|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TỈNH PHÚ YÊN** | **KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH** |
| ĐỀ THI CHÍNH THỨC | LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2023-2024 |
| MÔN THI: TOÁN |

*Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề*

 (Đề thi có một trang)

**Câu 1.** (3,00 điểm) Cho biểu thức: 

 a) Tìm điều kiện của x để A có nghĩa.

 b) Tính x khi A=2.

**Câu 2.** (4,00 điểm) Giải hệ phương trình:

 

**Câu 3.** (3,00 điểm) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: 

**Câu 4.** (3,00 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB=2R, C là trung điểm của OA, M là một điểm thuộc (O) sao cho MA>MB. Đường thảng MC cắt (O) tại D (D khác M), đường thẳng qua D và vuông góc với AB cắt (O) tại E (E khác D), đường thẳng ME cắt đường thẳng ME cắt đường thẳng AB tại F.

 a) Chứng minh AF=AO.

 b) Đường thẳng qua M song song với DE cắt AB tại H và cắt (O) tại điểm thứ hai N. Chứng minh rằng 3 điểm F, D, N thẳng hàng.

 c) Trong trường hợp EF=MC, tính độ dài đoạn thẳng CH theo R.

**Câu 5.** (5,00 điểm)

 a) Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

.

 b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: 

Chứng minh rằng x=y=z.

**Câu 6.** (2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AD. Gọi E, F, G lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABD, ACD, ABC. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AG và EF. Chứng minh rằng 

**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1.** (3,00 điểm) Cho biểu thức: 

 a) Tìm điều kiện của x để A có nghĩa.

 b) Tính x khi A=2.

**Lời giải**

a) Vì  nên điều kiện của x để A có nghĩa là:



b) Tính x biết A=2.

Biến đổi ta có: 

 

**Câu 2.** (4,00 điểm) Giải hệ phương trình:

 

**Lời giải**

Phương trình (2) tương đương:



 (3)

Đặt u=x+1; v=y-1 thì phương trình (3) là:

.

Ta thấy:  nên từ (4) suy ra u=v.

Từ u=v ta có: . Thế vào (1) ta được:



Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: (x:y)=(2;4).

**Câu 3.** (3,00 điểm) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: 

**Lời giải**

Tìm các nghiệm nguyên của phương trình:  (1).

Biến đổi (1): 

  (2)

Giả sử  thì .

Từ (2) ta có các hệ phương trình sau:

 

Chỉ có hệ d) có nghiệm nguyên  và hệ e) có nghiệm nguyên .

Vậy hệ có 4 nghiệm .

**Câu 4.** (3,00 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB=2R, C là trung điểm của OA, M là một điểm thuộc (O) sao cho MA>MB. Đường thảng MC cắt (O) tại D (D khác M), đường thẳng qua D và vuông góc với AB cắt (O) tại E (E khác D), đường thẳng ME cắt đường thẳng ME cắt đường thẳng AB tại F.

 a) Chứng minh AF=AO.

 b) Đường thẳng qua M song song với DE cắt AB tại H và cắt (O) tại điểm thứ hai N. Chứng minh rằng 3 điểm F, D, N thẳng hàng.

 c) Trong trường hợp EF=MC, tính độ dài đoạn thẳng CH theo R.

**Lời giải**

a) Chứng minh AF=AO.

Dễ thấy  cân tại O (1)

Theo tính chất góc ngoài tam giác thì  (2)

Từ (1) và (2) kết hợp với 

Suy ra .

Vì điểm A nằm chính giữa cung DE nên MA là đường phân giác của 



b) Chứng minh 3 điểm F, D, K thẳng hàng

Vì MN//DE và  suy ra  nên





Gọi K là giao điểm của ED và AB.  có FK vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến nên cân tại F suy ra . Từ (4) và (5) suy ra ; hay F, D, N thẳng hàng.

c) Tính số đo CH theo R khi EF=MC.

Khi EF=MC, kết hợp với (3) suy ra EF=EM. Vì ED//MN (gt) nên ED là đường trung bình của tam giác MFN, suy ra D là trung điểm của FN.

Khi đó C là trọng tâm 

**Câu 5.** (5,00 điểm)

 a) Cho a, b, c là ba số dương. Chứng minh rằng:

.

 b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: 

Chứng minh rằng x=y=z.

**Lời giải**

a) Cho a, b, c là 3 số dương. CMR: .

Xét hiệu: 

Ta thấy: 

Vì a, b, c là 3 số dương nên  nên  (Dấu "=" xảy ra khi a=b=c).

Theo định nghĩa bất đẳng thức ta có điều phải chứng minh.

b) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: 

Chứng minh x=y=z.

Đặt  thì a>0, b>0. (1) viết lại là: .



Vì vậy  (đpcm).

**Câu 6.** (2,00 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AD. Gọi E, F, G lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác ABD, ACD, ABC. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AG và EF. Chứng minh rằng 

**Lời giải**



Gọi I, K lần lượt là giao điểm của BE với AF và CF với AE.

Ta có 

Mà 

Do đó  hay 

Chứng minh tương tự ta cũng có 

Từ (1) và (2), kết hợp với EI và FK cùng đi qua điểm G suy ra G là trực tâm của tam giác AEF, do đó AH là đường cao của tam giác AEF.

Ta thấy



Mặt khác 

Suy ra tam giác AKF vuông cân



Từ (3) và (4) ta có:



Chia hai vế đẳng thức trên cho biểu thức HE.HF.HG với chú ý rằng HE.HF=HG.HA ta được

