PHÒNG GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO
HUYỆN Ý YÊN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI THCS
NĂM HỌC 2015-2016
MÔN: TOÁN 8

Bài 1. (3 điểm)

1) Chứng minh : $(x+y)(x^3-x^2y+xy^2-y^3)=x^4-y^4$
2) Phân tích đa thức thành nhân tử: $x(x+2)(x^2+2x+2)+1$
3) Tìm a,b,c biết: $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ac$ và $a^8+b^8+c^8=3$

Bài 2. (4 điểm) Cho biểu thức:

$$P=\frac{2}{x}-\left(\frac{x^2}{x^2+xy}+\frac{y^2-x^2}{xy}-\frac{y^2}{xy+y^2}\right).\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$$ với $x\neq 0; y\neq 0; x\neq -y$

1) Rút gọn biểu thức P.
2) Tính giá trị của biểu thức P, biết x,y thỏa mãn đẳng thức:
   $x^2+y^2+10=2(x-3y)$

Bài 3. (4 điểm)

1) Giải phương trình: $(6x+8)(6x+6)(6x+7)^2=72$
2) Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn: $x^2+x+3=y^2$

Bài 4. (2 điểm) Cho các số a,b,c thỏa mãn $1\geq a,b,c\geq 0.$ Chứng minh rằng:
$a+b^2+c^3-ab-bc-ca\leq 1$

Bài 5. (5,5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a, biết hai đường chéo cắt nhau tại O.Lấy điểm I thuộc cạnh AB, điểm M thuộc cạnh BC sao cho $\widehat{IOM}=90^0$ (I và M không trùng với các đỉnh của hình vuông). Gọi N là giao điểm của AM và CD, K là giao điểm của OM và BN.

1) Chứng minh $\Delta BIO=\Delta CMO$ và tính diện tích tứ giác $BIOM$ theo a
2) Chứng minh $\widehat{BKM}=\widehat{BCO}$
3) Chứng minh $\dfrac{1}{CD^2}=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}$

Bài 6. (1,5 điểm)

Cho tam giác $ABC(AB < AC)$, trọng tâm G. Qua G vẽ đường thẳng d cắt các cạnh AB, AC theo thứ tự ở D và E. Tính giá trị biểu thức $\dfrac{AB}{AD}+\dfrac{AC}{AE}$.

ĐÁP ÁN

Bài 1.

1) Ta có: $(x+y)(x^3-x^2y+xy^2-y^3)$

$=x^4-x^3y+x^2y^2-xy^3+x^3y-x^2y^2+xy^3-y^4$

$=x^4-y^4$

Vậy đẳng thức được chứng minh.

2) Ta có:

$$x(x+2)(x^2+2x+2)+1=(x^2+2x)(x^2+2x+2)+1$$

$$=(x^2+2x)^2+2(x^2+2x)+1$$

$$=(x^2+2x+1)^2=(x+1)^4$$

3) Biến đổi $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ về $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

Lập luận suy ra $a=b=c$

Thay $a=b=c$ vào $a^8+b^8+c^8=3$ ta có: $3a^8=3 \Leftrightarrow a^8=1 \Leftrightarrow a=\pm 1$

Vậy $\left[\begin{array}{l} a=b=c=1 \\ a=b=c=-1 \end{array}\right.$

Bài 2.

1) Với $x \neq 0; y \neq 0; x \neq -y$ ta có:

$$P=\frac{2}{x}-\left(\frac{x^2y-(x^2-y^2)(x+y)-xy^2}{xy(x+y)}\right).\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$$

$$=\frac{2}{x}-\frac{xy(x-y)-(x-y)(x+y)^2}{xy(x+y)}.\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$$

$$=\frac{2}{x}+\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{xy(x+y)}.\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$$

$$=\frac{2}{x}+\frac{x-y}{xy}=\frac{x+y}{xy}$$

2) Ta có: $x^2+y^2+10=2(x-3y)$

$$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2+6y+9=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+3)^2=0$$

Lập luận $\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}(tm)$

Nên thay $x=1; y=-3$ vào biểu thức $P=\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{1+(-3)}{1.(-3)}=\dfrac{2}{3}$

Bài 3.

1) Đặt $6x+7=t.$ Ta có: $(t+1)(t-1)t^2=72 \Leftrightarrow (t^2-1)t^2=72 \Leftrightarrow t^4-t^2-72=0$

$$\Leftrightarrow t=\pm 3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{2}{3} \\ x=-\dfrac{5}{3} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\dfrac{-2}{3};\dfrac{-5}{3}\right\}$

2) $x^2+x+3=y^2 \Leftrightarrow 4x^2+4x+12=4y^2 \Leftrightarrow (2x+1)^2-4y^2=-11$

$$\Leftrightarrow (2x+2y+1)(2x-2y+1)=-11$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x+2y+1=1 \\ 2x-2y+1=-11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+2y+1=-1 \\ 2x-2y+1=11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+2y+1=11 \\ 2x-2y+1=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+2y+1=-11 \\ 2x-2y+1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases} \end{array}\right.$$

Bài 4.

Vì $b,c \in [0;1]$ nên suy ra $b^2 \le b; c^3 \le c$

Do đó : $a+b^2+c^3-ab-bc-ca \le a+b+c-ab-bc-ca \quad (1)$

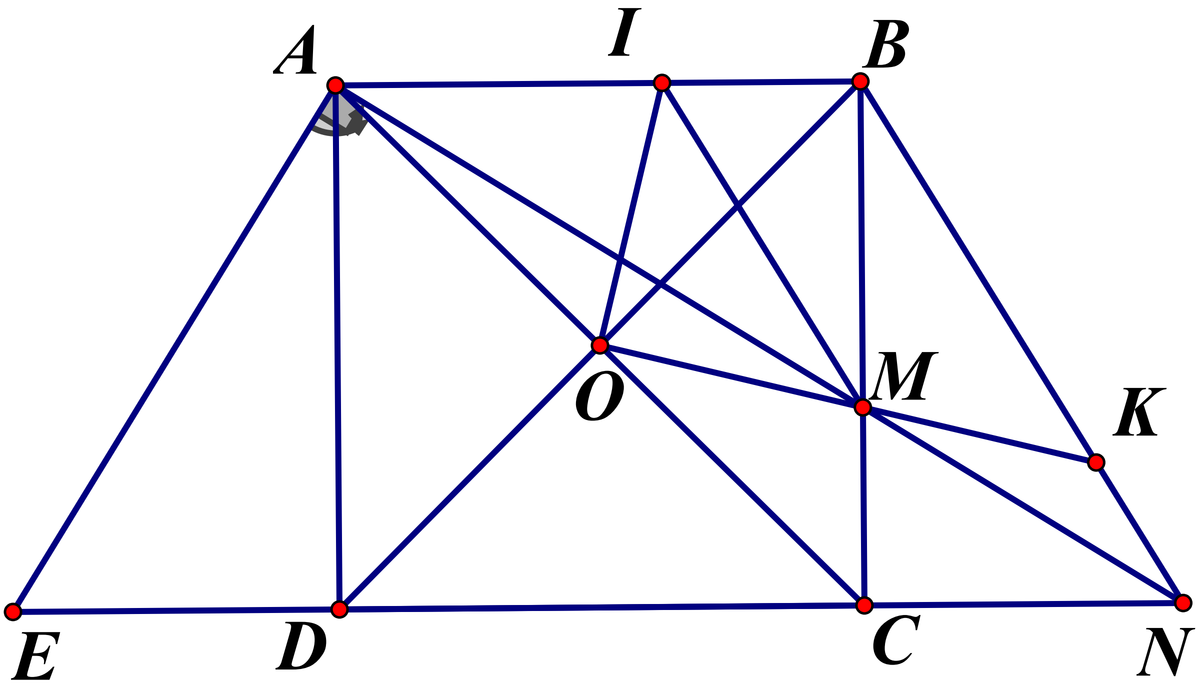
Lại có: $a+b+c-ab-bc-ca=(a-1)(b-1)(c-1)-abc+1 \qquad (2)$

Vì $a,b,c \in [0;1]$ nên $(a-1)(b-1)(c-1) \le 0; -abc \le 0$

Do đó từ $(2) \Rightarrow a + b + c - ab - bc - ca \leq 1 \qquad (3)$

Từ (1) và (3) suy ra $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$

Bài 5.



1) $\widehat{IBO}=\widehat{MCO}\left(=45^0\right)$ (Tính chất đường chéo hình vuông)

$BO=CO$ (tính chất đường chéo hình vuông)

$\widehat{BOI}=\widehat{COM}$ (cùng phụ với $\widehat{BOM}$)

$\Rightarrow \Delta BIO=\Delta CMO(g.c.g)$

$\Rightarrow S_{BIO}=S_{CMO}$ mà $S_{BMOI}=S_{BOI}+S_{BMO}$

Do đó: $S_{BMOI}=S_{CMO}+S_{BMO}=S_{BOC}=\frac{1}{4}S_{ABCD}=\frac{1}{4}a^2$

2) Ta có: $\Delta BIO=\Delta CMO(cmt)\Rightarrow CM=BI\Rightarrow BM=AI$

Vì $CN//AB$ nên $\frac{BM}{CM}=\frac{AM}{MN}\Rightarrow \frac{IA}{IB}=\frac{AM}{MN}\Rightarrow IM//BN$

Ta có: $OI=OM\left(\Delta BIO=\Delta CMO\right)\Rightarrow \Delta IOM$ cân tại O $\Rightarrow \widehat{IMO}=\widehat{MIO}=45^0$

Vì $IM//BN\Rightarrow \widehat{BKM}=\widehat{IMO}=45^0\Rightarrow \widehat{BKM}=\widehat{BCO}$

3) Qua A kẻ tia Ax vuông góc AN cắt CD tại E.

Chứng minh $\Delta ADE=\Delta ABM\left(g.c.g\right)\Rightarrow AE=AM$

Ta có: ΔANE vuông tại A có $AD\perp NE$

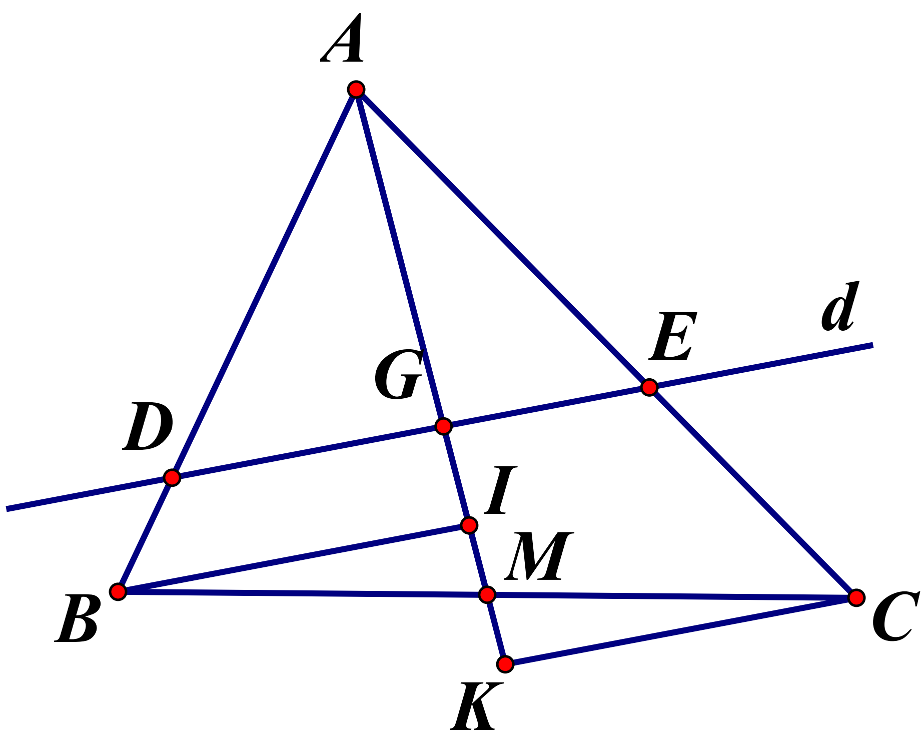
$$S_{AEN}=\frac{AD.NE}{2}=\frac{AN.AE}{2}\Rightarrow AD.NE=AN.AE\Rightarrow (AD.NE)^2=(AN.AE)^2$$

Áp dụng định lý Pytago vào ΔANE ta có: $AN^2+AE^2=NE^2$

$$\Rightarrow AD^2.(AN^2+AE^2)=AN^2.AE^2\Rightarrow \frac{AN^2+AE^2}{AN^2.AE^2}=\frac{1}{AD^2}\Rightarrow \frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{AD^2}$$

Mà $AE=AM$ và $CD=AD\Rightarrow \frac{1}{CD^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}$

Bài 6.



Gọi M là trung điểm của BC

Qua B vẽ đường thẳng song song với d cắt AM tại I, ta có: $\frac{AB}{AD}=\frac{AI}{AG}$ (1)

Qua C vẽ đường thẳng song song với d cắt AM tại K, ta có: $\frac{AC}{AE}=\frac{AK}{AG}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{AB}{AD}+\frac{AC}{AE}=\frac{AI+AK}{AG}$ (3)

Mặt khác : $AI+AK=(AM-MI)+(AM+MK)=2AM$ (4)

(Vì $MI=MK$ do $\Delta BMI=\Delta CMK$)

Từ (3) và (4) suy ra $\frac{AB}{AD}+\frac{AC}{AE}=\frac{2AM}{AG}=\frac{2AM}{\frac{2}{3}AM}=3$