

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**CUỘC THI
GIẢI TOÁN TRÊN MÁY TÍNH CASIO VÀ VINACAL
NĂM HỌC 2010-2011****ĐỀ CHÍNH THỨC**

Môn Toán Lớp 12 Trung học phổ thông

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 11/3/2011

Chú ý: Đề thi này gồm 05 trang, 10 bài, mỗi bài 5 điểm

Thí sinh làm bài trực tiếp vào bản đề thi này

Điểm bài thi		Các giám khảo (Họ, tên và chữ ký)	Số phách (Do Chủ tịch Hội đồng thi ghi)
Bảng số	Bảng chữ	Giám khảo 1:	
		Giám khảo 2:	

Qui định: Học sinh trình bày vắn tắt cách giải, công thức áp dụng, kết quả tính toán vào ô trống liền kề bài toán. Các kết quả tính gần đúng, nếu không có chỉ định cụ thể, được ngầm định lấy chính xác tới 4 chữ số phân thập phân sau dấu phẩy.

Bài 1. Tính gần đúng nghiệm (độ, phút, giây) của phương trình:

$$\cos 4x + \cos 3x + 23 \cos^3 x - 79 \cos^2 x + 23 \cos x + 20 = 0$$

Cách giải	Kết quả

Bài 2. Giải phương trình $x^2 - 2010[x] + 2011 = 0$

Cách giải	Kết quả

Bài 3. Cho hai đồ thị: (C3) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ và (C4) $y = x^4 - 2x^2 + 4$. Tìm khoảng cách ngắn nhất từ các điểm cực trị của (C3) đến điểm các cực trị của (C4).

Cách giải	Kết quả

Bài 4.

a). Tính gần đúng giới hạn của dãy: $U_n = \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \dots + \sqrt[3]{5}}}}$ (n dấu căn). Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n gần như không thay đổi (chỉ xét đến 9 chữ số thập phân), cho biết giá trị u_{2010} . Nêu quy trình bấm phím tính u_n ; Tìm n_0 để với mọi $n \geq n_0$ thì u_n có phần nguyên và chín chữ số thập phân ngay sau dấu phẩy là không đổi. Tính giá trị u_{2011} . Viết quy trình giải.

b). Tìm số các chữ số khi viết trong hệ thập phân của số 9^{2010}

Cách giải	Kết quả

Bài 5. Theo kết quả điều tra dân số, dân số trung bình nước Việt Nam qua một số mốc thời gian (Đơn vị: 1.000 người):

Năm	1976	1980	1990	2000	2011
Số dân	49160	53722	66016,7	77635	88434,6

a) Tính tỉ lệ % tăng dân số trung bình mỗi năm trong các giai đoạn 1976-1980, 1980-1990, 1990-2000, 2000-2011.

b) Nếu cứ duy trì tỉ lệ tăng dân số như ở giai đoạn 2000-2011 thì đến năm 2015 và 2020 dân số của Việt Nam là bao nhiêu ?

c) Để kìm hãm đà tăng dân số, người ta đề ra phương án: Kể từ năm 2011, mỗi năm phần đầu giảm bớt $x\%$ (x không đổi) so với tỉ lệ % tăng dân số năm trước (nghĩa là nếu năm nay tỉ lệ tăng dân số là $a\%$ thì năm sau là $(a - x)\%$). Tính x để số dân năm 2015 là 92,744 triệu người. Kết quả chính xác tới 4 chữ số phân thập phân sau dấu phẩy. Nêu sơ lược quy trình bấm phím trên máy tính để giải.

Cách giải	Kết quả

Bài 6. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển nhị thức $(5x + \sqrt{7})^{11}$

Cách giải	Kết quả

Bài 7. Diện tích xung quanh của một hình chóp tam giác đều gấp 5 lần diện tích đáy. Hãy tìm góc ở đỉnh của một mặt bên .

Cách giải	Kết quả

Bài 8. Thể tích một hình nón lớn gấp 2011 lần thể tích hình cầu nội tiếp hình nón đó .
 Tính góc tạo bởi đường sinh của hình nón và mặt phẳng đáy .

Cách giải	Kết quả

Bài 9. Một đồ chơi gồm tám hình tứ diện từ nhỏ đến lớn lồng nhau (mở hình thứ nhất thì xuất hiện hình thứ hai nhỏ hơn đựng bên trong, mở tiếp hình thứ hai thì xuất hiện hình thứ ba nhỏ hơn đựng bên trong ; cứ như thế đến hình thứ tám nhỏ nhất). Biết tứ diện thứ k là $O_k A_k B_k C_k$ có $O_k A_k$ vuông góc với $\text{mp}(A_k B_k C_k)$, $O_k A_k = B_k C_k$ với $1 \leq k \leq 8$. Các cạnh $A_k B_k$, $k = 1, 2, \dots, 8$ lập thành một cấp số cộng có công sai bằng $-1,1\text{cm}$. Các cạnh $A_k C_k$, $k = 1, 2, \dots, 8$ lập thành một cấp số cộng có công sai bằng $-2,2\text{cm}$. Các góc $B_k A_k C_k$, $k = 1, 2, \dots, 8$ lập thành một cấp số cộng có công sai bằng -2° . $A_1 B_1 = 1\text{cm}$, $A_1 C_1 = 2\text{cm}$, $B_1 A_1 C_1 = 20^\circ$. Tính tổng thể tích của 8 khối tứ diện đó.

Cách giải	Kết quả

Bài 10. Phép tính nâng lên lũy thừa rồi lấy modul của các số nguyên , tức là tính $C = N^k \bmod p$, là không khó khăn, ngay cả với những số cực lớn. Nhưng phép tính ngược lại, tức là tìm ra N khi biết C, k, p , thường được gọi là phép "khai căn" bậc k modul p , lại là việc vô cùng khó khăn. Trong trường hợp tổng quát, với các số nguyên lớn, bài toán này là không thể giải được ngay cả với các siêu máy tính mạnh nhất hiện nay. Tuy nhiên, khi p là số nguyên tố và k không có ước chung với $p - 1$ thì nhờ định lý Fermat (nhỏ) người ta phát hiện ra rằng có thể thực hiện được phép "khai căn" này bằng cách tìm số d sao cho

$dk \equiv 1 \pmod{p-1}$ và tính ra N bằng công thức $N = C^d \pmod{p}$. Để kiểm nghiệm điều nói trên, em hãy

- Tính số $C = 12345^{2305} \pmod{54321}$;
- Tìm số N sao cho $N^{52209} \pmod{89897} = 56331$.

Cách giải	Kết quả