trình $4^x - 2^{x-1} - 3 = 0(1)$. Khi đặt $t=2^x$, phương trình (1) trở thành:

A. $t^2 + t - 3 = 0$ B. $t^2 - \frac{1}{2}t - 3 = 0$ C. $t^2 + \frac{1}{2}t - 3 = 0$ D. $t^2 - t - 4 = 0$

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

A. $(-\infty; 10)$ B. $(1; 9)$. C. $(1; 10)$. D. $(-\infty; 9)$

Câu 13: Giải phương trình $2^{x^2-3x}=1$.

A. $x=0; x=-3$. B. $x=0; x=3$. C. $x=1; x=3$. D. $x=1; x=2$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là:

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ B. $(3; +\infty)$ C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$ D. $(2; +\infty)$

Câu 15: Cho $\log_2(a+1)=3$. Tính $3^{\log_4(a-3)}$.

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:

A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$ C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$

Câu 17: Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

A. $S = [-1; 1]$. B. $S = [-1]$. C. $S = [1]$ D. $S = (-1; 1)$.

Câu 18: Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$

A. $x=2$. B. $x=\frac{5}{2}$. C. $x=\frac{3}{2}$. D. $x=5$.

Câu 19: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là:

A. $S = (-\infty; 2)$ B. $S = (-\infty; 1)$ C. $S = (1; +\infty)$ D. $S = (2; +\infty)$

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\log_{2017}(2018x) = 0$ là

A. $x = \frac{1}{2018}$ B. $x = 2018$ C. $x = 2017^{2018}$ D. $x = 1$

Câu 21: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}$.

A. $(3; +\infty)$ B. $[3; +\infty)$ C. $(-\infty; 3)$ D. $(0; 3)$.

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 1$ là

A. $\{1\}$

B. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

C. $\{2\}$

D. $\{3\}$

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$ là

A. $\left[-2; -\frac{3}{2}\right]$

B. $\left(-2; -\frac{3}{2}\right]$

C. $\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$

D. $\left[-2; -\frac{3}{2}\right)$

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^{-x}$ là:

A. $(2; +\infty)$

B. $(1; 2)$

C. $(1; 2]$

D. $[2; +\infty)$

Câu 25: Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x-1) = 1$ có tập nghiệm là:

A. $\{1\}$

B. $\{-1; 3\}$

C. $\{2\}$

D. $\{1; 3\}$

Câu 26: Tìm tập nghiệm của bất phương trình

$$5^{x^2-x} < 25$$

là:

A. $(2; +\infty)$

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

C. $\mathbb{R}$

D. $(-1; 2)$

Câu 27: Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}} (\log_3 (x-2)) > 0$ là khoảng $(a; b)$. Tính $b-a$.

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 5.

Câu 28: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3 (2x+3) = 1$.

A. $\log_3 (2x+3) = 1$

B. $S = [-1]$

C. $S = [0]$

D. $S = [1]$

Câu 29: Tập nghiệm của phương trình $\ln x^2 = 2 \ln x$ là:

A. $[0; +\infty)$

B. $(0; +\infty)$

C. $\mathbb{R}$

D. $\{1\}$

Câu 30: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3 (x^2 - 2x + 3) - \log_3 (x+1) = 1$.

A. $S = [0]$

B. $S = [0; 5]$

C. $S = [5]$

D. $S = [1; 5]$

Câu 31: Phương trình $4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^{x^2-2x}$, ta được phương trình nào dưới đây

A. $t^2 + 8t - 3 = 0$

B. $4t - 3 = 0$

C. $2t^2 - 3 = 0$

D. $t^2 + 2t - 3 = 0$

Câu 32: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 3x + 2) \geq -1$ ta được

A. $x \in [0; 2)$. B. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$. C. $x \in (0; 1) \cup (2; 3]$ D. $x \in (-\infty; 1)$

Câu 33: Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trong đó $2(x_1 + x_2)$ bằng:

A. 0. B. -2. C. -1. D. 1.

Câu 34: Phương trình $4^{x^2+2} = 16$ có số nghiệm là:

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là:

A. $(2; 3)$. B. $(3; +\infty)$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

Câu 36: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$.

A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$ B. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$ C. $S = (1; +\infty)$ D. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}}(x+1) < \log_{\frac{e}{3}}(2x-5)$ là

A. $(-1; 6)$. B. $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$. C. $(6; +\infty)$ D. $(-\infty; 6)$

Câu 38: Số nghiệm của phương trình $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2$ bằng

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 39: Bất phương trình $\log_4(x+7) > \log_2(x+1)$ có tập nghiệm là

A. $(2; 4)$ B. $(-3; 2)$ C. $(-1; 2)$ D. $(5; +\infty)$

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\frac{1}{2^x} = 3$ là:

A. $-\log_3 2$. B. $-\log_2 3$. C. $\log_2 3$. D. $\log_3 2$.

Câu 41: Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$.

A. $x = \log_7 2$ B. $x = \log_2 7$ C. $x = \sqrt{7}$ D. $x = \frac{7}{2}$

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x+1}$ là:

A. $(-\infty; 1)$ B. $(1; +\infty)$ C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Câu 43: Nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x-1) \leq 3$ là:

A. $x \leq \frac{9}{2}$ B. $x > \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} < x \leq \frac{9}{2}$ D. $x \geq \frac{9}{2}$

Câu 44: Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$.

A. $\frac{17}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 45: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$ là:

A. $(-\infty; 0]$. B. $(0; 1]$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

Câu 46: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+4}$.

A. $D = (0; 4)$. B. $S = (-\infty; 4)$. C. $S = (4; +\infty)$. D. $S = (-4; +\infty)$.

Câu 47: Tìm số các nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$.

A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 48: Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng các nghiệm bằng

A. 1. B. -1. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 49: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+6}$ là:

A. $(0; 64)$. B. $(-\infty; 6)$ C. $(6; +\infty)$ D. $(0; 6)$.

Câu 50: Tìm nghiệm của phương trình $\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2}$.

A. -1. B. 4. C. 7. D. $-\frac{1}{2}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1-C	2-A	3-C	4-B	5-D	6-B	7-C	8-D	9-C	10-C
11-B	12-B	13-B	14-D	15-A	16-B	17-A	18-D	19-D	20-A
21-A	22-D	23-D	24-A	25-C	26-D	27-A	28-C	29-B	30-B
31-A	32-C	33-B	34-B	35-A	36-A	37-B	38-B	39-C	40-D
41-B	42-C	43-C	44-D	45-D	46-C	47-B	48-D	49-C	50-C

Câu 1: Chọn C.

Phương pháp:

Phân tích vế trái thành tích dạng $ab = 0$. Khi đó phương trình có nghiệm $a = 0$ hoặc $b = 0$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } 4^x - 2^{x+2} + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 4 \cdot 2^x + 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x - 1)(2^x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 2: Chọn A.

Phương pháp:

$\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$, lưu ý điều kiện xác định của phương trình.

Cách giải:

$$\log_3(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ 2x - 1 = 3^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ 2x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 5$.

Câu 3: Chọn C.

Cách giải:

$$\log_2(x - 5) = 4 \Leftrightarrow x - 5 = 2^4 \Leftrightarrow x - 5 = 16 \Leftrightarrow x = 21$$

Câu 4: Chọn B.

Phương pháp:

Hàm số $y = a^x$ nghịch biến nếu $0 < a < 1$.

Cách giải:

$$\text{Do } \frac{3}{4} < 1 \text{ nên } \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-x+3} \Leftrightarrow x-1 < -x+3 \Leftrightarrow x < 2$$

Câu 5: Chọn D.

Phương pháp:

Giải bất phương trình $\log_a x > b$:

- Nếu $a > 1$ thì $bpt \Leftrightarrow x > a^b$.

- Nếu $0 < a < 1$ thì $bpt \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

Cách giải:

$$\text{Bất phương trình đã cho} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 2x - 3 > 3^1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

Câu 6: Chọn B.**Phương pháp:**

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x) (0 < a \neq 1; f(x), g(x) > 0)$$

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } x > \frac{-3}{13}$$

$$\log_{2017}(13x + 3) = \log_{2017} 16$$

$$\Leftrightarrow 13x + 3 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = 1(tm)$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 1$.

Câu 7: Chọn C.**Phương pháp:**

$$\text{Cách giải phương trình } \log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b (0 < a \neq 1; f(x) > 0)$$

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } x(5 - x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 5$$

$$\log_6(x(5 - x)) = 1 \Leftrightarrow x(5 - x) = 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} (tm)$$

$$\text{Vậy } S = \{2; 3\}$$

Câu 8: Chọn D.**Phương pháp:**

$$\text{Giải phương trình logarit có bản: } \log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b (x > 0, 0 < a \neq 1)$$

Cách giải:

$$\text{Điều kiện: } x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5.$$

$$\log_2(x-5)=4 \Leftrightarrow x-5=2^4=16 \Leftrightarrow x=21(tm).$$

Câu 9: Chọn C.

Cách giải:

$$\log_3(3x-2)=3 \Leftrightarrow 3x-2=3^3 \Leftrightarrow 3x-2=27 \Leftrightarrow x=\frac{29}{3}$$

Câu 10: Chọn C.

Phương pháp:

Giải phương trình mũ bằng cách đặt ẩn phụ.

Cách giải:

$$\text{Đặt } 3^x = t (t > 0) \text{ ta có phương trình } t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2(l) \\ t = 3(tm) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 11: Chọn B.

Phương pháp:

Đưa phương trình về cùng cơ số 2 và đặt ẩn phụ $t = 2^x > 0$.

Cách giải:

$$4^x - 2^{x-1} - 3 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - \frac{2^x}{2} - 3 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^x (t > 0), \text{ khi đó phương trình (1) trở thành } t^2 - \frac{1}{2}t - 3 = 0$$

Câu 12: Chọn B.

Phương pháp:

$$\text{Giải bất phương trình logarit cơ bản: } \log_a x < b \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ 0 < x < a^b \\ 0 < a < 1 \\ x > a^b > 0 \end{cases}$$

Cách giải:

$$\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (1; 9).$$

Câu 13: Chọn B.

Cách giải:

$$2^{x^2-3x}=1 \Leftrightarrow x^2-3x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases}$$

Câu 14: Chọn D.

Phương pháp:

+) Dùng các quy tắc giải bất phương trình mũ.

Cách giải:

Ta có: $3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$

Câu 15: Chọn A.

Phương pháp:

+) Từ giả thiết $\log_2(a+1)=3$, tìm a.

+) Thay a vừa tìm được vào $3^{\log_4(a-3)}$ suy ra đáp án.

Cách giải:

Đk: $a+1 > 0 \Leftrightarrow a > -1.$

$$\log_2(a+1)=3 \Leftrightarrow a+1=2^3=8 \Leftrightarrow a=7(tm)$$

$$\Rightarrow 3^{\log_4(a-3)} = 3^{\log_4(7-3)} = 3^{\log_4 4} = 3^1 = 3$$

Câu 16: Chọn B.

Phương pháp:

Áp dụng tính chất $a^x < a^y \Leftrightarrow x < y (a > 1)$

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 6).$

Câu 17: Chọn A.

Phương pháp:

- Biến đổi phương trình về dạng tích.

- Giải phương trình mũ cơ bản $a^x = m (m > 0) \Leftrightarrow x = \log_a m$

Cách giải:

$$4^{x+\frac{1}{2}} - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 4^x.4^{\frac{1}{2}} - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2.(2^x)^2 - 5.2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình là: $S = \{-1; 1\}.$

Câu 18: Chọn D.

Phương pháp:

Giải phương trình logarit cơ bản $\log_a x = m \Leftrightarrow x = a^m$

Cách giải:

Điều kiện xác định: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

$$\text{Khi đó: } \log_{\frac{1}{2}}(x - 1) = -2 \Leftrightarrow x - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x - 1 = 4 \Leftrightarrow x = 5$$

Câu 19: Chọn D.

Phương pháp:

Nếu $0 < a < 1: a^x \geq a^y \Leftrightarrow x \leq y$.

Nếu $a > 1: a^x \geq a^y \Leftrightarrow x \geq y$

Cách giải:

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2$$

Vậy, bất phương trình có tập nghiệm $S = (2; +\infty)$.

Câu 20: Chọn A.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp mũ hóa giải phương trình logarit.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \log_{2017}(2018x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2018x = 2017^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x = \frac{1}{2018} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2018}.$$

Câu 21: Chọn A.

Phương pháp:

$$+) \text{ Giải bất phương trình: } a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x > 23.$$

Câu 22: Chọn D.

Phương pháp:

Phương trình lôgarit cơ bản $\log_a f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = a^m$.

Cách giải:

$$\text{Phương trình } \log_2(x-1)=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1=2^1 \end{cases} \Leftrightarrow x=3.$$

Câu 23: Chọn D.

Phương pháp:

Áp dụng phương pháp giải bất phương trình lôgarit cơ bản

Cách giải:

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{3}} \frac{4x+6}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < \frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq x < -\frac{3}{2}.$$

Câu 24: Chọn A.

Phương pháp:

Áp dụng phương pháp giải bất phương trình lôgarit cơ bản

Cách giải:

$$\text{Bất phương trình } \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+2}} > 3^x \Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x+2}} > 3^x \Leftrightarrow -\sqrt{x+2} < x \Leftrightarrow x \in (2; +\infty).$$

Câu 25: Chọn C.

Phương pháp:

Đưa về phương trình lôgarit cơ bản: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$, sử dụng công thức $\log_a x + \log_a y = \log_a(xy)$ (giả thiết biểu thức là có nghĩa).

Cách giải:

$$\log_2 x + \log_2(x-1) = 1, (\text{ĐKXĐ: } x > 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 [x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x(x-1) = 2^1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(L) \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{2\}$.

Câu 26: Chọn D.

Phương pháp:

Đưa về bất phương trình mũ cơ bản: $a^{f(x)} < a^{g(x)}$, với $a > 1 \Leftrightarrow f(x) < g(x)$.

Cách giải:

$$5^{x^2-x} < 25 \Leftrightarrow 5^{x^2-x} < 5^2 \Leftrightarrow x^2 - x < 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là: $(-1; 2)$.

Câu 27: Chọn A.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp giải bất phương trình lôgarit cơ bản : $\log_a f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ khi } a > 0 \\ f(x) < 0 \text{ khi } 0 < a < 1 \end{cases}$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \log_{\frac{\pi}{6}}(\log_3(x-2)) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ 0 < \log_3(x-2) < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x-2 < 3 \Leftrightarrow 3 < x < 5.$$

Vậy $b - a = 2$.

Câu 28: Chọn C.

Phương pháp:

Sử dụng phương pháp giải phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$

Cách giải:

$$\text{Phương trình } \log_3(2x+3) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3 > 0 \\ 2x+3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Câu 29: Chọn B.

Phương pháp:

$\log_a x^m = m \log_a x$ (giả sử các biểu thức là có nghĩa).

Cách giải:

ĐK: $x > 0$

$$\ln x^2 = 2 \ln x \Leftrightarrow 2 \ln x = 2 \ln x \Rightarrow \text{Phương trình luôn đúng với mọi } x > 0.$$

Câu 30: Chọn B.

Phương pháp:

- +) Tìm ĐKXD của các hàm số lôgarit.
- +) Sử dụng phương pháp giải phương trình lôgarit cơ bản.
- +) Đối chiếu với điều kiện rồi kết luận nghiệm.

Cách giải:

Điều kiện: $x > -1$.

$$\text{Phương trình } \log_3(x^2 - 2x + 3) - \log_3(x+1) = 1 \Leftrightarrow \log_3(x^2 - 2x + 3) = \log_3(3(x+1))$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 3 = 3(x+1) \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện } x > -1 \text{)}.$$

Vậy $S = \{0; 5\}$.

Câu 31: Chọn A.

Phương pháp:

Sử dụng ẩn phụ đưa về phương trình bậc hai

Cách giải:

$$\text{Ta có } 4^{x^2-2x} + 2^{x^2-2x+3} - 3 = 0 \Leftrightarrow \left(2^{x^2-2x}\right)^2 + 8 \cdot 2^{x^2-2x} - 3 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^{x^2-2x} \Rightarrow pt \Leftrightarrow t^2 + 8t - 3 = 0.$$

Câu 32: Chọn C.

Phương pháp:

$$\text{Áp dụng phương pháp giải phương trình lôgarit cơ bản: } \log_a f(x) > b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ a > 1 \\ f(x) > a^b \end{cases} \quad \begin{cases} f(x) > 0 \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < a^b \end{cases}$$

Cách giải:

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 3x + 2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ x^2 - 3x + 2 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < x \leq 3 \\ 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

Câu 33: Chọn B.

Phương pháp:

+) Giải phương trình mũ cơ bản bằng cách đưa về phương trình bậc hai để tìm nghiệm.

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét với phương trình bậc hai và công thức lũy thừa: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } 3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$$

Khi đó áp dụng hệ thức Vi-et ta có: $3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^{x_1+x_2} = 3^{-1} \Leftrightarrow x_1+x_2 = -1 \Leftrightarrow 2(x_1+x_2) = -2$.

Câu 34: Chọn A.

Phương pháp:

Đưa về cùng cơ số 4.

Cách giải:

$$4^{x^2+2} = 16 = 4^2 \Leftrightarrow x^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Câu 35: Chọn A.

Phương pháp:

$$+) \text{ Sử dụng kiến thức giải bất phương trình logarit: } \log_a f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < f(x) < a^0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > a^0 \end{cases}.$$

Cách giải:

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \\ x^2 - 5x + 7 < \left(\frac{1}{2}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 3.$$

Câu 36: Chọn A.

Phương pháp:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 0 < f(x) > g(x) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) > 0 \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ 6 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$$

$$\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2 > 6 - 5x$$

$$\Leftrightarrow 8x > 8$$

$$\Leftrightarrow x > 1.$$

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x < \frac{6}{5} \Rightarrow S = \left(1; \frac{6}{5}\right).$

Câu 37: Chọn B.

Phương pháp:

Dựa vào phương pháp giải bất phương trình lôgarit cơ bản: $\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow 0 < ag(x).$

Cách giải:

$$\text{Vì } \frac{e}{3} < 1 \text{ nên } \log_{\frac{e}{3}}(x+1) < \log_{\frac{e}{3}}(2x-5) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-5 > 0 \\ x+1 > 2x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{5}{2} \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2} < x < 6.$$

Câu 38: Chọn B.

Phương pháp:

Dựa vào phương pháp giải phương trình lôgarit cơ bản

Cách giải:

Điều kiện: $x > 3$. Khi đó

$$\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 (x-3)(3x-7) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 - 16x + 21) = 4 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 21 = 16 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} (ktm) \\ x = 5 (tm) \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 39: Chọn C.

Phương pháp:

Đưa về cùng cơ số. Dựa vào phương pháp giải bất phương trình lôgarit cơ bản

Cách giải:

Ta có

$$\log_4 (x+7) > \log_2 (x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \log_2 \sqrt{x+7} > \log_2 (x+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ \sqrt{x+7} > x+1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x+7 > x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ -3 < x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Câu 40: Chọn D.

Phương pháp:

Áp dụng phương pháp lôgarit giải phương trình mũ

Cách giải:

$$\text{Ta có } 2^{\frac{1}{x}} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \log_2 3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\log_2 3} = \log_3 2.$$

Câu 41: Chọn B.

Phương pháp:

$$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$$

Cách giải:

$$2^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$$

Câu 42: Chọn C.

Phương pháp:

- Đưa về bất phương trình mũ cơ bản:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x) \text{ nếu } a > 1$$

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x) \text{ nếu } 0 < a < 1.$$

Cách giải:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2x+1} \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^{2x+1} \Leftrightarrow -x > 2x+1 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$$

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 43: Chọn C.

Phương pháp:

- Giải bất phương trình logarit cơ bản:

$$\log_a f(x) \leq b \Leftrightarrow f(x) \leq a^b \text{ nếu } a > 1$$

$$\log_a f(x) \leq b \Leftrightarrow f(x) \geq a^b \text{ nếu } 0 < a < 1.$$

Chú ý tìm điều kiện xác định của $f(x)$.

Cách giải:

$$\log_2(2x-1) \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 \leq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \leq \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq \frac{9}{2}$$

Câu 44: Chọn D.

Phương pháp:

+) Đặt ẩn phụ, đưa về phương trình bậc hai, tìm nghiệm x.

+) Áp dụng hệ thức Vi-ét của phương trình bậc hai: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.

+) Áp dụng công thức logarit: $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$.

Cách giải:

$$\text{Ta có } \log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4} \Leftrightarrow 4(\log_2 x) + 4 \cdot \log_2 x - 17 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 x \Rightarrow pt \Leftrightarrow 4t^2 + 4t - 17 = 0.$$

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: } t_1 + t_2 = -\frac{4}{4} = -1$$

$$\Rightarrow \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = -1 \Leftrightarrow \log_2 x_1 x_2 = -1 \Leftrightarrow x_1 x_2 = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 45: Chọn D.

Phương pháp:

Áp dụng phương pháp giải bất phương trình mũ cơ bản

Cách giải:

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^1 \Leftrightarrow 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1 \Rightarrow S = (-\infty; 1].$$

Câu 46: Chọn C.

Phương pháp:

$$a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

Cách giải:

$$3^{2x} > 3^{x+4} \Leftrightarrow 2x > x+4 \Leftrightarrow x > 4$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (4; +\infty)$.

Câu 47: Chọn B.

Phương pháp:

Áp dụng phương pháp giải bất phương trình mũ cơ bản

Cách giải:

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \left(\frac{1}{5}\right)^3 \Leftrightarrow x^2-2x \leq 3 \Leftrightarrow x^2-2x-3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3.$$

Suy ra số nghiệm nguyên dương của bất phương trình là $\{1; 2; 3\}$.

Câu 48: Chọn D.

Phương pháp:

Phương trình $a^u = a^v \Leftrightarrow u = v \Rightarrow$ Đưa về phương trình bậc hai tìm nghiệm.

Cách giải:

$$\text{Ta có } 2^{2x^2+5x+4} = 4 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2+5x+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $\sum x = -\frac{1}{2} + (-2) = -\frac{5}{2}$.

Câu 49: Chọn C.

Phương pháp:

+ Nếu $0 < a < 1$: Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ Nếu $a > 1$: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } 3^{2x} > 3^{x+6} \Leftrightarrow 2x > x+6 \Leftrightarrow x > 6$$

Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+6}$ là: $(6; +\infty)$.

Câu 50: Chọn C.

Phương pháp:

$$\log_a b = c \Leftrightarrow b = a^c, (a, b > 0, a \neq 1)$$

Cách giải:

$$\text{ĐK: } x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$$

$$\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 = 64^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7(tm)$$