

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 15

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Câu 1: Tập xác định của hàm số là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y = 3\sin^3 x + 4\sin x$

B. $y = 3\sin x + 4\cos x$

C. $y = 4\cos^2 x - \sin x$

D. $y = 4\sin^2 x - \cos x$

Câu 3: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số là $y = 2 - \sin x$ là

A. 1 và 3.

B. 4 và -4.

C. 2 và 4.

D. 3 và 1.

$$\cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3}$$

Câu 4: Giải phương trình

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{3k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: -2; 0; 2; 4; 6; ... Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$

B. $u_n = (-2) + n$

C. $u_n = (-2)(n+1)$

D. $u_n = (-2) + 2(n-1)$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Câu 7: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n = n^2 + 1, \ n \geq 1$

B. $u_n = 2^n, \ n \geq 1$

C. $u_n = \sqrt{n+1}, \ n \geq 1$

D. $u_n = 2n - 3, \ n \geq 1$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng

A. 3.

B. 9.

C. 27.

D. -3.

Câu 9: Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2018$ công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

A. u_{406}

B. u_{403}

C. u_{405}

D. u_{404}

Câu 10: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 3^2 và số hạng cuối là 2048 ?

A. $\frac{1365}{2}$

B. $\frac{5416}{2}$

C. $\frac{5461}{2}$

D. $\frac{21845}{2}$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Bảng 3.6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A. [20; 40)
- B. [40; 60)
- C. [60; 80)
- D. [80; 100)

Câu 12: Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

25%

Điểm ngưỡng đề đưa ra danh sách trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là:

- A. 4
- B. 19
- C. 6
- D. 36

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*), vậy:

(I) Phương trình có nghiệm
$$\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

(II) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm

(III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

(IV) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Khi đó:

(I)
$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$$

(II)
$$u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

(III) Dãy số (u_n) là dãy số giảm

(IV) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 3: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

(I) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.

(II) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.

(III) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 1$.

(IV) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$ không là cấp số cộng.

Câu 4: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n=80$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1=7,58$.

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2=8,15$.

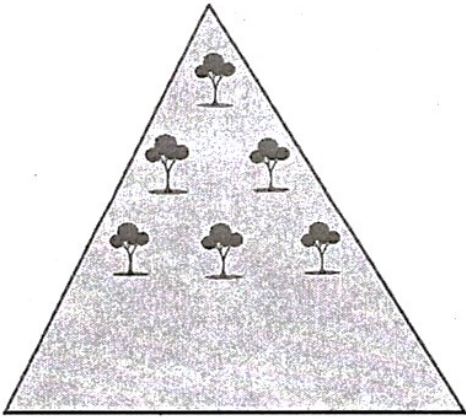
(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3=8,63$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa(I): $C=\frac{\cos^2 x-\sin^2 y}{\sin^2 x\sin^2 y}-\cot^2 x\cot^2 y$.

Câu 2: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a=\frac{1}{3};\cos b=\frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức:

Câu 3: Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác theo cách sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, và cứ như thế mỗi hàng sau sẽ có nhiều hơn hàng ngay trước đó 1 cây. Hỏi tổng số hàng cây trong khu vườn bằng bao nhiêu?



Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m ($m>0$) để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3-7x^2+2(m^2+6m)x-8=0$

Câu 5: Nghiên cứu thời gian chạy 01 vòng sân trường $300m$ của 41 học sinh lớp 11A trường THPT được giáo viên bộ môn Thể dục ghi lại, có kết quả sau:

Thời gian	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)
Số học sinh	5	8	13	9	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) biết $u_n=\frac{3^n}{an}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $(-2;3)$ để dãy số tăng.

-----**Hết**-----
*-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
 -Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 12

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

$$y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$$

Câu 1: Tập xác định của hàm số là

*A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải

Điều kiện $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn

A. $y = 3\sin^3 x + 4\sin x$

B. $y = 3\sin x + 4\cos x$

C. $y = 4\cos^2 x - \sin x$

*D. $y = 4\sin^2 x - \cos x$

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = 4\sin^2 x - \cos x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

Suy ra $\forall x \in D, -x \in D$

$$f(x) = 4\sin^2 x - \cos x$$

$$f(-x) = 4\sin^2(-x) - \cos(-x) = 4\sin^2 x - \cos x = f(x)$$

Vậy suy ra hàm số $y = 4\sin^2 x - \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 3: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số là $y = 2 - \sin x$ là

A. 1 và 3

B. 4 và -4

C. 2 và 4

*D. 3 và 1

Hướng dẫn giải

Ta có $-1 \leq -\sin x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2 - \sin x \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq 3$

Suy ra, $\max_{\mathbb{R}} y = 3$ khi $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$ khi $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3}$$

Câu 4: Giải phương trình

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3} \ (k \in \mathbb{Z})$

*C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{2} + \frac{3k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải

$$\cot \frac{2x}{3} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \cot \frac{2x}{3} = \cot \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \frac{2x}{3} = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k3\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = -2n$

B. $u_n = (-2) + n$

C. $u_n = (-2)(n+1)$

*D. $u_n = (-2) + 2(n-1)$

Hướng dẫn giải

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là (-2) nên $u_n = (-2) + 2.(n-1)$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 5. B. 6. *C. 8. D. 9.

Hướng dẫn giải

$$u_n = -33 \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 7 = -33 \ (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 \ (n) \\ n = \pm\sqrt{5} \ (l) \end{cases}$$

Ta có

Câu 7: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n = n^2 + 1, \ n \geq 1$

B. $u_n = 2^n, \ n \geq 1$

C. $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$

*D. $u_n = 2n - 3, \ n \geq 1$

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có: $u_{n+1} = u_n + d \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d, \ \forall n \geq 1, \ d = \text{const}$

Thử các đáp án ta thấy với dãy số: $u_n = 2n - 3, \ n \geq 1$ thì:

$$\begin{cases} u_n = 2n - 3 \\ u_{n+1} = 2(n+1) - 3 = 2n - 1 \end{cases} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2 = \text{const}$$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng

*A. 3. B. 9. C. 27. D. -3.

Hướng dẫn giải

$$\frac{u_4}{u_1} = q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{54}{2} = 27 \Rightarrow q = \sqrt[3]{27} = 3$$

Ta có:

Câu 9: Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2018$ công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

A. u_{406} B. u_{403} *C. u_{405} D. u_{404}

Hướng dẫn giải

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 2018 - 5(n-1)$$

Ta có

$$u_n < 0 \Leftrightarrow 2018 - 5(n-1) < 0 \Leftrightarrow 5n > 2023 \Leftrightarrow n > \frac{2023}{5}, \ n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \geq 405$$

Có

Vậy từ u_{405} thì số hạng của cấp số cộng đó nhận giá trị âm.

Câu 10: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048 ?

A. $\frac{1365}{2}$. B. $\frac{5416}{2}$. *C. $\frac{5461}{2}$. D. $\frac{21845}{2}$.

Hướng dẫn giải

Theo bài ra ta có $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_4 = 32$ và $u_n = 2048$.

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Rightarrow q = 4$$

$$u_n = 2048 \Rightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 2048 \Rightarrow 4^{n-1} = 4^6 \Rightarrow n = 7$$

$$S_7 = \frac{u_1(1 - q^7)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{2}(1 - 4^7)}{1 - 4} = \frac{5461}{2}$$

Khi đó tổng của cấp số nhân này là

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Bảng 3.6

Nhóm chứa một của mẫu số liệu này là

- A. [20; 40) . B. [40; 60) . C. [60; 80) . D. [80; 100)

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tần số của nhóm [40;60) lớn nhất (=12) nên một thuộc nhóm [40;60)

Câu 12: Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau:

Điểm	Dưới 20	[20; 30)	[30; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số trường	4	19	6	2	3	1

25%

Điểm ngưỡng đề đưa ra danh sách trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là:

- A. 4 B. 19 C. 6 D.36

Hướng dẫn giải

25%

Điểm ngưỡng đề đưa ra danh sách trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam là tứ phân vị thứ ba

$$n = 35$$

Ta có: cỡ mẫu

$$Q_3 \qquad x_{27} \qquad x_{27} \qquad Q_3$$

Tứ phân vị thứ ba là mà thuộc nhóm [30;40) nên nhóm này chứa . Do đó, $p = 3, a_3 = 30, m_3 = 6, m_1 + m_2 = 4 + 19 = 23, a_4 - a_3 = 10$

và ta có:

$$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \times 35}{4} - 23}{6} \times 10 = 35.42$$

25%

Vậy để đưa ra danh sách trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam ta lấy các trường có điểm chuẩn hóa trên 35.42

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*), vậy:

$$\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

(I) Phương trình có nghiệm

(II) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm

(III) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

(IV) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Đúng
----------	-----------	-----------	-----------

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{4} = x + \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - x + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \text{ Vì } x \in (0; \pi) \text{ nên } x \in \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{n+1}{n+2}$. Khi đó:

$$(I) \quad u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$$

$$(II) \quad u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

(III) Dãy số (u_n) là dãy số giảm

(IV) Dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Sai	(IV) Đúng
----------	----------	-----------	-----------

Xét
$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{n^2 + 4n + 4 - (n^2 + 4n + 3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{(n+3)(n+2)} > 0$$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Ta có:
$$u_n = \frac{n+1}{n+2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Mặt khác:
$$u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2) - 1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Do đó: $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là dãy số bị chặn.

Câu 3: Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

(I) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}$ là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.

(II) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$ là cấp số cộng với $u_1 = 4; d = -3$.

(III) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3; d = 1$.

(IV) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$ không là cấp số cộng.

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Đúng
----------	-----------	-----------	-----------

(I) Dãy số (u_n) với $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}$

Ta thấy:
$$u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots = \frac{1}{3}$$

Vậy (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$.

(II) Dãy số (u_n) với $u_n = 7 - 3n$

Ta có:
$$u_{n+1} - u_n = [7 - 3(n+1)] - (7 - 3n) = -3$$

Vậy (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 7 - 3 \cdot 1 = 4; d = -3$.

(III) Dãy số (u_n) với $u_n = n^2 + n + 1$

Ta có:
$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + (n+1) + 1 - (n^2 + n + 1) = 2n + 2$$
 phụ thuộc vào n .

Vậy (u_n) không là cấp số cộng.

(IV) Dãy số (u_n) với $u_n = (-1)^n + 3n$

Ta có:
$$u_{n+1} - u_n = (-1)^{n+1} + 3(n+1) - [(-1)^n + 3n] = -(-1)^n + 3 - (-1)^n = 3 - 2(-1)^n$$
 phụ thuộc vào n .

Vậy (u_n) không là cấp số cộng.

Câu 4: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Số học sinh	8	10	16	24	13	7	4

- (I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n=80$.
- (II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1=7,58$.
- (III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2=8,15$.
- (IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3=8,63$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Đúng
---------	-----------	------------	-----------

Gọi $x_1;x_2;\cdots;x_{82}$ lần lượt là điểm trung bình môn Toán của các học sinh sắp xếp theo thứ tự không giảm. Ta có:
 $x_1;\cdots;x_8\in[6,5;7);x_9;\cdots;x_{18}\in[7;7,5);x_{19};\cdots;x_{34}\in[8;8,5)$, $x_{35};\cdots;x_{71}\in[8,5;9);x_{72};\cdots;x_{78}\in[7;7,5);x_{79};\cdots;x_{82}\in[9,5;10)$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là $\frac{1}{2}(x_{41}+x_{42})$ mà $x_{41};x_{42}\in[8;8,5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là:
 $Q_2=8+\frac{\frac{82}{2}-34}{24}(8,5-8)=8,15$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $x_{21}\in[7,5;8)$.
 $Q_1=7,5+\frac{\frac{82}{4}-18}{16}(8-7,5)=7,58$
Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{62}\in[8,5;9)$.
 $Q_3=8,5+\frac{\frac{3.82}{4}-58}{13}(9-8,5)=8,63$
Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

$C=\frac{\cos^2 x-\sin^2 y}{\sin^2 x\sin^2 y}-\cot^2 x\cot^2 y$

Câu 1: Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa(I):

Trả lời: - 1

Hướng dẫn giải

$C=\frac{\cos^2 x-\sin^2 y-\cos^2 x\cos^2 y}{\sin^2 x\sin^2 y}=\frac{\cos^2 x(1-\cos^2 y)-\sin^2 y}{\sin^2 x\sin^2 y}$
 $=\frac{\cos^2 x\sin^2 y-\sin^2 y}{\sin^2 x\sin^2 y}=\frac{\sin^2 y(\cos^2 x-1)}{\sin^2 x\sin^2 y}=\frac{-\sin^2 x}{\sin^2 x}=-1$

$\cos a=\frac{1}{3};\cos b=\frac{1}{4}$

Câu 2: Cho hai góc nhọn a và b . Biết . Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \cos(a+b)\cos(a-b).$$

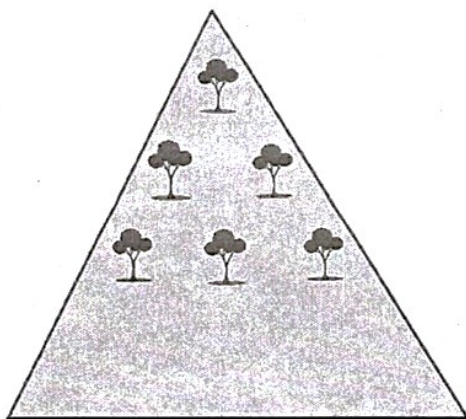
$$\text{Trả lời: } -\frac{119}{144}$$

Hướng dẫn giải

Ta có: $\sin^2 a = 1 - \cos^2 a = \frac{8}{9}; \sin^2 b = 1 - \cos^2 b = \frac{15}{16}$.

$$\begin{aligned} P &= (\cos a \cos b - \sin a \sin b)(\cos a \cos b + \sin a \sin b) \\ &= (\cos a \cos b)^2 - (\sin a \sin b)^2 = \cos^2 a \cos^2 b - \sin^2 a \sin^2 b \\ &= \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{16} - \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} = -\frac{119}{144} \end{aligned}$$

Câu 3: Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác theo cách sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, và cứ như thế mỗi hàng sau sẽ có nhiều hơn hàng ngay trước đó 1 cây. Hỏi tổng số hàng cây trong khu vườn bằng bao nhiêu?



Trả lời: 30 hàng.

Hướng dẫn giải

Số cây trên mỗi hàng lập thành một cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Tổng số cây trồng được là: $S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \text{ (nhận)} \\ n = -31 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy số hàng cây trong khu vườn là 30 hàng.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m ($m > 0$) để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân:

$$x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$$

Trả lời: 1

Hướng dẫn giải

Điều kiện cần: Giả sử phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số nhân.

Ta có:

$$x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3), \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow x_1 x_2 x_3 = 8.$$

Theo tính chất của cấp số nhân: $x_1 x_3 = x_2^2$.

Suy ra: $x_2^3 = 8 \Rightarrow x_2 = 2$.

Thay nghiệm $x = x_2 = 2$ vào phương trình đã cho, ta có:

$$8 - 28 + 2(m^2 + 6m) \cdot 2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 24m - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}.$$

Điều kiện đủ: Thử lại với các giá trị m tìm được.

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Với $m = 1$, ta có phương trình:

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Với $m = -7$, ta có phương trình

Vậy $m = 1; m = -7$ là các giá trị cần tìm.

Câu 5: Nghiên cứu thời gian chạy 01 vòng sân trường $300m$ của 41 học sinh lớp 11A trường THPT được giáo viên bộ môn Thể dục ghi lại, có kết quả sau:

Thời gian	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Số học sinh	5	8	13	9	6

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: $= 52,88$

Hướng dẫn giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{41}$ là thời gian chạy của học sinh lớp 11A được xếp theo thứ tự không giảm. Do $x_1; x_2; \dots; x_5 \in [40; 45); x_6; \dots; x_{13} \in [45; 50); x_{14}; \dots; x_{26} \in [50; 55)$ nên trung vị của mẫu là $x_{21} \in [50; 55)$.

Ta xác định được $n = 41, n_m = 13, C = 5 + 8 = 13, u_m = 50, u_{m+1} = 55$.

$$M_e = 50 + \frac{\frac{41}{2} - 13}{13}(55 - 50) = 52,88.$$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a trong $(-2; 3)$ để dãy số tăng.

TRẢ LỜI 2

Hướng dẫn giải

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3^{n+1}}{a(n+1)} - \frac{3^n}{an} = \frac{a \cdot 3^n (2n - 1)}{a^2 (n^2 + n)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Ta có

$$u_{n+1} - u_n = \frac{a \cdot 3^n (2n - 1)}{a^2 (n^2 + n)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$$

Để dãy số tăng thì

-----**Hết**-----
-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.