Chương
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU TRONG KHÔNG GIAN

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-4)^2+(z-1)^2=25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(0;-4;-1),R=25$. **B.** $I(0;-4;-1),R=5$.

C. $I(0;4;1),R=25$. **D.** $I(0;4;1),R=5$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;1)$ và bán kính $R=5$.

» Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-8z+4=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-3;2;-4),R=25$. **B.** $I(3;-2;4),R=5$.

C. $I(3;-2;4),R=25$. **D.** $I(-3;2;-4),R=5$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;4)$ và bán kính $R=\sqrt{3^2+(-2)^2+4^2-4}=5$.

» Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+8y-2z-4=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(2;-4;1),R=5$. **B.** $I(-2;4;-1),R=25$.

C. $I(2;-4;1),R=\sqrt{21}$. **D.** $I(-2;4;-1),R=21$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-4;1)$ và bán kính $R=\sqrt{2^2+(-4)^2+1^2-(-4)}=5$.

» Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Điểm có tọa độ nào sau đây nằm trên mặt cầu?

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;-1)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ của các điểm đã cho vào phương trình mặt cầu ta được điểm có tọa độ $(1;-2;-1)$ nằm trên mặt cầu.

» Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+z^2=2$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(1;1;1)$ **B.** $N(0;1;0)$ **C.** $P(1;0;1)$ **D.** $Q(1;1;0)$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;0)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.
Khoảng cách từ các điểm đã cho tới tâm mặt cầu:
$MI=\sqrt{2}=R$; $NI=0<R$, $PI=\sqrt{3}>R$, $QI=1<R$.
Do đó điểm P nằm ngoài mặt cầu.

» Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-2y+2z-3=0$ và một điểm $M(4;2;-2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm M là tâm của mặt cầu (S). **B.** Điểm M nằm trên mặt cầu (S).
C. Điểm M nằm trong mặt cầu (S). **D.** Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S).

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và bán kính $R=3$.
Khi đó $IM=\sqrt{(4-2)^2+(2-1)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{6}<R$.
Vậy điểm M nằm trong mặt cầu (S).

» Câu 7. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu?

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=-3$.
C. $(x-1)+(y-3)+(z+2)=9$. **D.** $(x-1)+(y-3)+(z+2)=-9$.

Lời giải

Chọn A

Do phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ nên vế phải của phương trình là $R^2>0$

» Câu 8. Điều kiện để phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu?

A. $a+b+c-d>0$. **B.** $a^2+b^2+c^2+d>0$.
C. $a^2+b^2+c^2-d>0$. **D.** $a^2+b^2+c^2-d\geq 0$.

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình mặt cầu thì $a^2+b^2+c^2-d>0$

» **Câu 9.** Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2=1$.
B. $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$.
C. $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z-21=0$.
D. $2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y-8z-10=0$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$

Có $a=\frac{2}{-2}=-1$; $b=\frac{2}{-2}=-1$; $c=\frac{-4}{-2}=2$; $d=11$

Ta có $a^2+b^2+c^2-d=(-1)^2+(-1)^2+2^2-11=-5<0$

Nên phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$ không là phương trình mặt cầu.

» **Câu 10.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$ bán kính $R=3$

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu $I(1;-2;3)$ bán kính $R=3$ có dạng $(x-1)^2+(y+2)^2+(y-3)^2=9$

» **Câu 11.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $M(0;3;2)$

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=13$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{13}$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=27$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{27}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{IM}=(1;1;5)\Rightarrow R=IM=\sqrt{27}$.

Phương trình mặt cầu $I(-1;2;-3)$, $R=\sqrt{27}$ có dạng $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=27$.

» **Câu 12.** Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu tâm $I(0;3;1)$ bán kính $R=2$

A. $x^2+y^2+z^2+6y+2z+6=0$.
B. $x^2+y^2+z^2+6y+2z-6=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-6y-2z-6=0$.
D. $x^2+y^2+z^2-6y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn D

Do phương trình mặt cầu có tâm $I(0;3;1)$ nên $-2a=0$; $-2b=-6$; $-2c=-2$.

Mặt khác bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{0^2+3^2+1^2-6}=2$ nên giá trị $d=6$.

» Câu 13. Xác định tâm và bán kính của mặt cầu $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-10=0$.

A. Tâm $I(-4;3;-1)$ và bán kính $R=6$. **B.** Tâm $I(-4;3;-1)$ và bán kính $R=36$.

C. Tâm $I(4;-3;1)$ và bán kính $R=6$. **D.** Tâm $I(4;-3;1)$ và bán kính $R=36$.

Lời giải

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-10=0$ có $a=-4;b=3;c=-1,d=-10$

Vậy tâm của mặt cầu là $I(-4;3;-1)$, bán kính $R=\sqrt{16+9+1+10}=\sqrt{36}=6$.

» Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là $2\,km$. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

A. $A(-4;0;2)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(0;-1;4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $IA=3>2;IB=\sqrt{3}<2,IC=\sqrt{13}>2,ID=6>2$.

Vậy người đứng tại điểm B nằm trong mặt cầu nên sẽ sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng điện thoại di động.

» Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là $2\,km$. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì **không** sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

A. $A(-5;0;3)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(-7;-2;3)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $IA=\sqrt{3}<2;IB=\sqrt{3}<2,IC=\sqrt{13}>2,ID=\sqrt{3}<2$.

Vậy người đứng tại điểm C nằm ngoài mặt cầu nên sẽ không sử dụng được dịch vụ của trạm thu phát sóng điện thoại di động.

» Câu 16. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+2x+2y-2z+4=0$ **B.** $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+6=0$

C. $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z+14=0$ **D.** $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-10=0$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+2y-2z+4=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=-1<0$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+6=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=0$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z+14=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=0$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-10=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=36>0$.

Vậy phương trình $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-10=0$ là phương trình của mặt cầu.

» **Câu 17.** Trong các phương trình sau, có bao nhiêu phương trình là phương trình của mặt cầu?

(i). $x^2+y^2+z^2+4z-32=0$ *(ii).* $x^2+y^2+z^2+2x+2y-2z+4=0$

(iii). $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-10=0$ *(iv).* $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-4=0$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

✍ ***Lời giải***

Chọn C

Phương trình $x^2+y^2+z^2+4z-32=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=36>0$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+2y-2z+4=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=-1<0$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-10=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=24>0$.

Phương trình $x^2+y^2+z^2+8x-6y+2z-4=0$ có $a^2+b^2+c^2-d=30>0$.

Vậy có 3 phương trình là phương trình của mặt cầu.

» **Câu 18.** Viết phương trình mặt cầu có tâm $M(3;1;-4)$ và đi qua điểm $N(1;0;1)$.

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+(z-4)^2=30$ **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=30$

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=\sqrt{30}$ **D.** $(x-3)^2-(y-1)^2-(z+4)^2=30$

✍ ***Lời giải***

Chọn B

Ta có $R=MN=\sqrt{30}$

Phương trình mặt cầu $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=30$

» **Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz là

A. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

✍ ***Lời giải***

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên trục Oz, suy ra $H(0;0;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{HI}=(3;4;0)$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc trục Oz có bán kính:

$R=d(I,Oz)=HI=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=5$.

Suy ra phương trình mặt cầu: $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

» **Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, cho $(S):x^2+y^2+z^2-4x-2y+10z-14=0$. Mặt phẳng $(P):-x+4z+5=0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Toạ độ tâm H của (C) là

A. $H(-3;1;-2)$. **B.** $H(-7;1;-3)$. **C.** $H(9;1;1)$. **D.** $H(1;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-5)$ và mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(-1;0;4)$.

Vì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) nên tâm H của (C) là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng IH qua $I(2;1;-5)$ và nhận $\vec{n}=(-1;0;4)$ là VTCP có phương trình là $\begin{cases} x=2-t \\ y=1 \\ z=-5+4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Khi đó $IH\cap(P)=H(2-t;1;-5+4t)$.

Ta có $-(2-t)+4(-5+4t)+5=0\Leftrightarrow t=1$. Suy ra $H(1;1;-1)$.

» Câu 21. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R=5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy. Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S)?

A. $M(-1;-2;1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(-5;2;-7)$. **D.** $Q(5;-2;7)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm I thuộc đường thẳng d nên I có tọa độ: $I(2+t;-t;-1+2t)$

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với trục Oy nên $d(I,Oy)=R\Leftrightarrow\sqrt{(2+t)^2+(-1+2t)^2}=5$

$\Leftrightarrow\sqrt{5t^2+5}=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-2 \end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có $I(4;-2;3)$.

Với $t=-2$ ta có $I(0;2;-5)$.

Nên mặt cầu (S) có phương trình là: $x^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.

Thay tọa độ các điểm trong các phương án vào phương trình mặt cầu, nhận thấy điểm $N(3;2;-1)$ thỏa mãn.

» Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $A(3;0;0)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 5. Hỏi vị trí của điểm nào sau đây không thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên?

A. $M(5;0;0)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(-1;3;1)$. **D.** $Q(0;-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $AM=2<R$ nên điểm M thuộc vùng phủ sóng.

Ta có $AN=\sqrt{5}<R$ nên điểm N thuộc vùng phủ sóng.

Ta có $AP=\sqrt{26}>R$ nên điểm P không thuộc vùng phủ sóng.

Ta có $AQ=\sqrt{13}<R$ nên điểm Q thuộc vùng phủ sóng.

» Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ có tọa độ đỉnh $A(m;m;0)$, $B(0;m;m)$, $C(m;0;m)$. Biết tứ diện $OABC$ có bán kính mặt cầu (S) nội tiếp bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\frac{1}{3}$.

B. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=\frac{1}{3}$.

C. $(x-2)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\frac{1}{3}$.

D. $(x+2)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $OABC$ là tứ diện đều, nên tâm I của mặt cầu nội tiếp tứ diện trùng với trọng tâm của tứ diện ta có $I\left(\frac{m}{2},\frac{m}{2},\frac{m}{2}\right)$.

G là trọng tâm tam giác ABC, $G\left(\frac{2m}{3},\frac{2m}{3},\frac{2m}{3}\right)\Rightarrow IG=\frac{m\sqrt{3}}{6}$

Theo bài $IG=\frac{m\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow m=2$.

Khi đó tâm $I(1,1,1)$.

Phương trình mặt cầu $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\frac{1}{3}$.

» Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+12y+6z+24=0$. Hai điểm M,N thuộc (S) sao cho $MN=8$ và $OM^2-ON^2=-112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng

A. 4.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: (S) có tâm $I(2;-6;-3)$ và bán kính $R=5$.

Ta có: $\overrightarrow{OI}=(2;-6;-3)\Rightarrow OI=7$.

Gọi H là trung điểm $MN\Rightarrow IH=\sqrt{R^2-\frac{MN^2}{4}}=3$.

Ta có: $OM^2-ON^2=-112\Rightarrow\left(\overrightarrow{OM}\right)^2-\left(\overrightarrow{ON}\right)^2=-112\Rightarrow\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IM}\right)^2-\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IN}\right)^2=-112$

$\Rightarrow 2\overrightarrow{OI}\left(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right)=-112\Rightarrow\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{MN}=56$.

Ta lại có: $\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{MN}=OI.MN.\cos\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{MN}\right)=56\Rightarrow\cos\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{MN}\right)=1\Rightarrow OI//MN$.

Do $OI//MN\Rightarrow d(O;MN)=d(I;MN)=IH=3$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(C):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điểm $A(1;2;-1)$ nằm bên ngoài mặt cầu (C).		
(b)	Điểm $B(0;0;1)$ nằm bên trong mặt cầu (C).		
(c)	Điểm $C(0;2;1)$ nằm trên mặt cầu (C).		
(d)	Với điểm $D(2;1;-1)$, ta có $ID<4$.		

Lời giải

(a) *Điểm $A(1;2;-1)$ nằm bên ngoài mặt cầu (C).*

Tâm $I(1;-2;0)$.

Ta có $(1-1)^2+(2+2)^2+(-1)^2=17>16\Rightarrow$ điểm $A(1;2;-1)$ nằm bên ngoài mặt cầu (C).

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Điểm $B(0;0;1)$ nằm bên trong mặt cầu (C).*

Ta có $(0-1)^2+(0+2)^2+1^2=6<16\Rightarrow$ điểm $B(0;0;1)$ nằm bên trong mặt cầu (C).

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Điểm $C(0;2;1)$ nằm trên mặt cầu (C).*

Ta có $(0-1)^2+(2+2)^2+1^2=18>16\Rightarrow$ điểm $C(0;2;1)$ nằm bên ngoài mặt cầu (C).

» **Chọn** SAI.

(d) *Với điểm $D(2;1;-1)$, ta có $ID<4$.*

Ta có $ID=\sqrt{(2-1)^2+(1+2)^2+(-1)^2}=\sqrt{11}<4$.

» **Chọn** ĐÚNG.

» Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ có tâm I và bán kính R.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$, bán kính $R=3$.		
(b)	Điểm $A(0;2;-3)$ nằm trong mặt cầu.		
(c)	Điểm $J(1;2;3)$ nằm ngoài mặt cầu và khoảng cách từ tâm I		

	đến điểm J bằng $\sqrt{10}$.		
(d)	Khoảng cách từ tâm I đến tâm mặt cầu $(S'):x^2+y^2+(z-1)^2=3$ bằng $\sqrt{2}$.		

Lời giải

(a) *Phương trình mặt cầu* (S) *có tâm* $I(1;-1;2)$*, bán kính* $R=3$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;-1;2)$, bán kính $R=3$ là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

» **Chọn** SAI.

(b) *Điểm* $A(0;2;-3)$ *nằm trong mặt cầu.*

Ta có: $(0+1)^2+(2-1)^2+(-3+2)^2=3=R=3$, do đó điểm A nằm trên mặt cầu.

» **Chọn** SAI.

(c) *Điểm* $J(1;2;3)$ *nằm ngoài mặt cầu và khoảng cách từ tâm* I *đến điểm* J *bằng* $\sqrt{10}$.

Ta có: $(1+1)^2+(2-1)^2+(3+2)^2=30>R=3$, do đó điểm J nằm ngoài mặt cầu.

Và $\vec{IJ}=(0;3;1)\Rightarrow\left|\vec{IJ}\right|=\sqrt{0^2+3^2+1^2}=\sqrt{10}$

» **Chọn** ĐÚNG.

(d) *Khoảng cách từ tâm* I *đến tâm mặt cầu* $(S'):x^2+y^2+(z-1)^2=3$ *bằng* $\sqrt{2}$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$,

Mặt cầu (S') có tâm $K(0;0;1)$,

Khi đó $\vec{IK}=(-1;1;-1)\Rightarrow\left|\vec{IK}\right|=\sqrt{(-1)^2+1^2+(-1)^2}=\sqrt{3}\neq\sqrt{2}$

» **Chọn** SAI.

» **Câu 27.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm I và bán kính R.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=2$.		
(b)	Bán kính của mặt cầu (S) là đoạn IM với điểm $M(1;1;2)$.		
(c)	Mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(0;1;-2)$ và $B(2;-1;-4)$.		
(d)	Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0$.		

Lời giải

(a) *Mặt cầu* (S) *có tâm* $I(1;-2;0)$ *và bán kính* $R=2$.

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có $a=1$, $b=-2$, $c=0$, $d=1$

$\Rightarrow$ tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=2$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Bán kính của mặt cầu* (S) *là đoạn* IM *với điểm* $M(1;1;2)$.

Xét $M(1;1;2)$: $1^2+1^2+2^2-2.1+4.1+1=9$ do đó M không nằm trên (S)

Vậy bán kính mặt cầu (S) không là đoạn IM.

» **Chọn** SAI.

(c) *Mặt cầu* (S) *có đường kính* AB *với* $A(0;1;-2)$ *và* $B(2;-1;-4)$.

Mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính thì $\frac{AB}{2}=R$ và tâm I là trung điểm của AB.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;-2)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{2^2+(-2)^2+(-2)^2}=2\sqrt{3}\Rightarrow\frac{AB}{2}=\sqrt{3}\neq R=2$

» **Chọn** SAI.

(d) *Mặt cầu* (S) *tiếp xúc với mặt phẳng* $(P):x+y-z-2=0$.

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+y-z-2=0\Leftrightarrow R=d(I,(P))$.

Ta có $d(I,(P))=\frac{|1+(-2)-0-2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\sqrt{3}\neq R=2$.

» **Chọn** SAI.

» **Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Khi đó

	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	Mặt cầu tâm B, bán kính $R=3$ có phương trình là $x^2+(y-2)^2+z^2=3$.		
(b)	Mặt cầu tâm A, đi qua B có phương trình là $(x-1)^2+y^2+z^2=5$.		
(c)	Mặt cầu nhận BC làm đường kính có phương trình là $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=\frac{13}{4}$.		
(d)	Mặt cầu tâm O và có bán kính $R=OG$ với G là trọng tâm ΔABC, có phương trình là $x^2+y^2+z^2=\frac{14}{9}$.		

Lời giải

(a) *Mặt cầu tâm* B, *bán kính* $R=3$ *có phương trình là* $x^2+(y-2)^2+z^2=3$.

Mặt cầu tâm B, bán kính $R=3$ có phương trình là $x^2+(y-2)^2+z^2=9$.

» **Chọn** SAI.

(b) *Mặt cầu tâm* A, *đi qua* B *có phương trình là* $(x-1)^2+y^2+z^2=5$.

Ta có bán kính mặt cầu là $R=AB=\sqrt{5}$, nên phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+y^2+z^2=5$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Mặt cầu nhận* BC *làm đường kính có phương trình là* $x^2+(y-1)^2+(z-3)^2=\frac{13}{4}$.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I\left(0;1;\frac{3}{2}\right)$, $BC=\sqrt{13} \Rightarrow R=\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu đường kính BC là $x^2+(y-1)^2+\left(z-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$.

» **Chọn** SAI.

(d) *Mặt cầu tâm* O *và có bán kính* $R=OG$ *với* G *là trọng tâm* ΔABC*, có phương trình là* $x^2+y^2+z^2=\frac{14}{9}$.

Ta có $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right) \Rightarrow OG=\frac{\sqrt{14}}{3}$ nên phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+y^2+z^2=\frac{14}{9}$.

» **Chọn** ĐÚNG.

» **Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng (xem hình vẽ) được đặt ở vị trí $I(25;30;50)$. Mặt cầu (S) mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng, biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng $R=5$km.

(Nguồn:https://shutterstock.com)

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt cầu (S) có phương trình là $(x-25)^2+(y-30)^2+(z-50)^2=25$.		
(b)	Điểm $A(1025;30;50)$ nằm bên trong mặt cầu (S).		
(c)	Một người đi biển ở vị trí $M(45;60;50)$ thì có thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.		
(d)	Một người đi biển ở vị trí $N(5125;30;0)$ thì **không** thể được		

chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.

Lời giải

(a) *Mặt cầu* (S) *có phương trình là* $(x-25)^2+(y-30)^2+(z-50)^2=25$.

Ta có mặt cầu mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng, biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng $R=5\,\text{km}=5000\,\text{m}$, có phương trình là $(x-25)^2+(y-30)^2+(z-50)^2=5000^2$.

» **Chọn** SAI.

(b) *Điểm* $A(1025;30;50)$ *nằm bên trong mặt cầu* (S).

Ta có $IA=\sqrt{(1025-25)^2}=1000<5000=R$. Suy ra điểm A nằm bên trong mặt cầu (S).

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Một người đi biển ở vị trí* $M(45;60;50)$ *thì có thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.*

Ta có $IM=\sqrt{20^2+30^2}=10\sqrt{13}<5000=R$, suy ra điểm M nằm bên trong mặt cầu (S).

Do đó người ở vị trí $M(45;60;50)$ thì có thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.

» **Chọn** ĐÚNG.

(d) *Một người đi biển ở vị trí* $N(5125;30;0)$ *thì* ***không*** *thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.*

Ta có $IN=\sqrt{5100^2+(-50)^2}>5000=R$, suy ra điểm N nằm bên ngoài mặt cầu (S).

Do đó người ở vị trí $N(5125;30;0)$ thì không thể được chiếu sáng bởi ánh sáng của ngọn hải đăng.

» **Chọn** ĐÚNG.

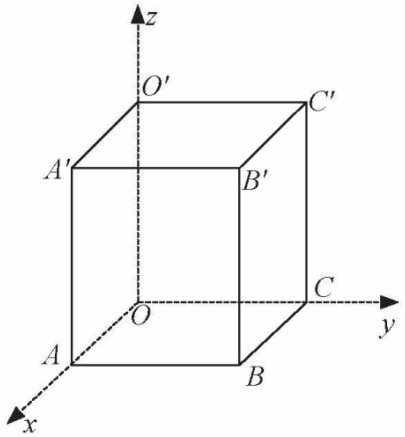
» **Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$ với O là gốc tọa độ, $A(2;0;0)$, $C(0;3;0)$, $O'(0;0;4)$. Ta có

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt cầu tâm O, bán kính OA có phương trình là $x^2+y^2+z^2=2$.		
(b)	Mặt cầu tâm A, đi qua C có phương trình là $(x-2)^2+y^2+z^2=13$.		
(c)	Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (ACO'), mặt cầu tâm O đi qua H có phương trình là $x^2+y^2+z^2=\frac{12}{61}$.		
(d	Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp có phương trình là		

)	$(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-2)^2=\frac{29}{4}$.		

Lời giải

Gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, ta có tọa độ các đỉnh của hình hộp



$O(0;0;0),A(2;0;0);B(2;3;0),C(0;3;0)$, $O'(0;0;4),A'(2;0;4);B'(2;3;4),C'(0;3;4)$

(a) *Mặt cầu tâm O, bán kính OA có phương trình là $x^2+y^2+z^2=2$.*

Ta có $OA=2$, mặt cầu tâm O, bán kính OA có phương trình là $x^2+y^2+z^2=4$.

» **Chọn** SAI.

(b) *Mặt cầu tâm A, đi qua C có phương trình là $(x-2)^2+y^2+z^2=13$.*

Ta có $AC^2=OA^2+OC^2=4+9=13\Rightarrow$ mặt cầu tâm A, đi qua C có phương trình là $(x-2)^2+y^2+z^2=13$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên (ACO'), mặt cầu tâm O đi qua H có phương trình là $x^2+y^2+z^2=\frac{12}{61}$.*

Ta có $(ACO'):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0$.

$R=d(O,(ACO'))=\frac{|-12|}{\sqrt{36+16+9}}=\frac{12}{\sqrt{61}}$. Vậy phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2=\frac{144}{61}$

» **Chọn** SAI.

(d) *Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp có phương trình là $(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-2)^2=\frac{29}{4}$.*

Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình hộp có tâm I là trung điểm của $OB'\Rightarrow I\left(1;\frac{3}{2};2\right)$ và có bán kính $R=\frac{OB'}{2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z-2)^2=\frac{29}{4}$.

» **Chọn** ĐÚNG.

» Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: x=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+y-z-5=0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng d và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn lớn nhất có bán kính $r=5$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Mặt phẳng $(P): 3x+y-z-5=0$ có VTPT $\vec{n}=(3;1;-1)$.		
(b)	Tọa độ tổng quát của tâm I là $(t;-1+2t;-2-t)$.		
(c)	$d(I,(P))=3$.		
(d)	Mặt cầu (S) có phương trình là $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.		

Lời giải

(a) *Mặt phẳng* $(P): 3x+y-z-5=0$ *có VTPT* $\vec{n}=(3;1;-1)$.

$(P): 3x+y-z-5=0$ có VTPT là $\vec{n}=(3;1;-1)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Tọa độ tổng quát của tâm* I *là* $(t;-1+2t;-2-t)$.

$$d: x=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{-1}\Rightarrow d:\begin{cases}x=t\\ y=1+2t\\ z=2-t\end{cases},t\in\mathbb{R}\ I\in d\Rightarrow I(t;1+2t;2-t)$$

Ta có:

» **Chọn** SAI.

(c) $d(I,(P))=3$.

Do giao tuyến của (S) và (P) là đường tròn lớn nên $I\in(P)\Rightarrow d(I,(P))=0$.

» **Chọn** SAI.

(d) *Mặt cầu* (S) *có phương trình là* $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.

Ta có $I\in d\Rightarrow I(t;1+2t;2-t)$

Theo giả thiết $I=d\cap(P)$ nên tọa độ điểm I thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P)

Thay tọa độ điểm I vào (P) ta có :

$$3t+(1+2t)-(2-t)-5=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow I(1;3;1)$$

Vì $(S)\cap(P)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn có bán kính $r=5$ nên ta có bán kính mặt cầu (S) là $R=r=5$.

Vậy mặt cầu có phương trình là: $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=25$.

» **Chọn** ĐÚNG

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 32. Trong không gian Oxy, tổng tất cả bao nhiêu số tự nhiên của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ là phương trình của một mặt cầu.

Lời giải

✓ Trả lời: 6

Ta có: $\begin{cases} a=0 \\ b=m-2 \\ c=-(m+3) \\ d=3m^2+7 \end{cases}$

Phương trình trên là phương trình mặt cầu khi:

$a^2+b^2+c^2-d>0 \Leftrightarrow (m-2)^2+(m+3)^2-(3m^2+7)>0$

$\Leftrightarrow -m^2+2m+6>0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{7}<m<1+\sqrt{7}$.

Mà $m\in ¥ \Rightarrow m\in\{0;1;2;3\}$. Nên $0+1+2+3=6$

» Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;m;1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-9=0$. Tập các giá trị của m để điểm A nằm trong khối cầu có dạng $(a;b)$ với $a;b$ là các số nguyên. Giá trị của a^b bằng.

Lời giải

✓ Trả lời: -1

Mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-9=0$.

Điểm $A(1;m;1)$ nằm trong khối cầu $(S) \Leftrightarrow 1^2+m^2+1^2-2m+4.1-9<0$

$\Leftrightarrow m^2-2m-3<0$

$\Leftrightarrow m\in(-1;3)$.

Vậy $a^b=-1$

» Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu?

Lời giải

✓ Trả lời: 5

Ta có: $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6-m$.

Để phương trình trên là phương trình mặt cầu thì $6-m>0 \Leftrightarrow m<6$.

Vậy giá trị nguyên dương m cần tìm là $1;2;3;4;5$.

Vậy có 5 giá trị thỏa đề.

» Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và đi qua $A(5;-1;4)$ có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b+c+R^2$.

Lời giải

✓ Trả lời: 24

Tâm $I(1;-3;2)$

Bán kính $R=IA=\sqrt{16+4+4}=\sqrt{24}$

Vậy phương trình mặt cầu $(S):\ (x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Ta có: $a+b+c+R^2=1+(-3)+2+24=24$.

» Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tính đường kính l của mặt cầu (S) đi qua ba điểm trên và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) *(làm tròn kết quả đến hàng phần chục).*

Lời giải

✓ Trả lời: 10,2

Gọi tâm mặt cầu là: $I(x;y;0)$.

$$\begin{cases} AI=BI \\ AI=CI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+3)^2+1^2} \\ \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+4^2}=\sqrt{(x-2)^2+(y-2)^2+3^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)^2+4^2=(y+3)^2+1^2 \\ (x-1)^2+4^2=(x-2)^2+3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2-4y+4+4^2=y^2+6y+9+1^2 \\ x^2-2x+1+16=x^2-4x+4+9 \end{cases}$$

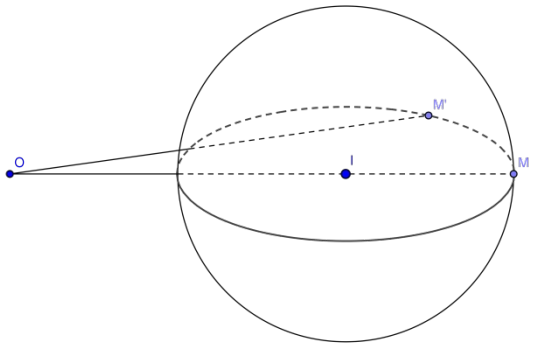
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y=10 \\ 2x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$$. Suy ra $I(-2;1;0)$

Vậy $l=2R=2\sqrt{(-2-1)^2+(1-2)^2+4^2}=2\sqrt{26}\approx 10,2$.

» Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;2;-2)$, $B(3;-3;3)$ và điểm M không cố định trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng bao nhiêu? *Làm tròn kết quả đến hàng phần chục.*

Lời giải

✓ Trả lời: 20,8



Gọi $M(x;y;z)$.

Ta có: $\frac{MA}{MB}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 9MA^2=4MB^2$

$$\Leftrightarrow 9\left[(x+2)^2+(y-2)^2+(z+2)^2\right]=4\left[(x-3)^2+(y+3)^2+(z-3)^2\right]$$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+12x-12y+12z=0$

Suy ra M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(-6;6;-6)$ bán kính $R=6\sqrt{3}$.

Khi đó $OM_{\max}=d(O;I)+R=OI+R=6\sqrt{3}+6\sqrt{3}=12\sqrt{3}\approx 20,8$.

» Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, khi phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+7m^2-1=0$ là phương trình mặt cầu. Xác định m để mặt cầu có bán kính lớn nhất.

Lời giải

✓ Trả lời: 2

Phương trình $x^2+y^2+z^2-2(m+2)x+4my-2mz+7m^2-1=0$ là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow (m+2)^2+4m^2+m^2-(7m^2-1)>0 \Leftrightarrow -m^2+4m+5>0 \Leftrightarrow -1<m<5$.

Với $m\in(-1;5)$ ta có mặt cầu có bán kính là $R=\sqrt{-m^2+4m+5}=\sqrt{-(m-2)^2+9}$.

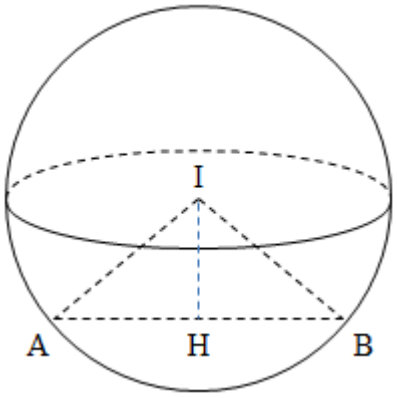
Ta có $(m-2)^2\geq 0\Rightarrow -(m-2)^2+9\leq 9\Leftrightarrow \sqrt{-(m-2)^2+9}\leq 3$.

Vậy, bán kính mặt cầu lớn nhất bằng 3 khi $m=2$.

» Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}$. Khi đó, phương trình mặt cầu (S) có dạng là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$, tính giá trị của $P=\dfrac{abc}{R}$?

Lời giải

✓ Trả lời: -1,5



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên trục $Ox\Rightarrow H(1;0;0)\Rightarrow IH=\sqrt{13}$

Mà $HA=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{3}$.

Nên bán kính mặt cầu cần tìm là $R=IA=\sqrt{IH^2+HA^2}=4$.

Khi đó, phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$.

Vậy giá trị của $P=\dfrac{abc}{R}=\dfrac{1\cdot(-2)\cdot 3}{4}=-\dfrac{3}{2}=-1,5$.

» Câu 40. Cho các điểm $A(-2;4;1), B(2;0;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-2+t\end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua A,B và có tâm thuộc đường thẳng d. Bán kính của mặt cầu (S) là $R=a\sqrt{b}$, tính giá trị của $P=a+b$?

Lời giải

✓ Trả lời: 6

Tâm $I\in d\Rightarrow I(1+t;1+2t;-2+t)$.

$\overrightarrow{AI}=(3+t;-3+2t;-3+t);\ \overrightarrow{BI}=(-1+t;1+2t;-5+t)$.

Vì (S) đi qua A,B nên ta có:

$IA=IB\Leftrightarrow IA^2=IB^2\Leftrightarrow (3+t)^2+(-3+2t)^2+(-3+t)^2=(-1+t)^2+(1+2t)^2+(-5+t)^2$

$\Leftrightarrow 4t=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow \overrightarrow{IA}=(3;-3;-3).$

Suy ra, bán kính mặt cầu (S): $R=IA=\sqrt{3^2+(-3)^2+(-3)^2}=3\sqrt{3}.$

Vậy giá trị của $P=a+b=3+3=6$.

» Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Gọi mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ thuộc Δ và tiếp xúc với (P) tại $H(1;-1;0)$. Khi đó giá trị $a^2+b^2+c^2$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ Trả lời: 14

Ta có: phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=1-2t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$. Vì $I\in\Delta\Rightarrow I(1-2t;2t;2+t)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1-2t;2t;2+t)\in D$ và tiếp xúc với (P) tại $H(1;-1;0)$ nên ta có:

$d(I,(P))=IH\Leftrightarrow \dfrac{|2(1-2t)-2t+(2+t)-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\sqrt{(2t)^2+(-1-2t)^2+(-2-t)^2}$

$\Leftrightarrow (-5t+1)^2=6(9t^2+8t+5)\Leftrightarrow -29t^2-58t-29=0\Leftrightarrow t=-1.$

$t=-1\Rightarrow I(3;-2;1)\Rightarrow a=3,b=-2,c=1.$

Vậy $a^2+b^2+c^2=14$.

» Câu 42. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị)

để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Lời giải

✓ Trả lời: 512

Để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$ thì

$$IA \le 600 \Leftrightarrow (m-100)^2+(m-80)^2+(-60)^2 \le 600^2$$

$$\Leftrightarrow 2m^2-360m-340000 \le 0 \Leftrightarrow \frac{180-\sqrt{712400}}{2} \le m \le \frac{180+\sqrt{712400}}{2}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của m là $\frac{180+\sqrt{712400}}{2} \approx 512$.

» **Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{2}$, $(P): x+2y-2z-2=0$, $(Q): x+2y-2z+4=0$. Gọi mặt cầu $S(I,R)$ có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với $(P),(Q)$. Khi đó đường kính của mặt cầu có giá trị bằng bao nhiêu?

Lời giải

✓ Trả lời: 2

Ta có: phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=2-3t \\ y=1+2t \\ z=1+2t \end{cases}$. Vì $I \in \Delta \Rightarrow I(2-3t;1+2t;1+2t)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2-3t;1+2t;1+2t)$ thuộc Δ và tiếp xúc với $(P),(Q)$ nên ta có:

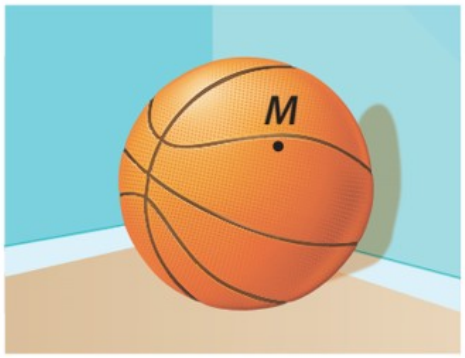
$$d(I,(P))=d(I,(Q)) \Leftrightarrow \frac{|(2-3t)+2(1+2t)-2(1+2t)-2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{|(2-3t)+2(1+2t)-2(1+2t)+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}$$

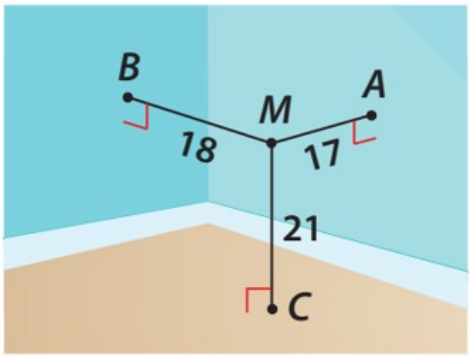
$$\Leftrightarrow |-3t|=|-3t+6| \Rightarrow t=1.$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;3)$ và bán kính $R=1$.

Vậy đường kính của mặt cầu (S) bằng 2.

» **Câu 44.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đương kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? *Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.*

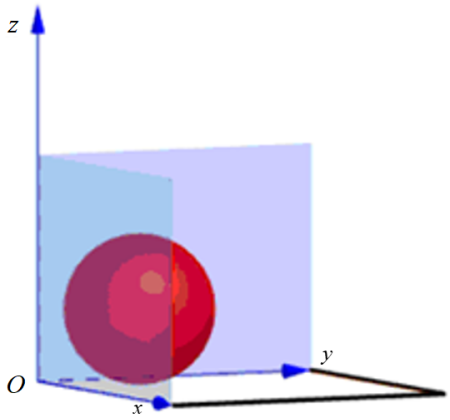




✍ *Lời giải*

✓ *Trả lời: 23,9*

Ta đặt hệ trục vào căn phòng sao cho có hai bức tường là mặt $(Oxz),(Oyz)$, và nền là (Oxy).



Vậy bài toán dẫn đến việc tìm đường kính của mặt cầu tiếp xúc với 3 mặt phẳng toạ độ và chứa điểm $M(17;18;21)$.

Ta có thể gọi phương trình mặt cầu là $(S):(x-a)^2+(y-a)^2+(z-a)^2=a^2$, với $a>0$ (do mặt cầu tiếp xúc với các mặt phẳng toạ độ nên $a=b=c=R$).

Do $M(17;18;21)\in(S)$ nên $(17-a)^2+(18-a)^2+(21-a)^2=a^2$

$\Rightarrow 2a^2-112a+1054=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=28-\sqrt{257} \\ a=28+\sqrt{257} \end{array}\right.$.

Vì quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm nên $a=28-\sqrt{257}$ thỏa.

Vậy đường kính quả bóng bằng $2a=56-2\sqrt{257}\approx 23,9(\text{cm})$.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
https://www.vnteach.com