

BÀI 3

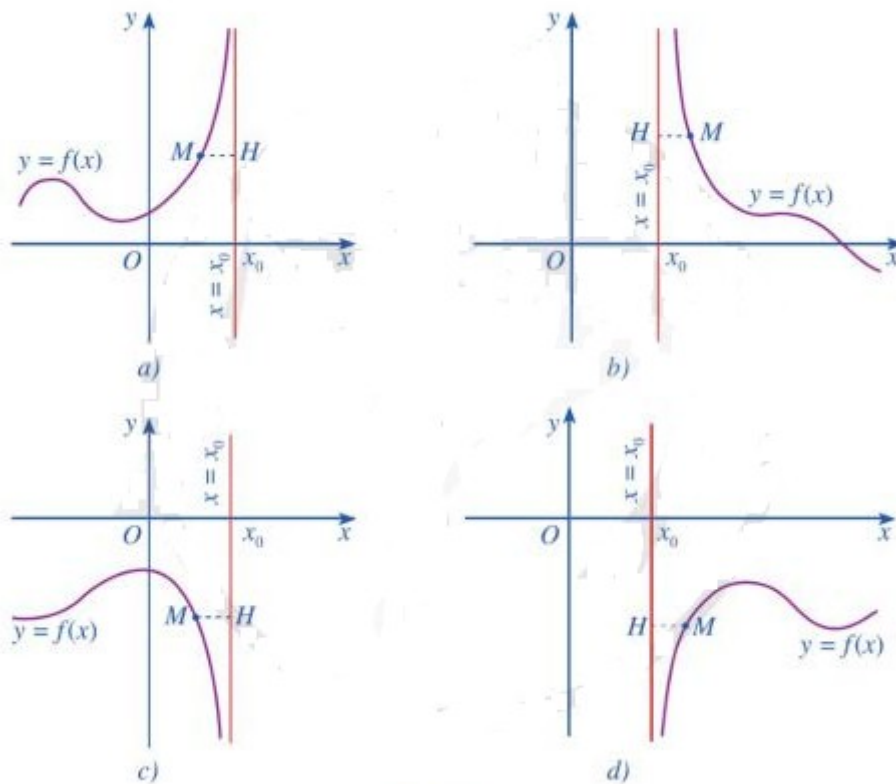
ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

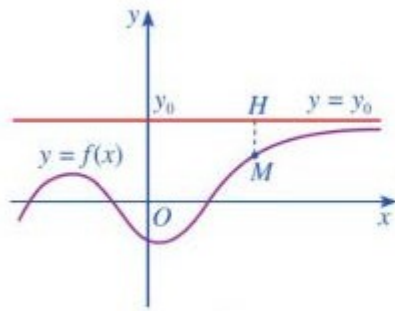
Nhận xét: Giả sử đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm $M(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $x = x_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \rightarrow x_0^-$ (hình a, c) hay khi $x \rightarrow x_0^+$ (hình b, d)



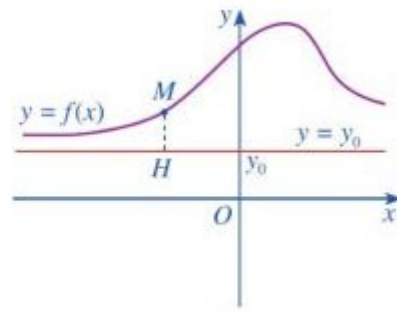
2. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm $M(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số. Gọi MH là khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $y = y_0$. Khi đó, độ dài MH tiến tới 0 khi $x \rightarrow +\infty$ (hình a) hay khi $x \rightarrow -\infty$ (hình b)



a)

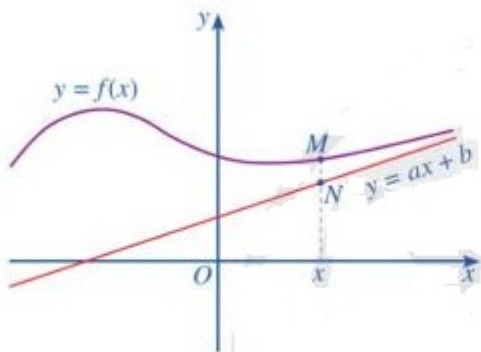


b)

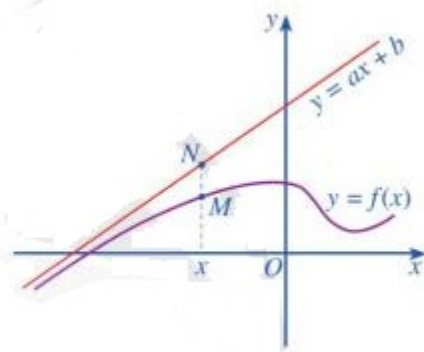
3 . Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

Nhận xét: Giả sử đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Lấy điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$ và điểm N thuộc đường thẳng $y = ax + b$ có cùng hoành độ x . Khi đó, độ dài MN tiến tới 0 khi $x \rightarrow +\infty$ (hình a) hay khi $x \rightarrow -\infty$ (hình b)



a)



b)

CHỦ ĐỀ 1

TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = f(x)$ KHI BIẾT HÀM SỐ, ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f(x)$

I. Tiệm cận của đồ thị hàm số

1. Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow$$

một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: **tiệm cận đứng $x = x_0$.**

2. Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất 1

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

trong các điều kiện sau đây được thỏa mãn: **tiệm cận ngang $y = y_0$.**

3. Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị

hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất 1 trong các điều kiện sau đây được thỏa mãn:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tiệm cận xiên } y = ax + b.$$

II. Quy tắc tìm giới hạn vô cực**1. Quy tắc tìm giới hạn của tích $f(x) \cdot g(x)$**

Nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \neq 0$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ (hoặc $-\infty$) thì $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x)$ được tính theo quy tắc cho trong bảng sau:

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$
$L > 0$	$+\infty$	$+\infty$
	$-\infty$	$-\infty$
$L < 0$	$+\infty$	$-\infty$
	$-\infty$	$+\infty$

2. Quy tắc tìm giới hạn của thương $\frac{f(x)}{g(x)}$

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$	Dấu của $g(x)$	$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$
L	$\pm\infty$	Tùy ý	0
$L > 0$	0	+	$+\infty$
		-	$-\infty$
$L < 0$		+	$-\infty$
		-	$+\infty$

(Dấu của $g(x)$ xét trên một khoảng K nào đó đang tính giới hạn, với $x \neq x_0$)

Chú ý: Các quy tắc trên vẫn đúng cho các trường hợp $x \rightarrow x_0^+$, $x \rightarrow x_0^-$, $x \rightarrow +\infty$ và $x \rightarrow -\infty$.

III. Kỹ năng dùng Casio

Giả sử cần tính $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ta dùng chức năng CALC để tính giá trị của $f(x)$ tại các giá trị của x rất gần a .

1. Giới hạn của hàm số tại một điểm

- $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a + 10^{-9}$.
- $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a - 10^{-9}$.
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = a + 10^{-9}$ hoặc $x = a - 10^{-9}$.

2. Giới hạn của hàm số tại vô cực

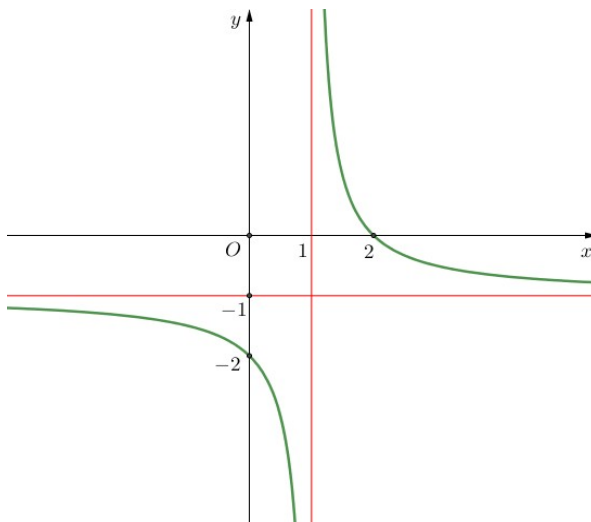
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = 10^{10}$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ thì nhập $f(x)$ và CALC $x = -10^{10}$.

DẠNG 1

BIẾT ĐỒ THỊ HOẶC BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ $y = f(x)$

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

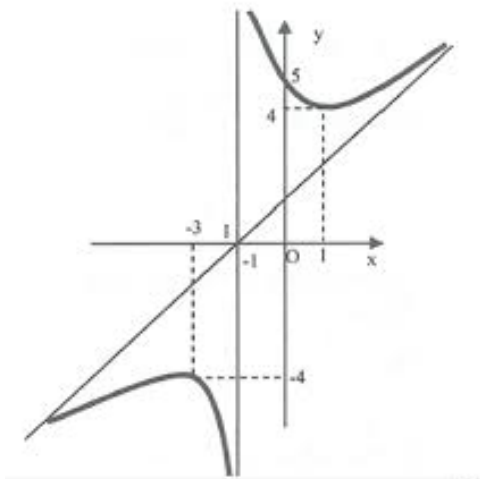
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -1$.

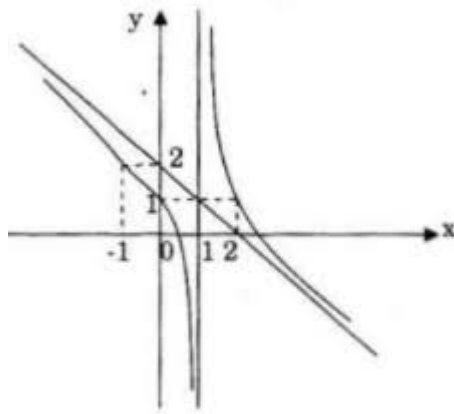
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 4 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** 3 .

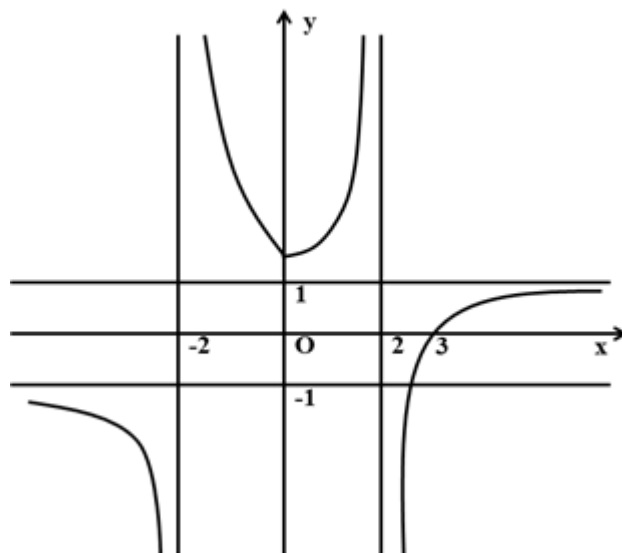
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

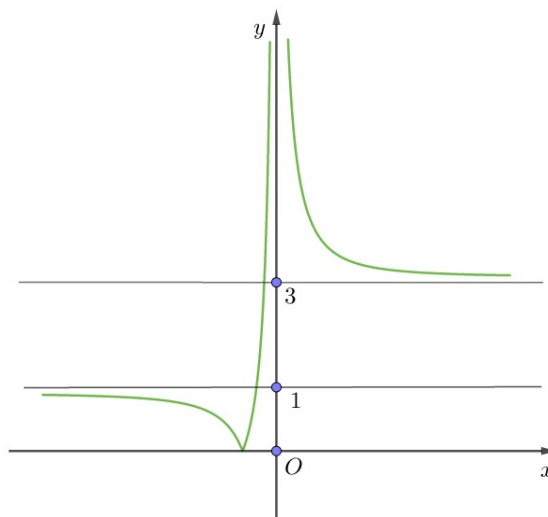
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

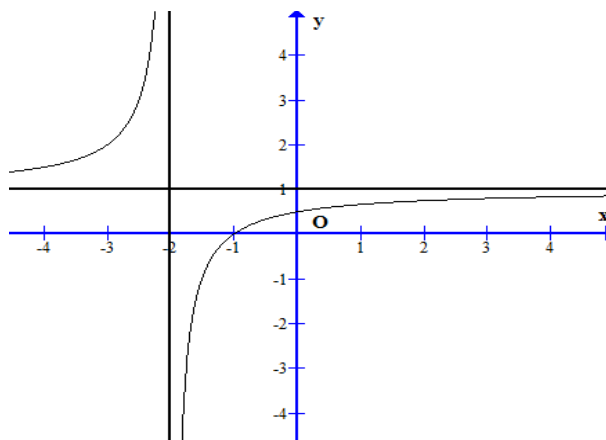
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$. B. Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$. D. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	3	

Arrows indicate the function values at the boundaries: from 1 to $-\infty$ at $x=0$, from 2 to $-\infty$ at $x=3$, and from $-\infty$ to 3 at $x=+\infty$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	2	$+\infty$	$+\infty$	

Arrows indicate the function values at the boundaries: from 2 to $-\infty$ at $x=0$, from $+\infty$ to $-\infty$ at $x=1$, and from $-\infty$ to $+\infty$ at $x=+\infty$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 9. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$-$	$+$	
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	$-\infty$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

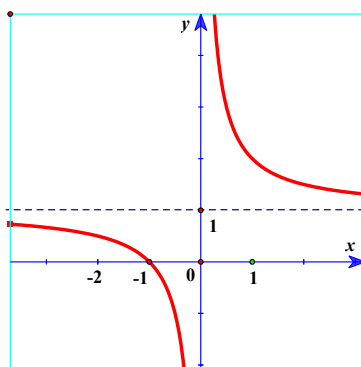
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-	-
$f(x)$	0 	$+\infty$ 	$+\infty$ 	$+\infty$ 

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

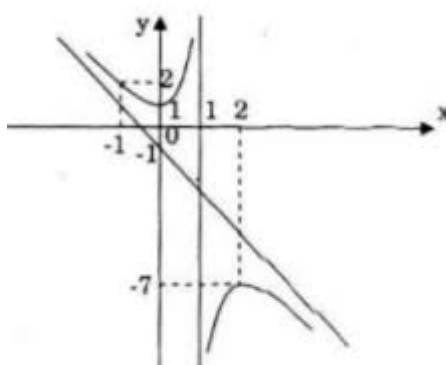
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 14. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên.



- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có một đường tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = 0$, đường tiệm cận ngang $y = 1$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 15. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên.

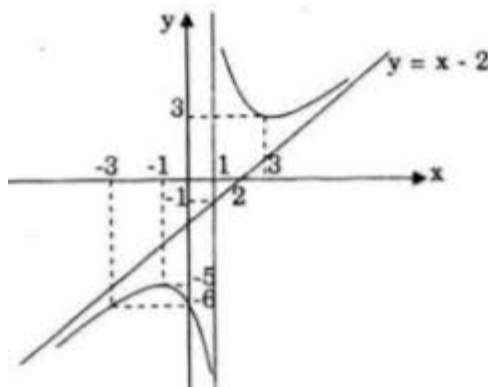


- A.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
- B.** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên.

C. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(2; -7)$ và điểm cực tiểu $(0; 1)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(0; 2)$

Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên.



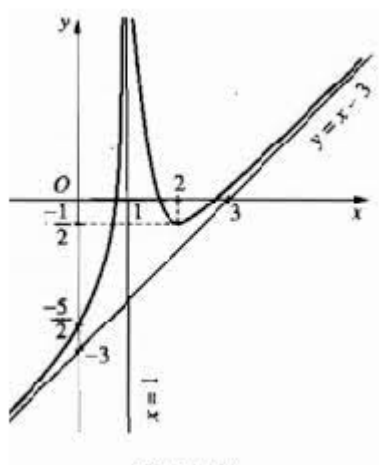
A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1$

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận xiên $y = x - 2$.

C. Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $(3; 3)$ và điểm cực tiểu $(-1; -5)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -3)$ và $(3; +\infty)$

Câu 17. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên.



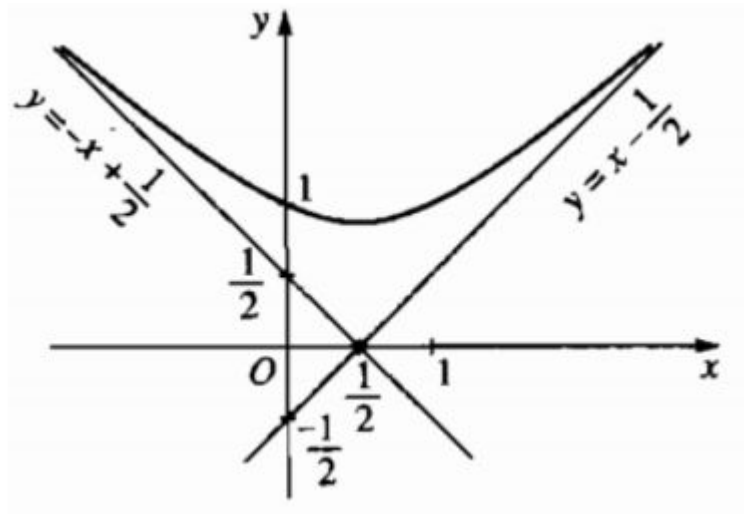
A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 1$

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = x - 3$.

C. Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu $\left(2; -\frac{1}{2}\right)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$

Câu 18. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên.



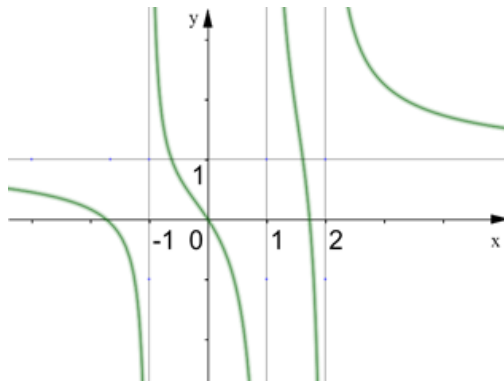
A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận đứng

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai tiệm cận xiên $y = x - \frac{1}{2}$ và $y = -x + \frac{1}{2}$.

C. Hàm số $y = f(x)$ không cực trị.

D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất là $\min_{\mathbb{R}} y = \frac{1}{2}$

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$. Có đồ thị như hình vẽ.



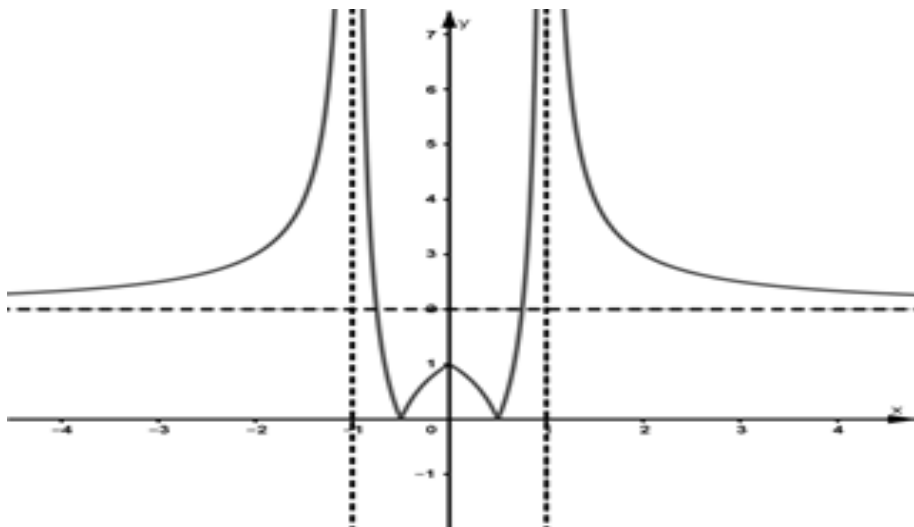
A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận đứng $x = -1$ và $x = 2$

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; -1)$; $(-1; 0)$; $(1; 2)$ và $(2; +\infty)$

D. Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.

Câu 20. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây.



- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số bằng 3.
- B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\min_{\mathbb{R}} y = 0$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$
- D. Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = -1$
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận ngang $y = -1$
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$
- D. Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'	+		+	+	0	-
y	$2 \nearrow +\infty$		$-\infty \nearrow 1$	$+\infty \nearrow 2$	$2 \searrow 3$	

- A. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba đường tiệm cận ngang $y = 1; y = 2; y = 3$
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(1; +\infty)$
- D. Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	2 $\nearrow$ $+\infty$	3 $\nearrow$ 5	

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Câu 24. Số tiệm cận đứng và số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau là

x	-2	-1	1	4	$+\infty$
y'	+	+	0	-	-
y	0 $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\nearrow$ 0,325	0,325 $\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ 1	

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'	+	+	+	
y	0 $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$ $\nearrow$ 0	

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là bao nhiêu?

DẠNG 2

BIẾT HÀM SỐ $y = f(x)$

$$y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

- Trường hợp $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ là hàm số phân thức hữu tỷ.

+ Nếu $Q(x) = 0$ có nghiệm x_0 thì đồ thị có tiệm cận đứng $x = x_0$ (x_0 là điểm tại đó hàm số không xác định $\Rightarrow x = x_0$ là tiệm cận đứng).

+ Nếu bậc $[P(x)] \neq$ bậc $[Q(x)]$ thì đồ thị có tiệm cận ngang.

+ Nếu bậc $[P(x)] =$ bậc $[Q(x)] + 1$ thì đồ thị có tiệm cận xiên.

+ Số tiệm cận đứng của hàm số phân thức $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ là số nghiệm của hệ $\begin{cases} Q(x) = 0 \\ P(x) \neq 0 \end{cases}$

+ Đồ thị có tiệm cận ngang thì không có tiệm cận xiên và ngược lại.

- Để xác định các hệ số a, b trong phương trình của **đường tiệm cận xiên**, ta có thể áp dụng các công

thức: $\begin{cases} a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}; b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] \\ a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}; b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] \end{cases}$

- Thông thường đối với hàm dạng: $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ thì ta tìm cận xiên bằng cách chia đa thức, lấy

phần nguyên là tiệm cận xiên do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\text{phần dư}) = 0$.

- Hàm số bậc ba và bậc bốn không có các đường tiệm cận.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 26. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 27. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $x = -1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 28. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là
A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 29. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là
A. $x = -3$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Câu 30. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là
A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 31. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ **B.** $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ **C.** $y = \sqrt{x^2 - 1}$ **D.** $y = \frac{x}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 32. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.
A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Câu 34. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x^2 + x}$ là
A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Câu 35. Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 3}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 37. Gọi n, d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}.$$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $n=0, d=2$. B. $n=d=1$. C. $n=1, d=2$. D. $n=0, d=1$.

Câu 38. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}$.

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 0 .

Câu 39. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1 . B. 0 . C. 2 . D. 3 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=+\infty$.

- A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang phân biệt.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $x=2$.
 D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)=1$;

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)=1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=2 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=2$$

- A. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C) .
 B. Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (C) .
 C. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận ngang của (C) .
 D. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của (C) .

Câu 42. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ có đồ thị (C) .

- A. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C) .
 B. Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (C) .
 C. Hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty; 10)$ và $(10; +\infty)$.
 D. Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của (C) .

Câu 43. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16} - 4}{x^2 + x}$ có đồ thị ^(C).

A. Đường thẳng $x = -1$ và $x = 0$ là hai tiệm cận đứng của ^(C).

B. Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của ^(C).

C. Hàm số có ba đường tiệm cận.

D. Đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của ^(C).

Câu 44. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x + \sqrt{x^2 - x}}{3x + 1}$ có đồ thị ^(C).

A. Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của ^(C).

B. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của ^(C).

C. Hàm số có ba đường tiệm cận.

D. Đường thẳng $x = -\frac{1}{3}$ là tiệm cận đứng của ^(C).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 45. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$.

Câu 46. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$.

Câu 47. Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$.

Câu 48. Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.

Câu 49. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

A. $x = 3$ và $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -3$ và $x = -2$. **D.** $x = -3$.

Câu 50. Tìm đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x - 2} + 1}{x^2 - 3x + 2}$.