|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH PHÚ THỌ**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**  **TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG**  **Năm học : 2022-2023**  **Môn : TOÁN CHUYÊN** |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Cho phương trình Tìm để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn 
2. Gọi là các số thực thỏa mãn và . Tính giá trị biểu thức 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Xác định các hệ số của đa thức , Biết và 
2. Cho số nguyên dương sao cho và là các số chính phương. Chứng minh rằng chia hết cho 24

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm . Gọi là hình chiếu vuông góc của trên trục Ox. Tìm số điểm nguyên nẳm trong tam giác *(Điểm nguyên là điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên)*

**Câu 4.(3,0 điểm)** Cho hai đường tròn và cắt nhau tại hai điểm và B (và thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ Đường thẳng cắt (O) và lần lượt tại C và M, đường thẳng cắt (O) và (O) lần lượt tại và D . Gọi K là trung điểm của là giao điểm của CN và DM

1. Chứng minh rằng năm điểm cùng thuộc một đường tròn
2. Gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác là điểm đối xứng của C qua là giao điểm của và HD; là giao điểm của với là giao điểm của với Chứng minh rằng 
3. Chứng minh rằng 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho là các số thực dương . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Cho phương trình Tìm để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn **

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt 

Vì là nghiệm của (1) nên 

Ta có 



Vậy là các giá trị cần tìm

1. **Gọi là các số thực thỏa mãn và . Tính giá trị biểu thức **

Ta có 



Mà 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Xác định các hệ số của đa thức , Biết và **

Vì nên ta có 



Ta có hệ phương trình : 

Vậy 

1. **Cho số nguyên dương sao cho và là các số chính phương. Chứng minh rằng chia hết cho 24**

Giả sử và , từ là số lẻ

Ta có 

Vì a là số lẻ nên là hai số chẵn liên tiếp, do đó 

là số lẻ là số lẻ

Lại có , Mà 

Ta có 

Mà 



Vì nên từ (1) và (2) suy ra 

Từ đó 

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình (1)**

Điều kiện : 

Phương trình 



Phương trình (2)

Khi không thỏa mãn phương trình (3). Khi 



Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của phương trình là 

1. **Trong mặt phẳng tọa độ cho điểm . Gọi là hình chiếu vuông góc của trên trục Ox. Tìm số điểm nguyên nẳm trong tam giác *(Điểm nguyên là điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên)***

Vì là hình chiếu vuông góc của A trên trục Ox nên 

Gọi B là hình chiếu vuông góc của A trên trục suy ra 

Gọi C là trung điểm của đoạn OA, suy ra 

Điểm là điểm nguyên nằm trong khi và chỉ khi điểm đối xứng với điểm M qua C nằm trong 

Do đó số điểm nguyên nằm trong tâm giác bằng (số điểm nguyên nằm trong hình chữ nhật trừ đi số điểm nguyên nằm trên đoạn thẳng 

Số điểm nguyên nằm trong hình chữ nhật bằng 

Phương trình đường thẳng là . Từ đó kiểm tra được số điểm nguyên trên đoạn thẳng OA (trừ điểm O và A) bằng 1

Vậy số điểm nguyên trong bằng 

**Câu 4.(3,0 điểm) Cho hai đường tròn và cắt nhau tại hai điểm và B (và thuộc hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ Đường thẳng cắt (O) và lần lượt tại C và M, đường thẳng cắt (O) và (O) lần lượt tại và D . Gọi K là trung điểm của là giao điểm của CN và DM**

1. **Chứng minh rằng năm điểm cùng thuộc một đường tròn**

****

Ta có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn 

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn   
Suy ra là trực tâm thẳng hàng

Dễ có tứ giác nội tiếp đường tròn tâm K

(góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung MN)



Ta có tứ giác nội tiếp (góc nội tiếp cùng chắn cung AN)

Tứ giác nội tiếp (góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

Kết hợp với (1) suy ra 

Ta có 

Từ (2) và (3) suy ra 5 điểm cùng thuộc một đường tròn

1. **Gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác là điểm đối xứng của C qua là giao điểm của và HD; là giao điểm của với là giao điểm của với Chứng minh rằng **

****

Xét tứ giác có hai đường chéo tại trung điểm của CE 

Ta có (cùng phụ với . Mà (góc nội tiếp cùng chắn   
Từ (1) và (2) suy ra là hình thoi

Xét và có (so le trong), (đối đỉnh)  


1. **Chứng minh rằng **

Gọi là giao điểm của và (như hình vẽ)

Xét tứ giác có (cùng bằng suy ra tứ giác nội tiếp

Từ 

Vậy 



là trung điểm của ST nên 

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho là các số thực dương . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : **

Ta có 

Đặt và   
Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có :

. Tương tự ta có :





Ta chứng minh với 

Thật vậy: 



(luôn đúng). Dấu bằng xảy ra khi 

Tương tự có :. Khi đó :



Vậy 