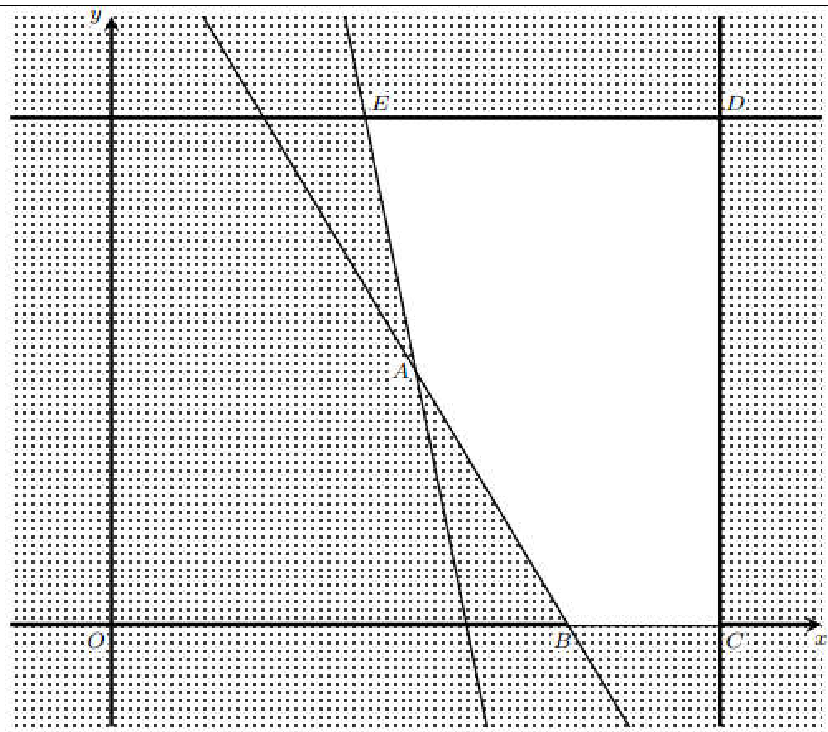
SỞ GD&ĐT HẢI DƯƠNG

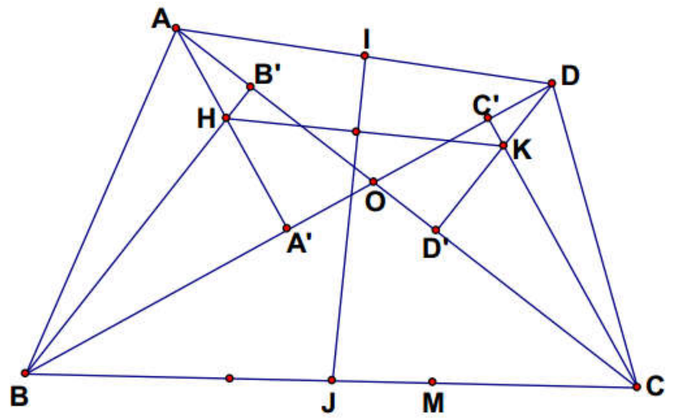
HƯỚNG DẪN CHẤM
(*Hướng dẫn chấm gồm có 07 trang*)

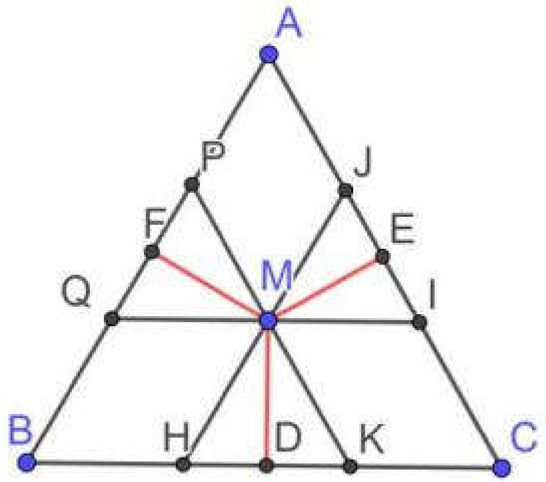
Câu	Đáp án	Điểm
I (2,0 điểm)	1) Tìm m để đường thẳng $d: y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2-x-2$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB bằng khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d.	**1,0**
	Phương trình hoành độ giao điểm: $x-x-2=x+m \Leftrightarrow x^2-2x-m-2=0$. Đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Rightarrow m>-3$.	0,25
	$d(O,d)=\dfrac{\lvert m\rvert}{\sqrt{2}}$ (d tạo với 2 trục tọa độ một tam giác vuông cân có cạnh bằng $\lvert m\rvert$. Giả sử $A(x_1;x_1+m), B(x_2;x_2+m)$. $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_2+m-x_1-m)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}$ $=\sqrt{2(x_2+x_1)^2-8x_1x_2}=\sqrt{2.2^2-8(-m-2)}=\sqrt{8m+24}$.	0,25
	$AB=d(O,d)\Leftrightarrow\sqrt{8m+24}=\dfrac{\lvert m\rvert}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow m^2-16m-48=0$.	0,25
	$\Leftrightarrow m=8\pm4\sqrt{7}$ (thỏa mãn điều kiện).	0,25
	Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hệ bất phương trình $-2<\dfrac{mx^2-2mx+2m+3}{x^2-2x+3}\le 3$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.	**1,0**
	Do $x^2-2x+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $-2<\dfrac{mx^2-2mx+2m+3}{x^2-2x+3}\le 3 \Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)x^2-2(m-3)x+2m-6\le 0 \ (1)\\ (m+2)x^2-2(m+2)x+2m+9>0 \ (2)\end{cases}$	0,25
	Yêu cầu của bài toán tương đương với hệ (1) và (2) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Kiểm tra hai giá trị $m=3$; $m=-2$ đều thoả mãn	0,25
	Với $\begin{cases}m\ne 3\\ m\ne -2\end{cases}$ thì yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases}m-3<0\\ \Delta_1'=(m-3)^2-(m-3)(2m-6)\le 0\\ m+2>0\\ \Delta_2'=(m+2)^2-(m+2)(2m+9)<0\end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow -2<m<3$. Vậy $-2\le m\le 3$. Suy ra có 6 giá trị nguyên của m thoả mãn.s	0,25
II	1) Giải phương trình: $4x^2-13x+9=(x-2)\left(3\sqrt{3x^2-8x+3}-x+1\right)$.	**1,0**

(2,0 điểm)	Đk: $3x^2-8x+3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge \dfrac{4+\sqrt{7}}{3} \\ x\le \dfrac{4-\sqrt{7}}{3}\end{array}\right.$ Biến đổi pt về dạng $\left(3x^2-8x+3\right)-3\left(x-2\right)\sqrt{3x^2-8x+3}+2\left(x-2\right)^2=0$	0,25
	Đặt $u=\sqrt{3x^2-8x+3}, v=x-2$. Pt trở thành $u^2-3uv+2v^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v \\ u=2v\end{array}\right.$	0,25
	Khi đó ta được $\left[\begin{array}{l} \sqrt{3x^2-8x+3}=x-2 \\ \sqrt{3x^2-8x+3}=2x-4\end{array}\right.$ Giải pt $\sqrt{3x^2-8x+3}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ 2x^2-4x-1=0\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}$	0,25
	Giải pt $\sqrt{3x^2-8x+3}=2x-4 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2-8x+13=0\end{cases} \Leftrightarrow x=4\pm\sqrt{3}$ Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}; 4\pm\sqrt{3}\right\}$.	0,25
	2) Một trang trại cần thuê xe vận chuyển 450 con lợn và 35 tấn cám. Nơi cho thuê xe chỉ có 12 xe lớn và 10 xe nhỏ. Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám. Tiền thuê một xe lớn là 4 triệu đồng, một xe nhỏ là 2 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thuê xe là thấp nhất?	**1,0**
	Gọi x, y lần lượt là số xe lớn và số xe nhỏ cần phải thuê. Điều kiện: $0<x\le 12$, $0<y\le 10$.	0,25
	Một chiếc xe lớn có thể chở 50 con lợn và 5 tấn cám nên số lợn và cám xe lớn chở được là $50x$ con lợn và $5x$ tấn cám. Một chiếc xe nhỏ có thể chở 30 con lợn và 1 tấn cám nên số lợn và cám xe nhỏ chở được là $30y$ con lợn và y tấn cám. Xe cần chở hết 450 con lợn và 35 tấn cám nên ta có hệ bất phương trình sau $\begin{cases} 0\le x\le 12 \\ 0\le y\le 10 \\ 50x+30y\ge 450 \\ 5x+y\ge 35.\end{cases}$	0,25
	Tổng giá tiền thuê xe là $T=4x+2y$ triệu đồng.	0,25

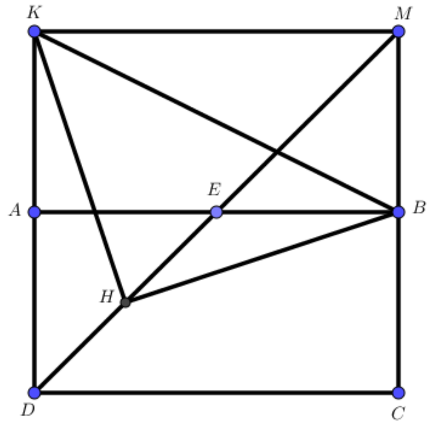
		
	Miền nghiệm của hệ bất phương trình là hình ngũ giác $ABCDE$ với $A(6;5)$, $B(9;0)$, $C(12;0)$, $D(12,10)$, $E(5;10)$. Khi đó $T(A)=34$; $T(B)=36$; $T(C)=48$; $T(D)=68$; $T(E)=40$. Vậy chi phí thuê xe ít nhất bằng 34 triệu đồng khi thuê 6 xe lớn và 5 xe nhỏ.	0,25
III (2,0 điểm)	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+4+\sqrt{x^2+8x+17}=y+\sqrt{y^2+1} \\ x+\sqrt{y}+\sqrt{y+21}+1=2\sqrt{4y-3x} \end{cases}$.	**1,0**
	$\begin{cases} x+4+\sqrt{x^2+8x+17}=y+\sqrt{y^2+1} \ (1) \\ x+\sqrt{y}+\sqrt{y+21}+1=2\sqrt{4y-3x} \ (2) \end{cases}$ Điều kiện: $y\ge 0, 4y-3x\ge 0$. $(1)\Leftrightarrow (x-y+4)+\sqrt{x^2+8x+17}-\sqrt{y^2+1}=0$ $\Leftrightarrow (x-y+4)+\dfrac{(x+4)^2-y^2}{\sqrt{x^2+8x+17}+\sqrt{y^2+1}}=0 \Leftrightarrow (x-y+4)+\dfrac{(x+4+y)(x+4-y)}{\sqrt{x^2+8x+17}+\sqrt{y^2+1}}=0$ $\Leftrightarrow (x-y+4)\left(1+\dfrac{(x+4+y)}{\sqrt{x^2+8x+17}+\sqrt{y^2+1}}\right)=0 \Leftrightarrow y=x+4$. (Vì: $1+\dfrac{(x+4+y)}{\sqrt{x^2+8x+17}+\sqrt{y^2+1}}=\dfrac{\sqrt{(x+4)^2+1}+(x+4)+\sqrt{y^2+1}+y}{\sqrt{x^2+8x+17}+\sqrt{y^2+1}}>0 \quad \forall x,y$)	0,25
	Thay $y=x+4$ vào (2) ta được: $x+\sqrt{x+4}+\sqrt{x+25}+1=2\sqrt{x+16}$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+4}-2\right)+\left(\sqrt{x+25}-5\right)+\left(x+8-2\sqrt{x+16}\right)=0$	0,25

	$\Leftrightarrow x\left(\frac{1}{\sqrt{x+4}+2}+\frac{1}{\sqrt{x+25}+5}+\frac{x+12}{x+8+2\sqrt{x+16}}\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \frac{1}{\sqrt{x+4}+2}+\frac{1}{\sqrt{x+25}+5}+\frac{x+12}{x+8+2\sqrt{x+16}}=0\ (3) \end{array}\right.$	0,25
	Với $x=0 \Rightarrow y=4$ (t/m). Do $x+4=y\geq 0 \Rightarrow x\geq -4 \Rightarrow x+8>0$ nên (3) vô nghiệm. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(0;4)$.	0,25
	2) Cho các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Từ 8 chữ số trên lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng 4 chữ số đầu bằng tổng 4 chữ số cuối?	**1,0**
	Do $0+1+2+3+4+5+6+7=28$, nên để tổng 4 chữ số đầu và tổng 4 chữ số cuối bằng nhau là tổng đó bằng 14.	0,25
	Ta lập 4 bộ số có tổng là 14 và có chữ số 0 là: $(0;1;6;7)$, $(0;2;5;7)$, $(0;3;4;7)$, $(0;3;5;6)$. Với mỗi bộ số có số 0 trên ta có một bộ gồm các chữ số còn lại không có số 0 và có tổng bằng 14.	0,25
	TH1: Bộ có số 0 đứng trước: có 4 bộ có chữ số 0, ứng với mỗi bộ có: +) Xếp 4 số đầu có $3.3!$ cách. +) Xếp 4 số cuối có $4!$ cách. Áp dụng qui tắc nhân có $4.3.3!.4!=1728$ số.	0,25
	TH2: Bộ có số 0 đứng sau: có 4 bộ có chữ số 0, ứng với mỗi bộ có: +) Xếp bộ không có chữ số 0 đứng trước có $4!$ cách. +) Xếp bộ có chữ số 0 đứng sau có $4!$ cách. Áp dụng qui tắc nhân có $4.4!.4!=2304$ số. Vậy có $1728+2304=4032$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.	0,25
IV (3,0 điểm)	1) Cho tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O; I và J lần lượt là trung điểm của AD và BC. Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác OAB và OCD. Chứng minh HK vuông góc với IJ.	**1,0**

<table>
<tr><td></td><td>

Trước tiên, ta chứng minh: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AC}\right)$, thật vậy:
$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AC}\right) \Leftrightarrow 2.\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AC}$
$VP = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JC} = \left(\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{AI}\right) + 2.\overrightarrow{IJ} + \left(\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC}\right) = 2.\overrightarrow{IJ} = VT$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có $\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{HK}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{HK}.\overrightarrow{AC}\right)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{A'C'}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{B'D'}.\overrightarrow{AC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DB}.\overrightarrow{AC}\right)$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>$= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\left(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}\right) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.\vec{0} = 0 \Rightarrow HK \perp IJ$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>2) Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác, M là điểm thoả mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Gọi D, E, F lần lượt là hình chiếu của M trên các cạnh BC, CA, AB. Tính $\left|\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}\right|$ theo a.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td></td><td>

Từ M kẻ các đường thẳng song song với 3 cạnh tam giác, cắt các cạnh tại P, Q, H, K, I, J.
Suy ra D, E, F là trung điểm HK, IJ, PQ.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Suy ra $\overrightarrow{MD} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{MK}\right); \overrightarrow{ME} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MJ}\right); \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}\right);$</td><td>0,25</td></tr>
</table>

		Suy ra $\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{MJ}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{MQ}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)$	0,25
		Mà $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}\Rightarrow\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{ME}+\overrightarrow{MF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{MG}=\frac{1}{4}\overrightarrow{CA}\Rightarrow\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{a}{4}.$	0,25
		3) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2AD$ và $B(3;6)$. Gọi E là trung điểm của AB và $H(-2;1)$ là trung điểm của DE. Gọi K là điểm đối xứng với D qua điểm A. Biết K thuộc đường thẳng $d:2x+y-2=0$. Xác định tọa độ các điểm A,C,D.	**1,0**
		 Dựng hình vuông $CDKM$ như hình vẽ. Kí hiệu $CD=2a$ Dùng định lý cosin cho các tam giác KDH và MHB ta có: $KH=\frac{a\sqrt{10}}{2}$, $BH=\frac{a\sqrt{10}}{2}$ và $KB=\sqrt{4a^2+a^2}=a\sqrt{5}$. Do đó tam giác BKH vuông cân tại H.	0,25
		Khi đó $KH\perp HB$ nên phương trình đường thẳng KH: $1(x+2)+1(y-1)=0\Leftrightarrow x+y+1=0$ $K=KH\cap d\Rightarrow K(3;-4)$ Ta có $BK=10=a\sqrt{5}\Rightarrow a=2\sqrt{5}\Rightarrow KD=4\sqrt{5},BD=a\sqrt{5}=10$	0,25
		Tọa độ D thỏa mãn hpt: $\begin{cases}(x-3)^2+(y+4)^2=80\\(x-3)^2+(y-6)^2=100\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=11\end{array}\right.\\y=0\end{cases}$ $\Rightarrow D(-5;0)$ hoặc $D(11;0)$	0,25
		Vì D,B nằm về hai phía so với đường thẳng KH nên $D(-5;0)$ Vì A là trung điểm DK nên $A(-1;-2)$ Vì $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\Rightarrow C(-1;8)$ Vậy $A(-1;-2)$, $C(-1;8)$, $D(-5;0)$	0,25

V (1,0 điểm)	Cho ba số a, b, c dương thỏa mãn hệ thức: $(a+b+c)abc=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S=\frac{a^5}{a^3+2b^3}+\frac{b^5}{b^3+2c^3}+\frac{c^5}{c^5+2a^3}$.	**1,0**
	Ta có: $\frac{a^5}{a^3+2b^3}=\frac{a^2\left[a^3+2b^3\right]-2a^2b^3}{a^3+2b^3}=a^2-2\frac{a^2b^3}{a^3+2b^3}$ $a^3+2b^3=a^3+b^3+b^3\geq 3\sqrt[3]{a^3.b^3.b^3}\Rightarrow a^3+2b^3\geq 3ab^2$ $\Rightarrow\frac{a^2b^3}{a^3+2b^3}\leq\frac{a^2b^3}{3ab^2}\Rightarrow\frac{a^2b^3}{a^3+2b^3}\leq\frac{ab}{3}$ $\Rightarrow a^2-2\frac{a^2b^3}{a^3+2b^3}\geq a^2-\frac{2}{3}ab\Rightarrow\frac{a^5}{a^3+2b^3}\geq a^2-\frac{2}{3}ab$	0,25
	Chứng minh tương tự: $\frac{b^5}{b^3+2c^3}\geq b^2-\frac{2}{3}bc,\frac{c^5}{c^3+2a^3}\geq c^2-\frac{2}{3}ca$ Từ đây ta có $S\geq a^2+b^2+c^2-\frac{2}{3}ab-\frac{2}{3}bc-\frac{2}{3}ca$. Ta có: $a^2+b^2+c^2-\frac{2}{3}ab-\frac{2}{3}bc-\frac{2}{3}ca=\frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]+\frac{1}{3}[ab+bc+ca]$ $\Rightarrow S\geq\frac{1}{3}(ab+bc+ca)$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức $(x+y+z)^2\geq 3(xy+yz+zx)$, ta có $(ab+bc+ca)^2\geq 3(ab.bc+bc.ca+ca.ab)\Rightarrow(ab+bc+ca)^2\geq 3abc(a+b+c)$ $(ab+bc+ca)^2\geq 3\Rightarrow ab+bc+ca\geq\sqrt{3}$	0,25
	$\Rightarrow S\geq\frac{\sqrt{3}}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$. Vậy min $S=\frac{\sqrt{3}}{3}$ tại $(a;b;c)=\left(\frac{1}{\sqrt[4]{3}};\frac{1}{\sqrt[4]{3}};\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)$.	0,25

***CHÚ Ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.**