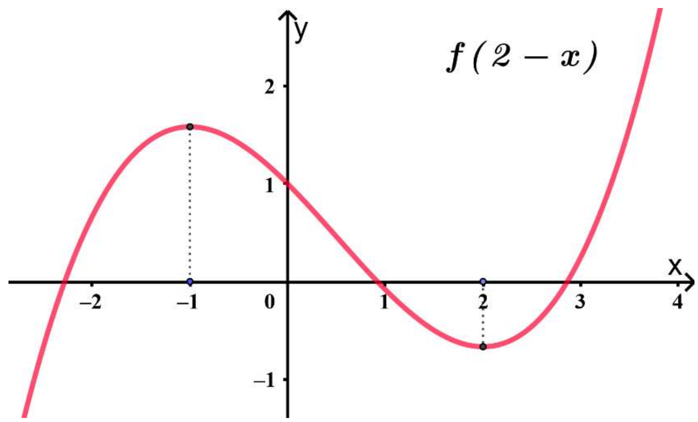
ĐỀ VDC SỐ 02 Tính đơn điệu của hàm hợp

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y=f\left(2-x\right)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f\left(x^2-3\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;3\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

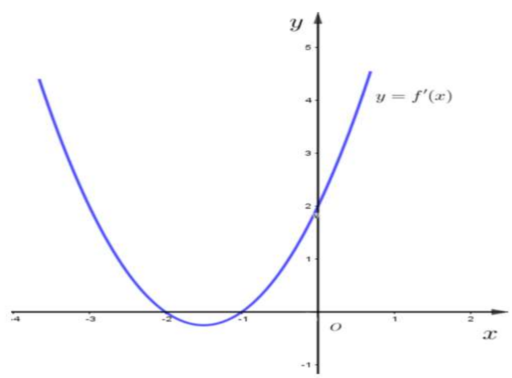
Câu 2. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-2;1\right)$. **B.** $\left(-4;-3\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(-2;-1\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(1+2x-x^2\right)+2020$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(3;5\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x.\left(x+2\right)^2\left(x-5\right)^3$. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(10-5x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

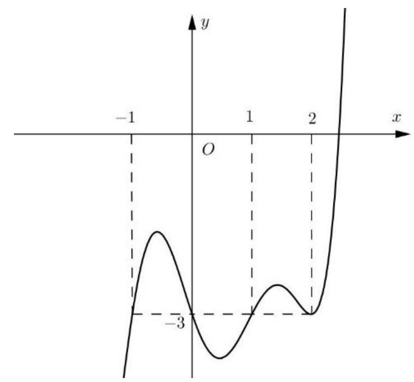
A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;3\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)$ với mọi giá trị thực của x. Xét hàm số $g(x) = f\left(\dfrac{5x}{x^2+4}\right)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. **D.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hỏi hàm số $g(x) = f(2x^2 - x) + 6x^2 - 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\dfrac{1}{4};0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{4};1\right)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (3-x)(10-3x)^2(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(3-x) + \dfrac{1}{6}(x^2-1)^3$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$.

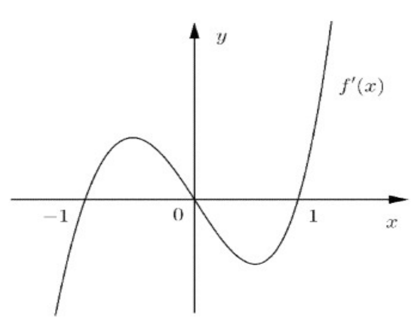
Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y = (f(x))^3 - 3(f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

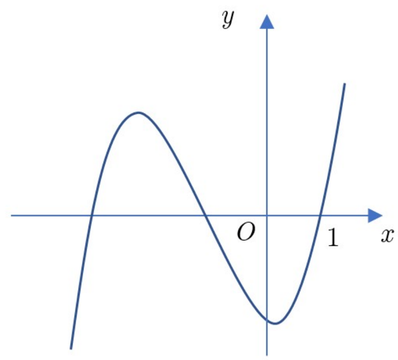
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c\,(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x)=f(f'(x))$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

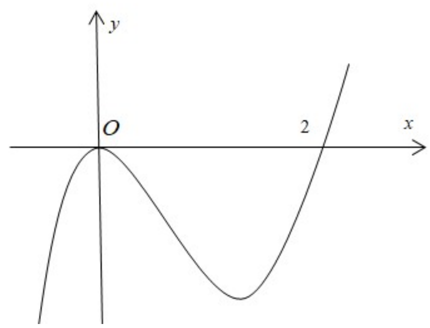
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3};\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị cho như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-2019;2019]$ để hàm só $g(x)=f(2019^x)-mx+2$ đồng biến trên $[0;1]$



A. 2028. **B.** 2019. **C.** 2011. **D.** 2020

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số $g(x)=f(x^2-x)$ đồng biến trên khoảng nào?

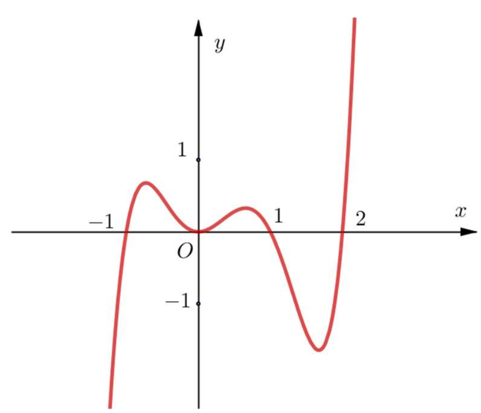


A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

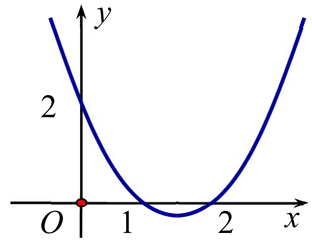
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2+1}\right)$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-\sqrt{3}),(0;\sqrt{3})$. **B.** $(-\infty;-\sqrt{3}),(\sqrt{3};+\infty)$.

C. $(-\sqrt{3};0),(\sqrt{3};+\infty)$. **D.** $(-\infty;-\sqrt{3}),(0;+\infty)$.

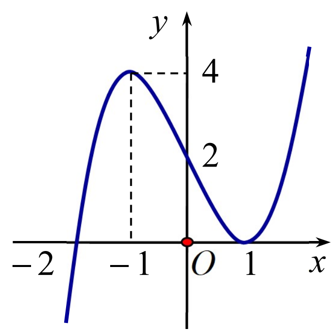


Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



A. $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ ($y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-3\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. Hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-1;0\right)$. **B.** Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(-\infty;-1\right)$.

C. Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(1;2\right)$. **D.** Hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị nằm trên trục hoành và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của biểu thức $f'\left(x\right)$ như bảng dưới đây.

x	$-\infty$		-2		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x^2-2x\right)}{f\left(x^2-2x\right)+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-2;\dfrac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

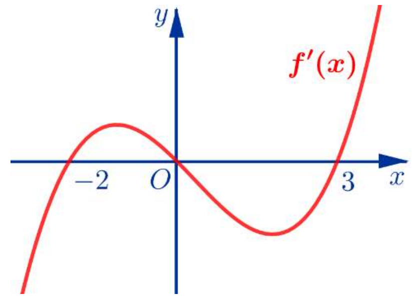
Câu 16. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	0	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^3-3.\left(f\left(x\right)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(3;4\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

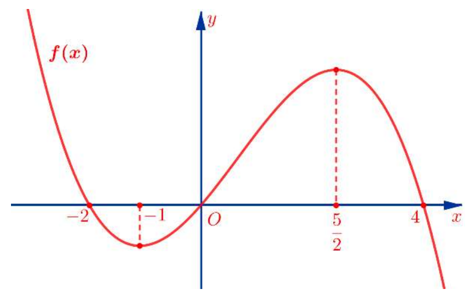
Câu 17. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Hỏi hàm số $y = f\left(x^2 - 2x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số $y = \left[f\left(x\right)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{2};4\right)$. **D.** $\left(-2;-1\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số nguyên $m < 2019$ để hàm số $g\left(x\right) = f\left(x^2 - 2x + m\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. 2016. **B.** 2015. **C.** 2017. **D.** 2018.

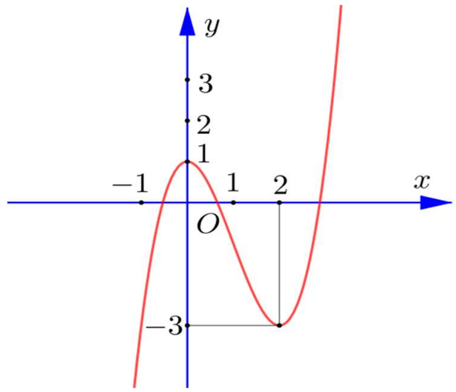
Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	$y(1)$	↗	0	↘	$-\infty$

Hàm số $g(x) = \left[f(3-x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

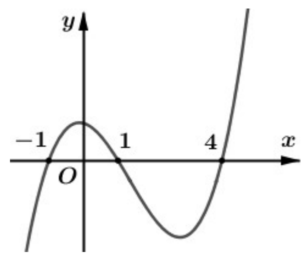
A. $(-2;5)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

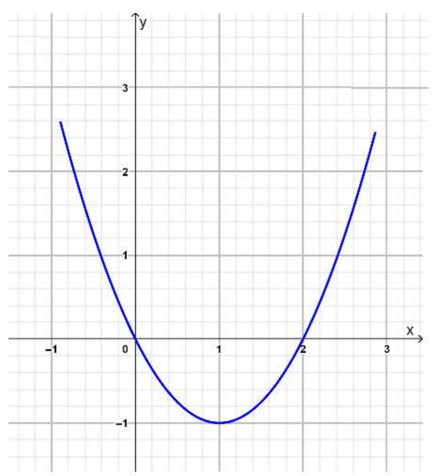
Câu 22. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình bên dưới



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|3-x\right|\right)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(4;7\right)$.

Câu 23. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x\right|+1\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

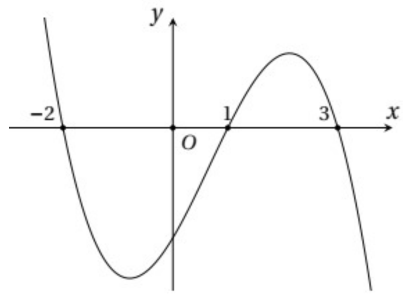


A. $\left(1,+\infty\right)$. **B.** $\left(-1,0\right)$. **C.** $\left(-1,2\right)$. **D.** $\left(-\infty,1\right)$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ nghịch biến trến khoảng $\left(-\infty;-1\right)$?

A. 4 . **B.** 6 . **C.** 3 . **D.** 5 .

Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ sau:



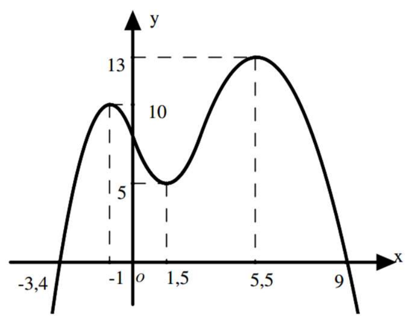
Hàm số $g(x)=f(|4-2x|)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};7\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$, với $\forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2+m)$ có 8 điểm cực trị là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới và $f'(x)<0$ với mọi $x\in(-\infty;-3,4)\cup(9;+\infty)$. Đặt $g(x)=f(x)-mx+5$. Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để hàm số $g(x)$ có **đúng** hai điểm cực trị?



A. 4. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

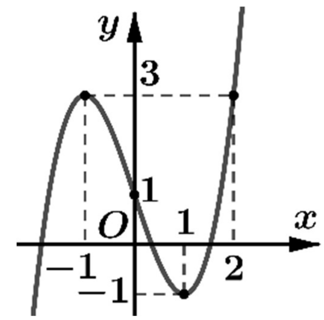
Câu 28. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x=-3, x=3, x=5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x)=f\left(e^{x^3+3x^2}-m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-x)(x^2-4x+3)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(x^2+m)$ có 3 cực trị.

A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(2x^3+x-1)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$.



A. $m=3$.
B. $m=-12$.
C. $m=-13$.
D. $m=6$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;20]$ để hàm số $y=f(x^2+3x-m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 20.

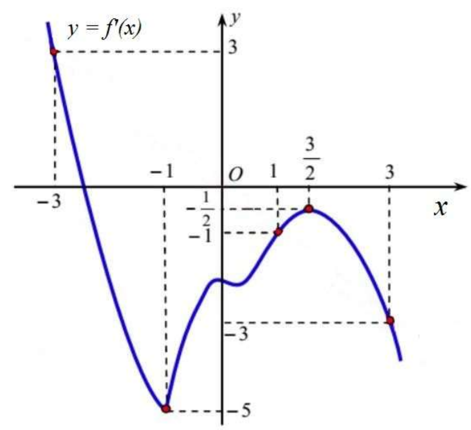
Câu 32. Cho các hàm số $f(x)=x^3+4x+m$ và $g(x)=(x^2+2018)(x^2+2019)^2(x^2+2020)^3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2020]$ để hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. 2005. **B.** 2037. **C.** 4016. **D.** 4041.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x^2+2mx+1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x)=f(2x+1)$ đồng biến trên khoảng $(3;5)$?

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên R. Hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x-2m)+\frac{1}{2}(2m-x)^2+2020$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3;4)$. Hỏi số phần tử của S bằng bao nhiêu?

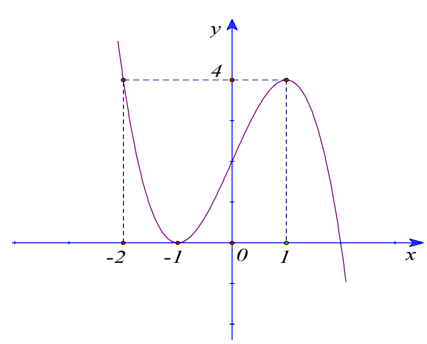


A. 4.
B. 2.
C. 3.
D. Vô số.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số $g(x)=f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

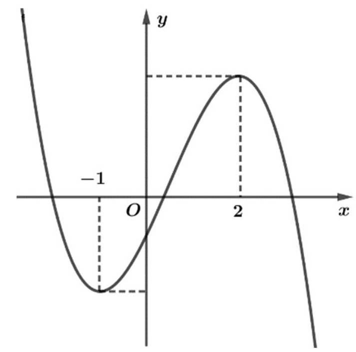
A. 2016. **B.** 2014. **C.** 2012. **D.** 2010.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2020;2020)$ để hàm số $g(x)=f(2x-3)-\ln(1+x^2)-2mx$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{2};2\right)$?



A. 2020.
B. 2019.
C. 2021.
D. 2018.

Câu 37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2+x\right)-4x^3+3x^2+6x+2020$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?



A. $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$.

C. $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Biết $f\left(x\right)>2,\forall x\in\mathbb{R}$. Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(3-2f\left(x\right)\right)-x^3+3x^2-2020$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-2;-1\right)$.

B. Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$.

C. Hàm số $g\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(3;4\right)$.

D. Hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(2;3\right)$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=g(x)=f'\left(2x+3\right)+2$ có đồ thị là một parabol với tọa độ đỉnh $I\left(2;-1\right)$ và đi qua điểm $A\left(1;2\right)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(5;9\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(-\infty;9\right)$. **D.** $\left(1;3\right)$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm cấp 3 liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f\left(x\right).f'''\left(x\right)=x\left(x-1\right)^2\left(x+4\right)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và $g\left(x\right)=\left[f'\left(x\right)\right]^2-2f\left(x\right).f''\left(x\right)$. Hàm số $h\left(x\right)=g\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

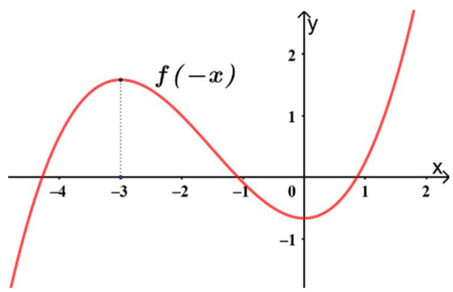
1.A	2.D	3.B	4.B	5.C	6.A	7.D	8.A	9.B	10.D
11.C	12.C	13.D	14.C	15.C	16.D	17.A	18.C	19.A	20.C
21.D	22.B	23.B	24.D	25.A	26.C	27.C	28.D	29.C	30.C
31.A	32.B	33.A	34.B	35.C	36.B	37.D	38.D	39.A	40.D
41.D	42.C	43.C	44.D	45.B	46.C	47.C	48.B	49.B	50.B
51.A	52.C	53.D	54.A	55.A	56.A	57.D	58.A	59.A	60.C
61.A	62.A								

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

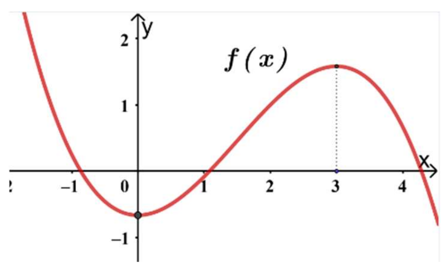
Câu 1. Chọn A

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = g(x) = f(2-x)$.

Tịnh tiến (C) sang trái 2 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y = g(x+2) = f(-x)$.



Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(-x)$ qua Oy ta được đồ thị hàm số $y = f(x)$.



Ta có $y = f\left(x^2-3\right) \Rightarrow y' = 2x.f'\left(x^2-3\right)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(x^2-3\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-3=0 \\ x^2-3=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm\sqrt{6} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		$-\sqrt{6}$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$\sqrt{6}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y = f\left(x^2-3\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 2. **Chọn D**

Đặt: $y = g(x) = f(x^2 + 2x)$; $g'(x) = \left(f(x^2+2x)\right)' = (2x+2).f'(x^2+2x)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x+2).f'(x^2+2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+2=0 \\ f'(x^2+2x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^2+2x=-2\ (vo\ \ nghiem) \\ x^2+2x=1 \\ x^2+2x=3 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-1-\sqrt{2} \\ x=-1+\sqrt{2} \\ x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$. ($x=-1\pm\sqrt{2}$ là các nghiệm bội chẵn của phương trình: $x^2+2x=1$).

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		$-1-\sqrt{2}$		-1		$-1+\sqrt{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0	−	0	+	0	+	0	−	
$g(x)$		↗		↘		↘		↗		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số $y = f(x^2+2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Chú ý: Cách xét dấu $g'(x)$:

Chọn giá trị $x = 0 \in (-1;-1+\sqrt{2}) \Rightarrow x^2+2x=0 \Rightarrow g'(0) = f'(0) > 0$ (dựa theo bảng xét dấu của hàm $f'(x)$). Suy ra $g'(x) > 0$, $\forall x \in (-1;-1+\sqrt{2})$. Sử dụng quy tắc xét dấu đa thức "lẻ đổi, chẵn không" suy ra dấu của $g'(x)$ trên các khoảng còn lại.

Câu 3. **Chọn B**

Ta có $g'(x) = (2-2x).f'(1+2x-x^2)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-2x=0 \\ f'(1+2x-x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 1+2x-x^2=-2 \\ 1+2x-x^2=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=3 \\ x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{3} \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$1-\sqrt{3}$		1		$1+\sqrt{3}$		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1-\sqrt{3};1)$ và $(1+\sqrt{3};3)$.

Mà $(0;1)\subset(1-\sqrt{3};1)$ nên hàm số $y=g(x)=f(1+2x-x^2)+2020$ đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 4. Chọn B

Ta có $g'(x)=(10-5x)'.f'(10-5x)=-5.f'(10-5x)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(10-5x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}10-5x=0\\10-5x=-2\\10-5x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\dfrac{12}{5}\\x=1\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$		1		2		$\frac{12}{5}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 5. Chọn C

Ta có: $$g'(x)=\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)'f'\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)=\frac{20-5x^2}{(x^2+4)^2}\left(\frac{5x}{x^2+4}\right)\left(\frac{5x}{x^2+4}-1\right)^2\left(\frac{5x}{x^2+4}-2\right),\forall x\in\mathbb{R}.$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{20-5x^2}{(x^2+4)^2}=0\\\dfrac{5x}{x^2+4}=0\\\dfrac{5x}{x^2+4}=1\\\dfrac{5x}{x^2+4}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\x=0\\x=1\\x=4\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	CĐ		$\searrow$		CT		$\nearrow$		

Vậy hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 6. Chọn A

Ta có: $g\left(x\right) = f\left(2x^2 - x\right) + 6x^2 - 3x$

$\Rightarrow g'\left(x\right) = \left(4x-1\right)f'\left(2x^2 - x\right) + 12x - 3 = \left(4x-1\right)\left[f'\left(2x^2 - x\right) + 3\right]$.

$$g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x - 1 = 0 \\ f'\left(2x^2 - x\right) = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{4} \\ 2x^2 - x = -1\left(vo\ nghiem\right) \\ 2x^2 - x = 1 \\ 2x^2 - x = 0 \\ 2x^2 - x = 2\left(nghiem\ kep\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{4} \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{17}}{4}\left(nghiem\ kep\right) \\ x = \frac{1-\sqrt{17}}{4}\left(nghiem\ kep\right) \end{array}\right..$$

Ta có : $g'\left(-2\right) = -9\left(f'(10) + 3\right)$ dựa vào đồ thì $f'\left(x\right)$ ta thấy $f'\left(10\right) > -3 \Rightarrow f'\left(10\right) + 3 > 0$

$\Rightarrow g'\left(-2\right) < 0$.

Ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{17}}{4}$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{1+\sqrt{17}}{4}$		$+\infty$
$g'\left(x\right)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Xét dấu $g'\left(x\right)$ ta được $g'\left(x\right) > 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2};0\right) \cup \left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right) \cup \left(1;\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{17}}{4};+\infty\right)$.

Suy ra $g\left(x\right)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$ và $\left(1;\frac{1+\sqrt{17}}{4}\right)$ và $\left(\frac{1+\sqrt{17}}{4};+\infty\right)$.

Mà $\left(-\frac{1}{4};0\right)\subset\left(-\frac{1}{2};0\right)$ nên hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x^2-x\right)+6x^2-3x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{4};0\right)$.

Câu 7. Chọn D

Ta có $g'\left(x\right)=-f'\left(3-x\right)+x(x^2-1)^2$.

Theo giả thiết $f'\left(x\right)=(3-x)\left(10-3x\right)^2\left(x-2\right)^2$ nên $f'\left(3-x\right)=x\left(3x+1\right)^2\left(1-x\right)^2$

Từ đó suy ra $g'\left(x\right)=-x\left(3x+1\right)^2\left(1-x\right)^2+x(x^2-1)^2$

$=x(x-1)^2\left[-(3x+1)^2+(x+1)^2\right]=x(x-1)^2(-8x^2-4x)=x^2(x-1)^2(-8x-4)$

Khi đó $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(nghiem\ \ kep)\\x=1(nghiem\ \ kep)\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	
g		$\nearrow$				$\searrow$			

Khi đó hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 8. Chọn A

Ta có $y'=3\left(f\left(x\right)\right)^2.f'\left(x\right)-6f\left(x\right).f'\left(x\right)$; $y'=3f'\left(x\right).f\left(x\right)\left[f\left(x\right)-2\right]$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=2\end{array}\right.$.

+ $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$; $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1<1\\x=4\end{array}\right.$; $f\left(x\right)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_2\in\left(x_1;1\right)\\x=x_3\in\left(1;2\right)\\x=x_4>4\\x=3\end{array}\right.$.

+ Bảng xét dấu của y'

x	$-\infty$		x_1		x_2		1		x_3		2		3		4		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		+	|	+	|	+	0	−	|	−	0	+	0	−	0	+	|	+	
$f(x)$		−	0	+	|	+	|	+	|	+	|	+	|	+	0	+	|	+	
$f(x)-2$		−	|	−	0	+	|	+	0	−	|	−	|	−	|	−	0	+	
		+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^3-3\left(f\left(x\right)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng $\left(2;3\right)$.

Câu 9. Chọn B

Vì các điểm $\left(-1;0\right),\left(0;0\right),\left(1;0\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases}-1+a-b+c=0\\ c=0\\ 1+a+b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=-1\Rightarrow f'\left(x\right)=x^3-x\Rightarrow f''\left(x\right)=3x^2-1\\ c=0\end{cases}$$

Ta có: $g\left(x\right)=f\left(f'\left(x\right)\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=f'\left(f'\left(x\right)\right).f''\left(x\right)$

Xét $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow g'\left(x\right)=f'\left(f'\left(x\right)\right).f''\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x^3-x\right)\left(3x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-x=0\\ x^3-x=1\\ x^3-x=-1\\ 3x^2-1=0\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\ x=0\\ x=x_1(x_1\approx1,325\quad)\\ x=x_2(x_2\approx-1,325)\\ x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-1,325$		-1		$-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		0		$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$		1		$1,325$		$+\infty$
$g'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(-\infty;-2\right)$

Câu 10. Chọn D

Ta có $g'\left(x\right)=2019^x\ln2019.f'\left(2019^x\right)-m$.

Ta lại có hàm số $y=2019^x$ đồng biến trên $\left[0;1\right]$.

Với $x\in\left[0;1\right]$ thì $2019^x\in\left[1;2019\right]$ mà hàm $y=f'\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(1;+\infty\right)$nên hàm $y=f'\left(2019^x\right)$ đồng biến trên $\left[0;1\right]$

Mà $2019^x \ge 1; f'\left(2019^x\right) > 0 \,\forall x \in [0;1]$ nên hàm $h(x) = 2019^x \ln 2019.f'\left(2019^x\right)$ đồng biến trên $[0;1]$

Hay $h(x) \ge h(0) = 0, \forall x \in [0;1]$

Do vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên đoạn $[0;1] \Leftrightarrow g'(x) \ge 0, \forall x \in [0;1]$

$\Leftrightarrow m \le 2019^x \ln 2019.f'\left(2019^x\right), \forall x \in [0;1] \Leftrightarrow m \le \min\limits_{x\in[0;1]} h(x) = h(0) = 0$

Vì m nguyên và $m \in [-2019;2019] \Rightarrow$ có 2020 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 11. Chọn C

$g(x) = f\left(x^2 - x\right) \Rightarrow g'(x) = (2x-1)f'\left(x^2 - x\right)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=0 \\ f'\left(x^2-x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x^2-x=0 \\ x^2-x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có $f'\left(x^2-x\right) > 0 \Leftrightarrow x^2 - x > 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<-1 \end{array}\right.$. Xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f'\left(x^2-x\right)$		$+$	0	$-$	0	$-$	|	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 12. Chọn C

Xét hàm số $y = f\left(\sqrt{x^2+1}\right) \Rightarrow y' = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} f'\left(\sqrt{x^2+1}\right)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(\sqrt{x^2+1}\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{x^2+1}=-1 \\ \sqrt{x^2+1}=0 \\ \sqrt{x^2+1}=1 \\ \sqrt{x^2+1}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \sqrt{x^2+1}=1 \\ \sqrt{x^2+1}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+1=1 \\ x^2+1=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = f\left(\sqrt{x^2+1}\right)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\sqrt{3};0\right),\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 13. Chọn D

Đặt $y = g(x) = f\left(x-x^2\right) \Rightarrow g'(x) = f'\left(x-x^2\right).\left(x-x^2\right)' = (1-2x)f'\left(x-x^2\right)$

Cho $g'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x=0 \\ f'\left(x-x^2\right)=0 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1-2x=0 \\ x-x^2=1(\text{ptvn}) \\ x-x^2=2(\text{ptvn}) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}.$

Ta có $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right. \Rightarrow f\left(x-x^2\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-x^2<1 \\ x-x^2>2 \end{array}\right.$ (Luôn đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$)

Vậy $g'(x)<0 \Leftrightarrow 1-2x<0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Hay hàm số $g(x) = f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 14. Chọn C

$g'(x) = \left(f\left(x^2-3\right)\right)' = \left(x^2-3\right)' f'\left(x^2-3\right) = 2xf'\left(x^2-3\right)$

Ta có $f'(x)<0 \Leftrightarrow x<-2$ nên $f'(x^2-3)<0 \Leftrightarrow x^2-3<-2 \Leftrightarrow x^2<1 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
2x		-	|	-	|	-	0	+	|	+	|	+	
$f'(x^2-3)$		+	0	+	0	-	|	-	0	+	0	+	
$g'(x)$		-	0	-	0	+	0	-	0	+	0	+	

Từ bảng xét dấu ta thấy đáp án C đúng

Câu 15. Chọn C

$$g'(x) = \frac{\left(x^2-2x\right)'.f'\left(x^2-2x\right)}{\left(f\left(x^2-2x\right)+1\right)^2} = \frac{(2x-2).f'\left(x^2-2x\right)}{\left(f\left(x^2-2x\right)+1\right)^2}.$$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-2=0\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x=-2\\ x^2-2x=-1\\ x^2-2x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-1\\ x=3\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;3)$.

Câu 16. Chọn D

Ta có $y'=3.\left(f(x)\right)^2.f'(x)-6.f(x).f'(x)$

$=3f(x).f'(x).\left[f(x)-2\right]$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)=0 \Leftrightarrow x\in\left\{x_1,4 \mid x_1<1\right\}\\ f(x)=2 \Leftrightarrow x\in\left\{x_2,x_3,3,x_4 \mid x_1<x_2<1<x_3<2;4<x_4\right\}\\ f'(x)=0 \Leftrightarrow x\in\{1,2,3,4\}\end{array}\right.$$

Lập bảng xét dấu ta có

x	$-\infty$		x_1		x_2		1		x_3		2		3		4		x_4		$+\infty$
f(x)		-	0	+		+		+		+		+		+	0	+		+	
f(x) - 2		-		-	0	+		+	0	-		-	0	-		-	0	+	
f'(x)		+		+		+	0	-		-	0	+	0	-	0	+		+	
y'		+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Do đó ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 17. Chọn A

Có $y'=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$.

Do đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x=-2\\ x^2-2x=0\\ x^2-2x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=0\\ x=2\\ x=-1\\ x=3\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		$+\infty$
x^2-2x		$+$	3	$+$	0	$-$	-1	$-$	0	$+$	3	$+$	
$f'\left(x^2-2x\right)$		$+$	0	$-$	0		$+$		0	$-$	0	$+$	
$2x-2$				$-$			0			$+$			
$\left(2x-2\right)f'\left(x^2-2x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-1;0\right),\left(1;2\right),\left(3;+\infty\right)$.

Câu 18. Chọn C

Có $y'=2f'\left(x\right)f\left(x\right)$. Do đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(x\right)=0 \\ f\left(x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=\dfrac{5}{2} \\ x=4 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$\frac{5}{2}$		4		$+\infty$
$f'\left(x\right)$			$-$		0		$+$		0		$-$		
$f\left(x\right)$		$+$	0		$-$		0		$+$		0	$-$	
$2f'\left(x\right)f\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, hàm số $y=\left[f\left(x\right)\right]^2$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-2\right),\left(-1;0\right),\left(\dfrac{5}{2};4\right)$.

Câu 19. Chọn A

Ta có $g'\left(x\right)=\left(x^2-2x+m\right)'f'\left(x^2-2x+m\right)=2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x+m\right)$.

Hàm số $y=g\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $g'\left(x\right)\geq 0,\forall x\in\left(1;+\infty\right)$ và

$g'\left(x\right)=0$ tại hữu hạn điểm $\Leftrightarrow 2\left(x-1\right)f'\left(x^2-2x+m\right)\geq 0,\forall x\in\left(1;+\infty\right)$

$\Leftrightarrow f'\left(x^2-2x+m\right)\geq 0,\forall x\in\left(1;+\infty\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x+m\geq 2,\forall x\in\left(1;+\infty\right) \\ x^2-2x+m\leq 0,\forall x\in\left(1;+\infty\right) \end{array}\right.$

Xét hàm số $y=x^2-2x+m$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$m-1$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Trường hợp 1: $x^2-2x+m\ge 2,\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow m-1\ge 2\Leftrightarrow m\ge 3$.

Trường hợp 2: $x^2-2x+m\le 0,\forall x\in(1;+\infty)$: Không có giá trị m thỏa mãn.

Vậy có 2016 số nguyên $m<2019$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 20. Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f(3-x)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

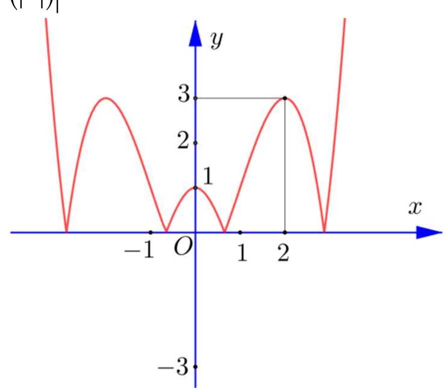
Ta có $g'(x)=-2f'(3-x).f(3-x)$.

Xét $g'(x)<0\Leftrightarrow -2f'(3-x).f(3-x)<0\Leftrightarrow f'(3-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<3-x<1\\3-x>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2<x<5\\x<1\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;5)$

Câu 21. Chọn D

Thực hiện liên hoàn biến đổi đồ thị $y=f(x)$ thành đồ thị $y=\left|f(x)\right|$, sau đó biến đổi đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ thành đồ thị $y=\left|f(\left|x\right|)\right|$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f(\left|x\right|)\right|$ ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 22. Chọn B

Dựa vào đồ thị, suy ra $f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<1\\x>4\end{array}\right.$ và $f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<4\end{array}\right.$.

- Với $x > 3$ khi đó $g(x) = f(x-3) \longrightarrow g'(x) = f'(x-3) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x-3 < 1 \\ x-3 > 4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < x < 4 \\ x > 7 \end{array}\right.$. Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(3;4)$, $(7;+\infty)$.

- Với $x < 3$ khi đó $g(x) = f(3-x) \longrightarrow g'(x) = -f'(3-x) > 0 \Leftrightarrow f'(3-x) < 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x < -1 \\ 1 < 3-x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \ (loai) \\ -1 < x < 2 \end{array}\right.$. Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 23. Chọn B

Ta có: $g'(x) = \dfrac{x}{|x|} f'(|x|+1)$.

Xét $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{|x|} f'(|x|+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x}{|x|} = 0 \\ f'(|x|+1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \left[\begin{array}{l} |x|+1 = 0 \\ |x|+1 = 2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \left[\begin{array}{l} |x| = -1 \quad (L) \\ |x| = 1 \end{array}\right. \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right. \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên thì ta có $g(x) = f(|x|+1)$ nghịch biến trên khoảng $(-1,1)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$.

Câu 24. Chọn D

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m \Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{1}{2} \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$m-5$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Để hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ nghịch biến trên $\left(-\infty;-1\right)\Leftrightarrow m-5\ge 0\Leftrightarrow m\ge 5$

Do yêu cầu m là số nguyên nhỏ hơn 10 nên ta có $m\in\left\{5;6;7;8;9\right\}$. Vậy có 5 giá trị m thỏa yêu cầu..

Câu 25. Chọn A

Trường hợp 1: $x\le 2$. Khi đó $g\left(x\right)=f\left(4-2x\right)$.

Ta có $g'\left(x\right)=-2f'\left(4-2x\right)$, $g'\left(x\right)<0\Leftrightarrow f'\left(4-2x\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4-2x<-2\\1<4-2x<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

So điều kiện $x\le 2$ ta được $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Trường hợp 2: $x>2$. Khi đó $g\left(x\right)=f\left(2x-4\right)$.

Ta có $g'\left(x\right)=2f'\left(2x-4\right)$, $g'\left(x\right)<0\Leftrightarrow f'\left(2x-4\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<2x-4<1\\2x-4>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<\dfrac{5}{2}\\x>\dfrac{7}{2}\end{array}\right.$

So điều kiện $x>2$ ta được $g\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(2;\dfrac{5}{2}\right);\left(\dfrac{7}{2};+\infty\right)$.

Câu 26. Chọn C

Ta có $g'\left(x\right)=\left(3x^2-6x\right).f'\left(x^3-3x^2+m\right)$.

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-6x=0\\x^3-3x^2+m=1\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x^3-3x^2+m=1\\x^3-3x^2+m=0\\x^3-3x^2+m=2\end{array}\right..$$

Vì khi đi qua các nghiệm của phương trình $x^3-3x^2+m=1$ (nếu có) dấu của $f'\left(x^3-3x^2+m\right)$ không đổi nên dấu của $g'\left(x\right)$ chỉ phụ thuộc các nghiệm của hai phương trình còn lại.

Vậy hàm số $y=g\left(x\right)$ có 8 điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình $x^3-3x^2+m=0$ và $x^3-3x^2+m=2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác 0 và khác 2).

Xét hàm số $h\left(x\right)=-x^3+3x^2$, ta có $h'\left(x\right)=-3x^2+6x$; $h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=h\left(x\right)$

x	$-\infty$		0		2	
		$-$	0	$+$	0	
	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy điều kiện để mỗi phương trình $-x^3+3x^2=m$ và $-x^3+3x^2=m-2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác 0 và khác 2) là

$0<m-2<m<4 \Leftrightarrow 2<m<4$.

Vậy chỉ có một giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m=3$.

Câu 27. Chọn C

Ta có $g'(x)=f'(x)-m$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)-m=0 \Leftrightarrow f'(x)=m$. Để hàm số $y=g(x)$ có đúng hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $g'(x)=0$ có hai nghiệm bội lẻ phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 5 \\ 10\le m<13 \end{array}\right.$. Khi đó $m\in\{1,2,3,4,5,10,11,12\}$. Vậy có 8 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 28. Chọn D

Ta có: $g'(x)=\left(3x^2+6x\right)e^{x^3+3x^2}.f'\left(e^{x^3+3x^2}-m\right)$

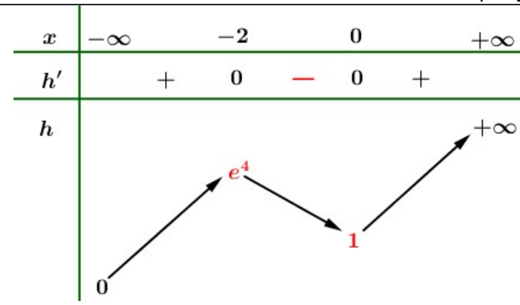
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left(3x^2+6x\right)e^{x^3+3x^2}.f'\left(e^{x^3+3x^2}-m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}-m=-3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}=m-3 \quad (1) \\ e^{x^3+3x^2}=m+3 \quad (2) \\ e^{x^3+3x^2}=m+5 \quad (3) \end{array}\right.$$

Hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi tổng số nghiệm đơn và bội lẻ, khác 0 và -2 của các phương trình $(1),(2),(3)$ là 5.

Xét hàm số $h(x)=e^{x^3+3x^2}$ có $h'(x)=\left(3x^2+6x\right)e^{x^3+3x^2}$.

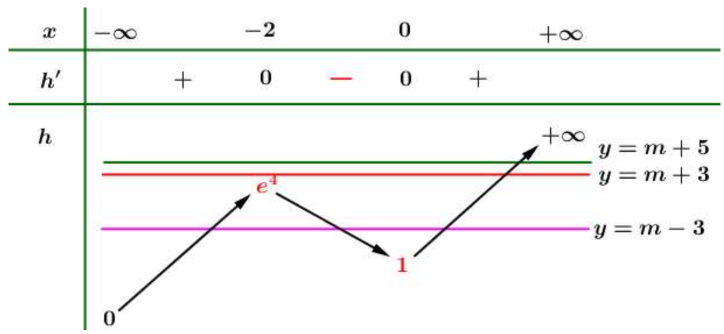
Ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Khi đó có 3 trường hợp sau:

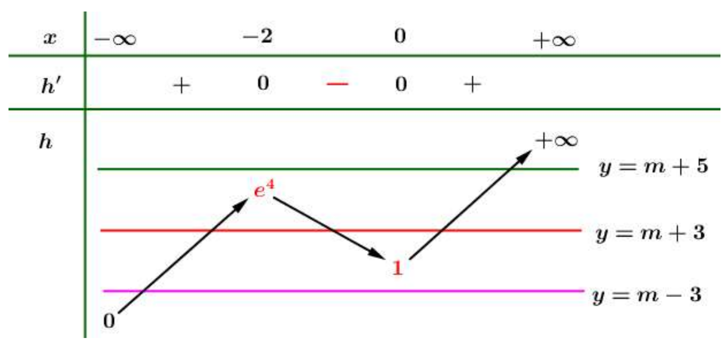
Trường hợp 1:



Khi đó: $\begin{cases} m+3 \ge e^4 \\ 1 < m-3 < e^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge e^4 - 3 \approx 51,6 \\ 4 < m < e^4 + 3 \approx 57,6 \end{cases}$

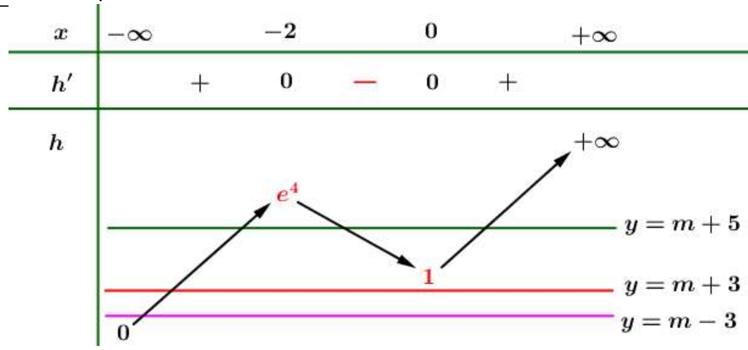
Do m nguyên nên $m \in \{52;53;54;55;56;57\}$.

Trường hợp 2:



Khi đó: $\begin{cases} m+5 \ge e^4 \\ 1 < m+3 < e^4 \\ 0 < m-3 \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > e^4 - 5 \approx 49,6 \\ -2 < m < e^4 - 3 \\ 3 < m \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Trường hợp 3:



Khi đó: $\begin{cases} 1 < m+5 < e^4 \\ m+3 \le 1 \\ m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < e^4 - 5 \approx 49,6 \\ m \le -2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 29. Chọn C

Ta có $f'(x) = x(x-1)^2(x-3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Lại có $g'(x) = 2x.f'(x^2+m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2+m) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2+m = 0 \\ x^2+m = 1 \\ x^2+m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \\ x^2 = -m & (1) \\ x^2 = 1-m & (2) \\ x^2 = 3-m & (3) \end{array}\right.$

Do (2) có nghiệm luôn là nghiệm bội chẵn ; các phương trình $(1),(3)$ có nghiệm không chung nhau và $-m < 3-m$ nên:

Hàm số $g(x)$ có 3 cực trị $\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3-m > 0 \\ -m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 3$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;2\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên bằng 3.

Câu 30. Chọn C

Đặt $t(x) = 2x^3 + x - 1$ với $x \in [0;1]$. Ta có $t'(x) = 6x^2 + 1 > 0,\ \forall x \in [0;1]$.

Suy ra hàm số $t(x)$ đồng biến nên $x \in [0;1] \Rightarrow t \in [-1;2]$.

Từ đồ thị hàm số ta có $\max\limits_{[-1;2]} f(t) = 3 \Rightarrow \max\limits_{[-1;2]} [f(t) + m] = 3 + m$.

Theo yêu cầu bài toán ta cần có: $3 + m = -10 \Leftrightarrow m = -13$.

Câu 31. Chọn A

Ta có $y' = f'(x^2 + 3x - m) = (2x+3)f'(x^2+3x-m)$.

Theo đề bài ta có: $f'(x) = (x-1)(x+3)$

suy ra $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>1 \end{array}\right.$ và $f'(x)<0 \Leftrightarrow -3<x<1$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ khi $y'\geq 0, \forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow (2x+3)f'(x^2+3x-m)\geq 0, \forall x\in(0;2)$.

Do $x\in(0;2)$ nên $2x+3>0, \forall x\in(0;2)$. Do đó, ta có:

$$y'\geq 0, \forall x\in(0;2) \Leftrightarrow f'(x^2+3x-m)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-m\leq -3 \\ x^2+3x-m\geq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq x^2+3x+3 \\ m\leq x^2+3x-1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq \max\limits_{[0;2]}(x^2+3x+3) \\ m\leq \min\limits_{[0;2]}(x^2+3x-1) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 13 \\ m\leq -1 \end{array}\right..$$

Do $m\in[-10;20]$, $m\in\mathbb{Z}$ nên có 18 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 32. Chọn B

Ta có $f(x)=x^3+4x+m$,

$g(x)=(x^2+2018)(x^2+2019)^2(x^2+2020)^3=a_{12}x^{12}+a_{10}x^{10}+...+a_2x^2+a_0$.

Suy ra $f'(x)=3x^2+4$, $g'(x)=12a_{12}x^{11}+10a_{10}x^9+...+2a_2x$.

Và $\left[g(f(x))\right]'=f'(x)\left[12a_{12}(f(x))^{11}+10a_{10}(f(x))^9+...+2a_2f(x)\right]$

$=f(x)f'(x)\left(12a_{12}(f(x))^{10}+10a_{10}(f(x))^8+...+2a_2\right)$.

Dễ thấy $a_{12};a_{10};...;a_2;a_0>0$ và $f'(x)=3x^2+4>0$, $\forall x>2$.

Do đó $f'(x)\left(12a_{12}(f(x))^{10}+10a_{10}(f(x))^8+...+2a_2\right)>0$, $\forall x>2$.

Hàm số $g(f(x))$ đồng biến trên $(2;+\infty)$ khi $\left[g(f(x))\right]'\geq 0$, $\forall x>2 \Rightarrow f(x)\geq 0$, $\forall x>2$.

$\Leftrightarrow x^3+4x+m\geq 0$, $\forall x>3 \Leftrightarrow m\geq -x^3-4x$, $\forall x>2 \Rightarrow m\geq \max\limits_{[2;+\infty)}(-x^3-4x)=-16$.

Vì $m\in[-2020;2020]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên có 2037 giá trị thỏa mãn m.

Câu 33. Chọn A

Ta có: $g'(x)=2f'(2x+1)=2(2x+1)(2x+2)^2[(2x+1)^2+2m(2x+1)+1]$

Đặt $t=2x+1$

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;5)$ khi và chỉ khi $g'(x)\geq 0$, $\forall x\in(3;5)$

$\Leftrightarrow t(t^2+2mt+1)\ge 0,\ \forall t\in(7;11)\Leftrightarrow t^2+2mt+1\ge 0,\ \forall t\in(7;11)\Leftrightarrow 2m\ge\dfrac{-t^2-1}{t},\ \forall t\in(7;11)$

Xét hàm số $h(t)=\dfrac{-t^2-1}{t}$ trên $[7;11]$, có $h'(t)=\dfrac{-t^2+1}{t^2}$

BBT:

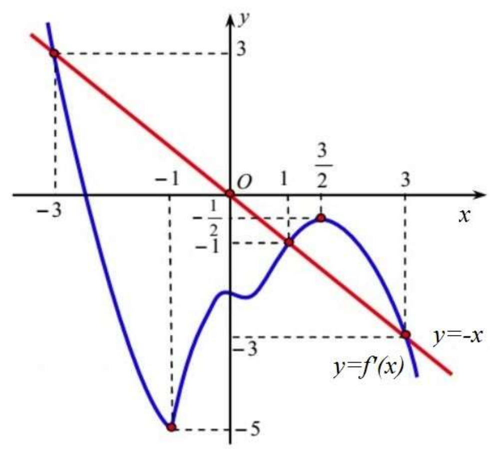
t	$-\infty$	7		11	$+\infty$
$h'(t)$			$-$		
		$-\dfrac{50}{7}$	$\searrow$	$-\dfrac{122}{11}$	

Dựa vào BBT ta có $2m\ge\dfrac{-t^2-1}{t},\ \forall t\in(7;11)\Leftrightarrow 2m\ge\max\limits_{[7;11]}h(t)\Leftrightarrow m\ge-\dfrac{50}{14}$

Vì $m\in\mathbb{Z}^-\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1\}$.

Câu 34. Chọn B

Ta có $g'(x)=f'(x-2m)-(2m-x)$.



Đặt $h(x)=f'(x)-(-x)$. Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đồ thị hàm số $y=-x$ trên hình vẽ suy ra: $h(x)\le 0\Leftrightarrow f'(x)\le -x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\le x\le 1\\ x\ge 3\end{array}\right.$.

Ta có

$$g'(x)=h(x-2m)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\le x-2m\le 1\\ x-2m\ge 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m-3\le x\le 2m+1\\ x\ge 2m+3\end{array}\right..$$

Suy ra hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(2m-3;2m+1)$ và $(2m+3;+\infty)$.

Do đó hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3;4)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m-3\le 3\\ 2m+1\ge 4\end{cases}\\ 2m+3\le 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{3}{2}\le m\le 3\\ m\le 0\end{array}\right..$

Mặt khác, do m nguyên dương nên $m\in\{2;3\}\Rightarrow S=\{2;3\}$. Vậy số phần tử của S bằng 2.

Từ đó chọn **đáp án B.**

Câu 35. Chọn C

Ta có: $g'(x)=f'(1-x)=-(1-x)^2(-x-1)\left[(1-x)^2-6(1-x)+m\right]$

$=(x-1)^2(x+1)(x^2+4x+m-5)$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow g'(x)\le 0, \forall x<-1\ (*)$, (dấu " = " xảy ra tại hữu hạn điểm).

Với $x<-1$ thì $(x-1)^2>0$ và $x+1<0$ nên $(*)\Leftrightarrow x^2+4x+m-5\ge 0, \forall x<-1$

$\Leftrightarrow m\ge -x^2-4x+5, \forall x<-1$.

Xét hàm số $y=-x^2-4x+5$ trên khoảng $(-\infty;-1)$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1
y			9		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$				8

Từ bảng biến thiên suy ra $m\ge 9$.

Kết hợp với m thuộc đoạn $[-2020;2020]$ và m nguyên nên $m\in\{9;10;11;...;2020\}$.

Vậy có 2012 số nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 36. Chọn B

Ta có $g'(x)=2f'(2x-3)-\dfrac{2x}{1+x^2}-2m$. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$ khi và chỉ khi

$g'(x)\ge 0, \forall x\in(-1;2)\Leftrightarrow m\le f'(2x-3)-\dfrac{x}{1+x^2}, \forall x\in\left(\dfrac{1}{2};2\right)\Leftrightarrow m\le \min\limits_{x\in\left(\frac{1}{2};2\right)}\left[f'(2x-3)-\dfrac{x}{1+x^2}\right]$ (1)

Đặt $t=2x-3$, khi đó $x\in\left(\dfrac{1}{2};2\right)\Leftrightarrow t\in(-2;1)$.

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ suy ra $f'(t)\ge 0, \forall t\in(-2;1)$ và $f'(t)=0$ khi $t=-1$.

Tức là $f'(2x-3)\ge 0, \forall x\in\left(\dfrac{1}{2};2\right)\Rightarrow \min\limits_{x\in\left(\frac{1}{2};2\right)} f'(2x-3)=0$ khi $x=1$. (2)

Xét hàm số $h(x)=-\dfrac{x}{1+x^2}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. Ta có $h'(x)=\dfrac{x^2-1}{(1+x^2)^2}$ và

$$h'(x)=0\Leftrightarrow x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ trên $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$ như sau:

x	$\frac{1}{2}$		1		2
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$		$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên suy ra $h(x) \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow \min\limits_{x\in\left(\frac{1}{2};2\right)} h(x) = -\frac{1}{2}$ khi $x = 1$. (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $m \leq -\frac{1}{2}$.

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$, $m \in (-2020;2020)$ thì $m \in \{-2019;-2018;....;-2;-1\}$.

Vậy có tất cả 2019 giá trị m cần tìm.

Câu 37. Chọn D

Ta có $g'(x) = (2x+1)f'(x^2+x) - 12x^2 + 6x + 6$.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra $f'(x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$. Do đó

$$f'(x^2+x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x > -1 \\ x^2 + x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 1 > 0; \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 + x - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1.$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f'(x^2+x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	0	$-$	
$(2x+1)f'(x^2+x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$-12x^2+6x+6$		$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		chưa biết dấu		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 38. Chọn D

Ta có: $g'(x) = -2f'(x)f'(3-2f(x)) - 3x^2 + 6x$.

Vì $f(x) > 2, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3 - 2f(x) < -1$ $\forall x \in \mathbb{R}$

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra $f'(3-2f(x)) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Từ đó ta có bảng xét dấu sau:

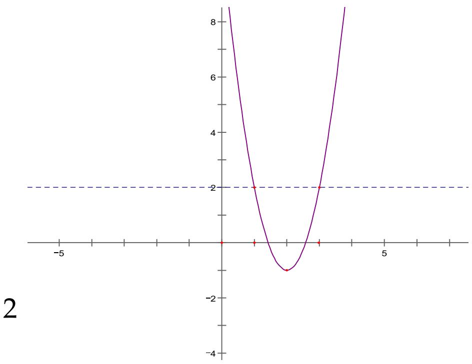
x	$-\infty$		-1		0		1		2		4		$+\infty$
$-f'(x)f'(3-2f(x))$		-	0	+	|	+	0	-	|	-	0	+	
$-3x^2+6x$		-	|	-	0	+	|	+	0	-	|	-	

Từ bảng xét dấu trên, loại trừ đáp án suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 39. Chọn A

Xét hàm số $g(x)=f'(2x+3)+2$ có đồ thị là một Parabol nên có phương trình dạng:

$y=g(x)=ax^2+bx+c \ \ (P)$



Vì (P) có đỉnh $I(2;-1)$ nên

$$\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=2\\ g(2)=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-b=4a\\ 4a+2b+c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+b=0\\ 4a+2b+c=-1\end{cases}.$$

(P) đi qua điểm $A(1;2)$ nên $g(1)=2\Leftrightarrow a+b+c=2$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}4a+b=0\\ 4a+2b+c=-1\\ a+b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-12\\ c=11\end{cases}$ nên $g(x)=3x^2-12x+11$.

Đồ thị của hàm $y=g(x)$ là

Theo đồ thị ta thấy $f'(2x+3)\le 0\Leftrightarrow f'(2x+3)+2\le 2\Leftrightarrow 1\le x\le 3$.

Đặt $t=2x+3\Leftrightarrow x=\dfrac{t-3}{2}$ khi đó $f'(t)\le 0\Leftrightarrow 1\le\dfrac{t-3}{2}\le 3\Leftrightarrow 5\le t\le 9$.

Vậy $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(5;9)$.

Câu 40. Chọn D

Ta có $g'(x)=2f''(x)f'(x)-2f'(x).f''(x)-2f(x).f'''(x)=-2f(x).f'''(x)$;

Khi đó $(h(x))'=(2x-2)g'(x^2-2x)=-2(2x-2)(x^2-2x)(x^2-2x-1)^2(x^2-2x+4)^3$

$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=2\\ x=1\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$. Ta có bảng xét dấu của $h'(x)$

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		0		1		2		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		+	0	+	0	−	0	+	0	−	0	−	

Suy ra hàm số $h(x)=g(x^2-2x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.