

Bài 17: Cho hình bình hành ABCD. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm AB, CD. Gọi M là giao điểm của AF và DE, N là giao điểm của BF và CE.

- 1) Chứng minh: $AE = CE$ và tứ giác AECF là hình bình hành.
- 2) Chứng minh: $BF \parallel DE$ và EMFN là hình bình hành.
- 3) Chứng minh: các đường thẳng AC, EF, MN đồng qui.

Bài 18: Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = DF$.

- 1) Chứng minh: $AE \parallel DF$; $BE \parallel CF$.
- 2) Chứng minh: $BE = CF$.
- 3) Chứng minh: tứ giác AEFD là hình bình hành.
- 4) Chứng minh: tứ giác BEFC là hình bình hành.

Bài 19: Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = CF$.

- 1) Chứng minh: $AE \parallel CF$; $BE \parallel DF$.
- 2) Chứng minh: $BE = DF$.
- 3) Chứng minh: tứ giác AECF là hình bình hành.
- 4) Chứng minh: tứ giác BEDF là hình bình hành.

Bài 20: Cho hình bình hành ABCD có M là trung điểm của AB và N là trung điểm của CD.

- 1) Chứng minh: tứ giác AMND là hình bình hành.
- 2) Chứng minh: tứ giác AMCN là hình bình hành.

Bài 21: Cho hình bình hành ABCD ($AB > AD$), phân giác của góc D cắt AB tại M.

- 1) Chứng minh: $AM = AD$.
- 2) Trên DC lấy N sao cho $DN = BM$. Chứng minh: tứ giác BMDN là hình bình hành.
- 3) Chứng minh: MN đi qua trung điểm của AC.

Bài 22: Cho hình bình hành ABCD. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một đường thẳng qua O cắt AB tại E và cắt CD tại F.

- 1) Chứng minh: O là trung điểm của EF.
- 2) Chứng minh: tứ giác AECF là hình bình hành.
- 3) Chứng minh: tứ giác BEDF là hình bình hành.

Bài 23: Cho hình bình hành ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh CD lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Chứng minh:

- 1) Tứ giác AECF là hình bình hành.

2) O là trung điểm của EF.

Bài 24: Cho hình bình hành ABCD có E là hình chiếu của A và F là hình chiếu của C lên đường chéo BD.

1) Chứng minh: $\triangle ADE = \triangle CBF$.

2) Chứng minh: tứ giác AECF là hình bình hành.

Bài 25: Cho hình bình hành ABCD, có O là giao điểm của AC và BD. Đường thẳng qua O cắt AB ở M và CD ở N.

1) Chứng minh: $OM = ON$.

2) Tứ giác AMCN là hình đặc biệt nào?

Bài 26: Cho hình bình hành ABCD có $AB > AD$. Kẻ AE, CF cùng vuông góc BD ($E, F \in BD$). Chứng minh:

1) $AE \parallel CF$ và $AE = CF$.

2) Tứ giác AECF là hình gì? Vì sao?

Bài 27: Cho hình bình hành ABCD có $AB > AD$, vẽ $AE \perp BD$, $CF \perp BD$ ($E, F \in BD$). AE kéo dài cắt CD tại H và CF kéo dài cắt AB tại K. Chứng minh:

1) AECF là hình bình hành.

2) AHCK là hình bình hành.

Bài 28: Lấy điểm M và N trên hai cạnh AB và BC của tam giác đều ABC sao cho $MN \parallel AC$. Lấy điểm P trên cạnh AC sao cho $\angle CNP = 60^\circ$. Chứng minh: tứ giác AMNP là hình bình hành.

Bài 29: Tam giác ABC có M, N lần lượt là trung điểm của BC và CA. đường thẳng Ax $\parallel$ BC cắt đường thẳng MN ở D. Chứng minh: tứ giác ABMD và ADCM là hình bình hành.

Bài 30: Vẽ hình bình hành ABCD. Kéo dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC rồi lấy $ME = MA$.

1) Tứ giác ABEC là hình đặc biệt nào?

2) Chứng minh: D, C, E thẳng hàng và suy ra C là trung điểm của DE.

Bài 31: Vẽ tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) có đường trung tuyến AM. Lấy điểm D trên tia đối của tia MA sao cho $MD = MA$.

1) Chứng minh: tứ giác ABDC là hình bình hành.

2) So sánh S_{ABD} với S_{ACD}

Bài 32: Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$). Vẽ tia Bx $\parallel$ AC và tia Cy $\parallel$ AB sao cho Bx và Cy cắt nhau ở D. Gọi M là trung điểm của BC.

1) Tứ giác ABDC là hình đặc biệt gì?

2) Chứng minh: A, M, D thẳng hàng.

Bài 33: Cho tam giác ABC. Kéo dài hai đường trung tuyến BM và CN rồi lần lượt lấy $MD = MB$ và $NE = NC$.

1) Các tứ giác ABCD và ACBE có dạng đặc biệt nào?

2) Chứng minh: D, A, E thẳng hàng rồi suy ra điểm A là trung điểm của đoạn thẳng DE.

Bài 34: Cho hình bình hành ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các đoạn OA, OB, OC, OD.

1) Chứng minh: tứ giác MNPQ là hình bình hành.

2) Chứng minh: các tứ giác ANCQ, BPDM là các hình bình hành.

Bài 35: Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BE, CF và trọng tâm G. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BG và CG.

1) Chứng minh: G là trung điểm ME.

2) Chứng minh: MNEF là hình bình hành.

Bài 36: Cho hình bình hành ABCD có M, N là trung điểm của AB và CD, AN và CM cắt BD ở E và F.

1) Chứng minh: tứ giác AMCN là hình bình hành.

2) Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chứng minh: $FI = \frac{1}{3} BI$.

3) Chứng minh: $DE = EF = FB$.