

CHUYÊN ĐỀ CẤP SỐ CỘNG

(CHƯƠNG 3 LỚP 11)

A. LÝ THUYẾT

I. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d .

Số không đổi d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

Đặc biệt, khi $d = 0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi** (tất cả các số hạng đều bằng nhau).

Nhận xét: Từ định nghĩa, ta có:

1) Nếu (u_n) là một cấp số cộng với công sai d , ta có công thức truy hồi

$$u_{n+1} = u_n + d, n \in \mathbb{N}^*. (1)$$

2) Cấp số cộng (u_n) là một dãy số tăng khi và chỉ khi công sai $d > 0$.

3) Cấp số cộng (u_n) là một dãy số giảm khi và chỉ khi công sai $d < 0$.

NHẬN XÉT

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, chúng ta cần chứng minh $u_{n+1} - u_n$ là một hằng số với mọi số nguyên dương n .

Ví dụ 1. Chứng minh rằng dãy số hữu hạn sau là một cấp số cộng: $-2; 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Vì } 1 &= -2 + 3; & 4 &= 1 + 3; & 7 &= 4 + 3; & 10 &= 7 + 3; \\ 13 &= 10 + 3; & 16 &= 13 + 3; & 19 &= 16 + 3. \end{aligned}$$

Nên theo định nghĩa cấp số cộng, dãy số $-2; 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19$ là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.

Ví dụ 2. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng? Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

a) Dãy số (a_n) , với $a_n = 4n - 3$. b) Dãy số (b_n) , với $b_n = \frac{2 - 3n}{4}$.

Lời giải

a) Ta có $a_{n+1} = 4(n+1) - 3 = 4n + 1$ nên $a_{n+1} - a_n = (4n + 1) - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$.

Do đó (a_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$ và công sai $d = 4$.

b) Ta có $b_{n+1} = \frac{2-3(n+1)}{4} = \frac{-1-3n}{4}$ nên $b_{n+1} - b_n = \frac{-1-3n}{4} - \frac{2-3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$.

Suy ra (b_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{3}{4}$.

Ví dụ 3. Cho cấp số cộng (u_n) có 7 số hạng với số hạng đầu $u_1 = \frac{2}{3}$ và công sai $d = -\frac{4}{3}$. Viết dạng khai triển của cấp số cộng đó.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d = -\frac{2}{3}; u_3 = u_2 + d = -2; u_4 = u_3 + d = -\frac{10}{3}$

$u_5 = u_4 + d = -\frac{14}{3}; u_6 = u_5 + d = -6; u_7 = u_6 + d = -\frac{22}{3}$.

Vậy dạng khai triển của cấp số cộng (u_n) là $\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -2; -\frac{10}{3}; -\frac{14}{3}; -6; -\frac{22}{3}$.

II. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được

xác định bởi công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2$ (2).

NHẬN XÉT

Từ kết quả của định lý 1, ta rút ra nhận xét sau:

Cho cấp số cộng (u_n) biết hai số hạng u_p và u_q thì số hạng đầu và công sai được tính theo công thức:

(1): $d = \frac{u_p - u_q}{p - q}$.

(2): $u_1 = u_p - (p-1)d$

Ví dụ 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $d = -5$.

a) Tìm u_{20} .

b) Số -2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

Lời giải

a) Ta có $u_{20} = u_1 + (20-1)d = 2 + 19(-5) = -93$. $u_{20} = u_1 + 19d = 2 + 19(-5) = -93$.

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 - 5n$.

$$\text{Vì } u_n = -2018 \text{ nên } 7 - 5n = -2018 \Leftrightarrow n = 405.$$

Do $n = 405$ là số nguyên dương nên số -2018 là số hạng thứ 405 của cấp số cộng đã cho.

III. TÍNH CHẤT CÁC SỐ HẠNG CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Trong một cấp số cộng (u_n) , mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình

cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$. (3)

NHẬN XÉT

Một cách tổng quát, ta có:

Nếu (u_n) là cấp số cộng thì. $u_p = \frac{u_{p-k} + u_{p+k}}{2}, 1 \leq k < p$

Ví dụ 5.

a) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{99} = 101$ và $u_{101} = 99$. Tìm u_{100} .

b) Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$ Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

a) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $u_{100} = \frac{u_{99} + u_{101}}{2}$ nên $u_{100} = 100$.

b) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x = \frac{-2+6}{2} = 2$ và $6 = \frac{x+y}{2}$.

Vì $x = 2$ nên $y = 10$.

Vậy $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$. $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$.

IV. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Cho một cấp số cộng (u_n) . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ Khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \quad (4) \text{ hoặc } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \quad (5)$$

Ví dụ 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $d = 3$.

a) Tính tổng của 25 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

b) Biết $S_n = 6095374$, tìm n .

Lời giải

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = -2n + \frac{3(n^2 - n)}{2} = \frac{n(3n-7)}{2}$$

$$\text{a) Ta có } S_{25} = \frac{25(3.25 - 7)}{2} = 850 \quad S_{25} = \frac{25(3.25 - 7)}{2} = 850$$

$$\text{b) Vì } S_n = 6095374 \text{ nên } \frac{n(3n - 7)}{2} = 6095374 \Leftrightarrow 3n^2 - 7n - 12190748 = 0$$

Giải phương trình bậc hai trên với n nguyên dương, ta tìm được $n = 2017$.

B. BÀI TẬP

Câu 1. [1D3-3.1-1] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Cho một cấp số cộng

$$(u_n) \text{ có } u_1 = \frac{1}{3}, u_8 = 26. \text{ Tìm công sai } d$$

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$$

Câu 2. [1D3-3.1-1] (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Dãy số nào sau đây là một cấp số cộng?

A. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2, \forall n \geq 1 \end{cases}$

B. $(u_n): \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1, \forall n \geq 1 \end{cases}$

C. $(u_n): 1; 3; 6; 10; 15; \dots$

D. $(u_n): -1; 1; -1; 1; -1; \dots$

Lời giải

Chọn A

Dãy số ở đáp án A thỏa $u_{n+1} - u_n = 2$ với mọi $n \geq 1$ nên là cấp số cộng.

Câu 3. [1D3-3.1-1] Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} (L) \end{cases}$$

- Câu 4.** [1D3-3.1-1] (THPT YÊN LẠC-LẦN 1-2018) Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$.
 Tìm công sai
- A. $d = \frac{11}{3}$. B. $d = \frac{10}{3}$. C. $d = \frac{3}{10}$. D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_8 = u_1 + 7d \Rightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Rightarrow d = \frac{3}{11}$.

- Câu 5.** [1D3-3.1-2] (THPT Quảng Xương 1-Thành Hóa năm 2017-2018) Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng?

a) Dãy số (u_n) với $u_n = 4n$. b) Dãy số (v_n) với $v_n = 2n^2 + 1$.

c) Dãy số (w_n) với $w_n = \frac{n}{3} - 7$. d) Dãy số (t_n) với $t_n = \sqrt{5} - 5n$.

A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Dãy số (u_n) với $u_n = 4n$ có $u_{n+1} = 4(n+1) = 4n + 4 \Rightarrow u_{n+1} = u_n + 4$, $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy số (u_n) là cấp số cộng với công sai $d = 4$.

Dãy số (v_n) với $v_n = 2n^2 + 1$ có $v_1 = 3$, $v_2 = 9$, $v_3 = 19$ nên dãy số (v_n) không là cấp số cộng.

Dãy số (w_n) với $w_n = \frac{n}{3} - 7$ có $w_{n+1} = \frac{n+1}{3} - 7 = \frac{n}{3} - 7 + \frac{1}{3} \Rightarrow w_{n+1} = w_n + \frac{1}{3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy số (w_n) là cấp số cộng với công sai $d = \frac{1}{3}$.

Dãy số (t_n) với $t_n = \sqrt{5} - 5n$ có $t_{n+1} = \sqrt{5} - 5(n+1) = \sqrt{5} - 5n - 5 \Rightarrow t_{n+1} = t_n - 5$, $\forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy số (t_n) là cấp số cộng với công sai $d = -5$.

Vậy có 3 dãy số là cấp số cộng.

Câu 6. [1D3-3.1-2] (Tập chí THPT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Cho dãy số (x_n) thỏa mãn $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \frac{3n(n+3)}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khẳng định nào dưới đây là đúng và đầy đủ nhất.

- A. (x_n) là cấp số cộng với công sai âm.
- B. (x_n) là cấp số nhân với công bội âm.
- C. (x_n) là cấp số cộng với công sai dương.
- D. (x_n) là cấp số nhân với công bội dương.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x_n = \frac{3n(n+3)}{2} - \frac{3(n-1)(n-1+3)}{2} = 3n + 3$

Ta lại có: $x_{n+1} - x_n = 3(n+1) + 3 - 3n - 3 = 3$.

Vậy (x_n) là cấp số cộng với công sai dương.

Câu 7. [1D3-3.1-2] (THPT PHAN ĐÌNH PHÙNG HÀ TĨNH-LẦN 1-2018) Tam giác ABC có ba cạnh a, b, c thỏa mãn a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- A. $\tan^2 A, \tan^2 B, \tan^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
- B. $\cot^2 A, \cot^2 B, \cot^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
- C. $\cos A, \cos B, \cos C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.
- D. $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có

$$a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C$$

Theo giả thiết a^2, b^2, c^2 theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng nên $a^2 + c^2 = 2b^2$
 $\Leftrightarrow 4R^2 \cdot \sin^2 A + 4R^2 \cdot \sin^2 C = 2 \cdot 4R^2 \cdot \sin^2 B \Leftrightarrow \sin^2 A + \sin^2 C = 2 \cdot \sin^2 B$.

Vậy $\sin^2 A, \sin^2 B, \sin^2 C$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng.

Câu 8. [1D3-3.1-3] (THPT SƠN TÂY-2018) Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

- A. 4.000.000 đồng.
- B. 10.125.000 đồng.
- C. 52.500.000 đồng.
- D. 52.500.000 đồng.

Lời giải

Chọn B

* Áp dụng công thức tính tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 80.000$, công sai $d = 5.000$ ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ n là

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

* Khi khoan đến mét thứ 50, số tiền phải trả là

$$S_{50} = \frac{50[2.80000 + (50-1).5000]}{2} = 10.125.000 \text{ đồng.}$$

- Câu 9.** [1D3-3.2-1] (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.
A. $d = 3$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = -2$. **D.** $d = -3$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.

- Câu 10.** [1D3-3.2-1] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
A. $d = 7$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = 6$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6.$$

- Câu 11.** [1D3-3.2-1] (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
A. $d = 7$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = 6$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6.$$

- Câu 12.** [1D3-3.2-1] (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d , số hạng đầu u_1 . Hãy chọn khẳng định sai?

A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$.

B. $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$.

C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$.

D. $u_n = u_1 + (n-1).d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

Chọn C

Ta có công thức tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$

$$\text{Suy ra } S_{12} = 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 6(2u_1 + 11d) \neq \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$$

Câu 13. [1D3-3.2-1] (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

- A.** $u_n = 1 + 4n$ **B.** $u_n = 5n$ **C.** $u_n = 3 + 2n$ **D.** $u_n = 2 + 3n$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4.$$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n$.

Câu 14. [1D3-3.2-1] [SỞ GD&ĐT CẦN THƠ 2017-2018] Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

- A.** $d = -3$ **B.** $d = 3$ **C.** $d = 5$ **D.** $d = 6$

Lời giải

Chọn B

Gọi d là công sai.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy công sai $d = 3$.

Câu 15. [1D3-3.2-2] (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là:

- A.** $S_{10} = -125$ **B.** $S_{10} = -250$ **C.** $S_{10} = 200$ **D.** $S_{10} = -200$

Lời giải

Chọn A

Gọi u_1 , d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

Ta có: $\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}.$

Vậy $S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125.$

Câu 16. [1D3-3.2-2] (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

A. $S_{16} = -24$. B. $S_{16} = 26$. C. $S_{16} = -25$. D. $S_{16} = 24$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$

Khi đó, $S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24.$

Câu 17. [1D3-3.2-2] (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$?

A. - 20. B. - 6. C. - 8. D. - 24.

Lời giải

Chọn D

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 = 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d)$$

$$= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ là - 24.

Câu 18. [1D3-3.2-2] (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$?

A. - 20. B. - 6. C. - 8. D. - 24.

Lời giải

Chọn D

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 = 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d)$$

$$= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d + 6)^2 - 24 \geq -24$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ là -24 .

- Câu 19. [1D3-3.2-2] (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



A. 59.

B. 30.

C. 61.

D. 57.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: p dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2} [2.1 + (n-1).2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30.$$

$$\text{Vậy } u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59.$$

Cách 2: Áp dụng công thức $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$, suy ra $n = 30$.

$$\text{Vậy } 2n - 1 = 59.$$

- Câu 20. [1D3-3.2-2] (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

A. 31.

B. 30.

C. 29.

D. 28.

Lời giải

Chọn B

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Tổng số cây trồng được là: $S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$.
 Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Câu 21. [1D3-3.2-2] (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

- A. 287. B. 289. C. 288. D. 286.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4$; $u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$
 Vậy $n = 289$.

Câu 22. [1D3-3.2-2] [SỞ GD VÀ ĐT ĐÀ NẴNG 2017-2018] Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 2^8 và tổng các bình phương của chúng bằng 2^{76} . Tích của bốn số đó là :

- A. 585. B. 161. C. 404. D. 276.

Lời giải

Chọn A

Gọi 4 số cần tìm là $a - 3r, a - r, a + r, a + 3r$.

Ta có:
$$\begin{cases} a - 3r + a - r + a + r + a + 3r = 28 \\ (a - 3r)^2 + (a - r)^2 + (a + r)^2 + (a + 3r)^2 = 276 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r = \pm 2 \end{cases}$$

Bốn số cần tìm là 1, 5, 9, 13 có tích bằng 585.

Câu 23. [1D3-3.2-3] (THPT Đồng Đậu-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Chu vi một đa giác là $158cm$, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là $44cm$. Số cạnh của đa giác đó là?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đa giác đã cho có n cạnh thì chu vi của đa giác là: $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ với u_1 là cạnh nhỏ

nhất. Suy ra: $158 = \frac{(u_1 + 44)n}{2} \Leftrightarrow 316 = (u_1 + 44)n \Leftrightarrow 2^2 \cdot 79 = (u_1 + 44)n$

Do đó $u_1 + 44$ là ước nguyên dương của $316 = 2^2 \cdot 79$ và đa giác có ít nhất ba cạnh nên

$$\frac{316}{3} > u_1 + 44 > 44 \quad . \text{ Suyra: } u_1 + 44 = 79 \Leftrightarrow u_1 = 35 .$$

$$\text{Số cạnh của đa giác đã cho là: } \frac{44 - 35}{3} + 1 = 4 \quad (\text{ cạnh }).$$

- Câu 24.** [1D3-3.2-3] (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.
- A.** $u_1 = 2, d = 4$. **B.** $u_1 = 2, d = 3$. **C.** $u_1 = 2, d = 2$. **D.** $u_1 = 3, d = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18 \quad (1)$$

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow 4 \left[nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \right] = \left[2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2} \right] \Leftrightarrow 4u_1 + 2nd - 2d = 2u_1 + 2nd - d$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 - d = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } u_1 = 2, d = 4.$$

- Câu 25.** [1D3-3.2-3] (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?
- A.** 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Số hạng tổng quát của cấp số cộng } (x_n) \text{ là: } x_n = 4 + (n-1).3 = 3n + 1.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của cấp số cộng } (y_n) \text{ là: } y_m = 1 + (m-1).5 = 5m - 4.$$

Giả sử k là 1 số hạng chung của hai cấp số cộng trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số.

$$\text{Vì } k \text{ là 1 số hạng của cấp số cộng } (x_n) \text{ nên } k = 3i + 1 \text{ với } 1 \leq i \leq 2018 \text{ và } i \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Vì } k \text{ là 1 số hạng của cấp số cộng } (y_n) \text{ nên } k = 5j - 4 \text{ với } 1 \leq j \leq 2018 \text{ và } j \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Do đó } 3i + 1 = 5j - 4 \Rightarrow 3i = 5j - 5 \Rightarrow i : 5 \Rightarrow i \in \{5; 10; 15; \dots; 2015\} \Rightarrow \text{có 403 số hạng chung.}$$

- Câu 26.** [1D3-3.3-1] (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. B. $u_{10} = 25$. C. $u_{10} = 28$. D. $u_{10} = -29$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$.

- Câu 27.** [1D3-3.3-1] (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .
- A. 401. B. 403. C. 402. D. 404.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98 \cdot 4 = 403$.

- Câu 28.** [1D3-3.3-1] (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng
- A. - 59048. B. - 59049. C. - 155. D. - 310.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_n = 1 - 3n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 - 3 \cdot 1 = -2 \\ u_{10} = 1 - 3 \cdot 10 = -29 \end{cases}$.

$$S = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = -155$$

Áp dụng công thức:

- Câu 29.** [1D3-3.3-1] (Sở GD & ĐT Cần Thơ - Mã đề 323 - Năm 2017 - 2018) Biết bốn số 5 ; x ; 15 ; y theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng.
- A. 50. B. 70. C. 30. D. 80.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $x = \frac{5+15}{2} = 10 \Rightarrow y = 20$. Vậy $3x + 2y = 70$.

- Câu 30.** [1D3-3.3-1] (SỞ GD-ĐT BẮC GIANG -LẦN 1-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng
- A. $u_{10} = 31$. B. $u_{10} = -23$. C. $u_{10} = -20$. D. $u_{10} = 15$.

Lời giải

Chọn B.

$$u_1=4; u_2=1 \Rightarrow d=-3. \text{ Vậy } u_{10}=u_1+9d=4+9.(-3)=-23.$$

- Câu 31. [1D3-3.3-1] (SỞ GD VÀ ĐT VĨNH PHÚC - 2018)** Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$, công sai $d=5$, số hạng thứ tư là
- A. $u_4=23$. B. $u_4=18$. C. $u_4=8$. D. $u_4=14$.

Lời giải

Chọn B.

$$u_4=u_1+3d=3+5.3=18.$$

- Câu 32. [1D3-3.3-1] (TRẦN KỲ PHONG QUẢNG NAM-2018)** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=2$. Tính u_5 .
- A. 11. B. 15. C. 12. D. 14.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } u_5=u_1+4d=3+4.2=11.$$

- Câu 33. [1D3-3.3-2] (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$, $u_3-u_{15}=84$. Số hạng u_{17} bằng
- A. 235. B. 11. C. 96000cm^3 . D. 81000cm^3 .

Lời giải

Chọn B.

Giả sử cấp số cộng (u_n) có công sai d .

$$\text{Theo giả thiết ta có: } u_3-u_{15}=84 \Leftrightarrow u_1+2d-u_1-14d=84 \Leftrightarrow -12d=84 \Leftrightarrow d=-7.$$

$$\text{Vậy } u_{17}=u_1+16d=123+16.(-7)=11.$$

- Câu 34. [1D3-3.3-2] (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1=2018$ công sai $d=-5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.
- A. u_{406} . B. u_{403} . C. u_{405} . D. u_{404} .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } u_n=(n-1)d+u_1 \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Theo đề ra $u_n = 2018 - 5(n - 1) < 0$

$$\Leftrightarrow 2018 < 5(n - 1)$$

$$\Leftrightarrow 2023 < 5n \Leftrightarrow n > \frac{2023}{5} \Rightarrow n = 405$$

PP thử nghiệm:

$$\text{Vì } u_n = (n - 1)d + u_1 = 2018 - 5(n - 1)$$

Thay từng giá trị vào ta có:

$$u_{403} = 2018 - 5 \cdot 402 = 8$$

$$u_{404} = 2018 - 5 \cdot 403 = 3$$

$$u_{405} = 2018 - 5 \cdot 404 = -2$$

Câu 35. [1D3-3.3-2] (THPT Triệu Sơn 3-Thành Hóa năm 2017-2018) Cho một cấp số cộng có $u_4 = 2$, $u_2 = 4$. Hỏi u_1 bằng bao nhiêu?

A. $u_1 = 6$.

B. $u_1 = 1$.

C. $u_1 = 5$.

D. $u_1 = -1$.

Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} u_4 = 2 \\ u_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 2 \\ u_1 + d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = -1 \end{cases}$$

Câu 36. [1D3-3.3-2] (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng:

A. $S_{10} = 110$.

B. $S_{10} = 100$.

C. $S_{10} = 21$.

D. $S_{10} = 19$.

Lời giải

Chọn B.

* Áp dụng công thức $S_n = \frac{n(u_n + u_1)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n - 1)d]}{2}$ ta được:

$$S_{10} = \frac{10[2 + (10 - 1)2]}{2} = 100$$

- Câu 37. [1D3-3.3-2] (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng
- A. 27. B. 31. C. 35. **D. 29.**

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 29$.

- Câu 38. [1D3-3.3-2] (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?
- A. 6, 12, 18. B. 8, 13, 18. **C. 7, 12, 17.** D. 6, 10, 14.

Lời giải

Chọn C

Xem cấp số cộng cần tìm là (u_n) có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}$. Suy ra: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy cấp số cộng cần tìm là (u_n) : 2, 7, 12, 17, 22.

- Câu 39. [1D3-3.3-2] (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho dãy số $u_1 = 1$; $u_n = u_{n-1} + 2$, ($n \in \mathbb{N}, n > 1$). Kết quả nào đúng?
- A. $u_5 = 9$.** B. $u_3 = 4$. C. $u_2 = 2$. D. $u_6 = 13$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_{n-1} + 2 \Rightarrow u_n - u_{n-1} = 2$ nên dãy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$.

Nên theo công thức tổng quát của CSC $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Do đó: $u_2 = u_1 + d = 1 + 2 = 3$; $u_3 = u_1 + 2d = 1 + 2.2 = 5$; $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4.2 = 9$;

$u_6 = u_1 + 5d = 1 + 5.2 = 11$.

Vậy $u_5 = 9$.

- Câu 40. [1D3-3.3-2] (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là
- A. $u_1 = 2$, $d = 3$. B. $u_1 = 3$, $d = 2$. C. $u_1 = 2$, $d = 2$. **D. $u_1 = 2$, $d = 4$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18.$$

$$\text{Lại có } 4S_5 = S_{10} \Leftrightarrow 4\left(5u_1 + \frac{5 \cdot 4}{2}d\right) = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9}{2}d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases}.$$

- Câu 41.** [1D3-3.3-2] (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?
- A. 100. B. 50. C. 75. D. 44.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 44.$$

Vậy 81 là số hạng thứ 44.

- Câu 42.** [1D3-3.3-2] (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- A. $u_{10} = 55$. B. $u_{10} = 67$. C. $u_{10} = 61$. D. $u_{10} = 59$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Từ giả thiết ta có } S_1 = u_1 = 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 7.$$

$$\text{Ta có } S_n = 3n^2 + 4n = \frac{n(8+6n)}{2} = \frac{n(7+6n+1)}{2} \Rightarrow u_n = 6n + 1 \Rightarrow u_{10} = 61.$$

- Câu 43.** [1D3-3.3-2] (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- A. $u_{10} = 95$. B. $u_{10} = 71$. C. $u_{10} = 79$. D. $u_{10} = 87$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo công thức ta có } \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 4n^2 + 3n \Leftrightarrow u_1 + u_n = 8n + 6 \Rightarrow u_n = -u_1 + 8n + 6.$$

Mà $u_1 = S_1 = 7$ do đó $u_{10} = -7 + 8 \cdot 10 + 6 = 79$.

- Câu 44. [1D3-3.3-2] (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- A.** $u_{10} = 95$. **B.** $u_{10} = 71$. **C.** $u_{10} = 79$. **D.** $u_{10} = 87$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức ta có $\frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 4n^2 + 3n \Leftrightarrow u_1 + u_n = 8n + 6 \Rightarrow u_n = -u_1 + 8n + 6$.

Mà $u_1 = S_1 = 7$ do đó $u_{10} = -7 + 8 \cdot 10 + 6 = 79$.

- Câu 45. [1D3-3.3-2] (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.
- A.** 1009. **B.** $\frac{2019}{2}$. **C.** 1010. **D.** $\frac{2021}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{1001} = u_1 + (1001-1)d \Leftrightarrow 2018 = 1 + (1001-1)d \Rightarrow d = \frac{2017}{1000}.$$

$$\text{Vậy số hạng thứ 501 là } u_{501} = u_1 + (501-1)d = \frac{2019}{2}.$$

- Câu 46. [1D3-3.3-2] (THPT BÌNH XUYỀN VĨNH PHÚC-2018)** Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9800$. Giá trị n là
- A.** 100. **B.** 99. **C.** 101. **D.** 98.

Lời giải

Chọn A

$$S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d) = -9800 \Leftrightarrow n[2 - 2(n-1)] + 19600 = 0 \Leftrightarrow n = 100.$$

- Câu 47. [1D3-3.5-3] (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng đều dương, số hạng đầu $u_1 = 1$ và tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tính giá trị của tổng

$$S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}} + u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}.$$

A. $\frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}\right)$. **B.** $1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}$. **C.** 2018. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$S_{100} = 100u_1 + \frac{100 \cdot 99}{2}d \Leftrightarrow 100 + 4950d = 14950 \Leftrightarrow d = 3.$$

$$\text{Do đó } u_{2018} = u_1 + 2017d = 6052.$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{u_{k+1}\sqrt{u_k} + u_k\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_k}\sqrt{u_{k+1}}(\sqrt{u_k} + \sqrt{u_{k+1}})} = \frac{1}{d} \cdot \frac{\sqrt{u_{k+1}} - \sqrt{u_k}}{\sqrt{u_k}\sqrt{u_{k+1}}} = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_k}} - \frac{1}{\sqrt{u_{k+1}}} \right).$$

Do đó:

$$S = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} \right) + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} \right) + \dots + \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_{2017}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) = \frac{1}{d} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) \\ = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right).$$

Câu 48. **[1D3-3.5-3] (CHUYÊN HÀ TĨNH - LẦN 1-2018)** Cho 4 số thực a, b, c, d là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.

A. $P = 64$. **B.** $P = 80$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = 79$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \begin{cases} a + d = b + c \\ a + b + c + d = 4 \end{cases} \Rightarrow a + d = b + c = 2.$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a + d)^2 + (b + c)^2 - 2(ad + bc)$$

$$\Rightarrow ad + bc = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - (a + d)^2 - (b + c)^2 = -8.$$

$$P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = (a + d)(a^2 - ad + d^2) + (b + c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ad - bc) = 64.$$

Câu 49. [1D3-3.5-4] Cho cấp số cộng (u_n) . Gọi $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết rằng $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$ với $p \neq q$, $p, q \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $\frac{u_{2017}}{u_{2018}}$.

- A. $\frac{4031}{4035}$. B. $\frac{4031}{4033}$. C. $\frac{4033}{4035}$. D. $\frac{4034}{4035}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow \frac{(u_1 + u_p)p}{(u_1 + u_q)q} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow \frac{u_1 + u_p}{u_1 + u_q} = \frac{p}{q}.$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{u_1 + u_{2018}}{u_1 + u_{2017}} &= \frac{2018}{2017} \Leftrightarrow \frac{u_1 + u_{2017} + d}{u_1 + u_{2017}} = \frac{2018}{2017} \\ \Leftrightarrow 1 + \frac{d}{u_1 + u_{2017}} &= \frac{2018}{2017} \Leftrightarrow \frac{d}{u_1 + u_1 + 2016d} = \frac{1}{2017} \\ \Leftrightarrow d &= 2u_1. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \frac{u_{2017}}{u_{2018}} = \frac{u_1 + 2016 \cdot (2u_1)}{u_1 + 2017 \cdot (2u_1)} = \frac{4033}{4035}.$$

Câu 50. [1D3-3.5-4] Cho phương trình $\frac{\sin x}{\cos^2 x - 3 \cos x + 2} = 0$. Tính tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0; 2018\pi]$ của phương trình trên.

- A. 1018018π . B. 1018080π . C. 1018081π . D. 1020100π .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \cos^2 x - 3 \cos x + 2 \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x \neq k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\frac{\sin x}{\cos^2 x - 3 \cos x + 2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = kp \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Kết hợp điều kiện ta được họ nghiệm của phương trình là:

$$x = (2k+1)\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } 0 \leq (2k+1)\pi \leq 2018\pi \Leftrightarrow 0 \leq 2k+1 \leq 2018 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{2017}{2}$$

$$\text{Do } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k \in \{0, 1, 2, \dots, 1008\}.$$

Tổng các nghiệm của phương trình: $\sum_{k=0}^{1008} (2k+1)p = 1018081p$.