

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Cho hàm số $y = \frac{4}{x-1}$. Khi đó $y'(-1)$ bằng
A. -1. B. -2. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -\frac{4}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -1$.

- Câu 2.** Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+7}{x+4}$ tại $x=2$ ta được:
A. $f'(2) = \frac{1}{36}$. B. $f'(2) = \frac{11}{6}$. C. $f'(2) = \frac{3}{2}$. D. $f'(2) = \frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = \frac{1}{(x+4)^2} \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{36}$.

- Câu 3.** Tính đạo hàm của hàm số $y = x(x+1)(x+2)(x+3)$ tại điểm $x_0 = 0$ là:
A. $y'(0) = 5$. B. $y'(0) = 6$. C. $y'(0) = 0$. D. $y'(0) = -6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x(x+1)(x+2)(x+3) = (x^2+x)(x^2+5x+6)$

$y' = (2x+1)(x^2+5x+6) + (x^2+x)(2x+5)$

$y'(0) = 6$.

- Câu 4.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x} + x$ tại điểm $x_0 = 4$ là:
A. $y'(4) = \frac{9}{2}$. B. $y'(4) = 6$. C. $y'(4) = \frac{3}{2}$. D. $y'(4) = \frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1 \Rightarrow y'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 1 = \frac{5}{4}$.

- Câu 5.** Đạo hàm của hàm số $y = 5 \sin x - 3 \cos x$ tại $x_0 = \frac{\pi}{2}$ là:
- A. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3$ B. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 5$ C. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -3$ D. $y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = -5$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 5 \cos x + 3 \sin x \Rightarrow y' \left(\frac{\pi}{2} \right) = 3$

- Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Tính $y'(3)$
- A. $\frac{5}{2}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$

$y'(3) = \frac{-3}{(3-1)^2} = -\frac{3}{4}$

- Câu 7.** Cho hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2+4}}$. Tính giá trị biểu thức $f'(0)$
- A. -3 B. -2 C. $\frac{3}{2}$ D. 3

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2+4} - (3x+1) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}}{(\sqrt{x^2+4})^2} = \frac{12-x}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$$

$\Rightarrow f'(0) = \frac{3}{2}$

- Câu 8.** Tính đạo hàm của hàm số $y = x^3 + 2x + 1$
- A. $y' = 3x^2 + 2x$ B. $y' = 3x^2 + 2$ C. $y' = 3x^2 + 2x + 1$ D. $y' = x^2 + 2$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 + 2$

- Câu 9.** Khẳng định nào sau đây **sai**

- A. $y = x \Rightarrow y' = 1$ B. $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2$
 C. $y = x^5 \Rightarrow y' = 5x$ D. $y = x^4 \Rightarrow y' = 4x^3$

Lời giải

Chọn C

+) Ta có: $y = x^n \Rightarrow y' = n \cdot x^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ do đó các mệnh đề A, B, D đúng.

Vì $y = x^5 \Rightarrow y' = 5x^4$ nên mệnh đề C sai.

Câu 10. Hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 4x + 2018$ có đạo hàm là

- A. $y' = 3x^2 - 4x + 2018$ B. $y' = 3x^2 - 2x - 4$
 C. $y' = 3x^2 - 4x - 4$ D. $y' = x^2 - 4x - 4$

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = -x^3 + 3mx^2 + 3(1 - m^2)x + m^3 - m^2$ (với m là tham số) bằng

- A. $3x^2 - 6mx - 3 + 3m^2$ B. $-x^2 + 3mx - 1 - 3m$
 C. $-3x^2 + 6mx + 1 - m^2$ D. $-3x^2 + 6mx + 3 - 3m^2$

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ là

- A. $y' = -4x^3 + 8x$ B. $y' = 4x^2 - 8x$ C. $y' = 4x^3 - 8x$ D. $y' = -4x^2 + 8x$

Lời giải

Chọn C

$$y' = (x^4 - 4x^2 - 3)' = 4x^3 - 8x$$

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x^4}{2} + \frac{5x^3}{3} - \sqrt{2x} + a^2$ (a là hằng số) bằng.

- A. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}} + 2a$ B. $2x^3 + 5x^2 + \frac{1}{2\sqrt{2x}}$
 C. $2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$ D. $2x^3 + 5x^2 - \sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 14. Hàm số nào sau đây có đạo hàm bằng $\frac{1}{\sqrt{2x}}$?

- A. $f(x) = 2\sqrt{x}$ B. $f(x) = \sqrt{x}$ C. $f(x) = \sqrt{2x}$ D. $f(x) = -\frac{1}{\sqrt{2x}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = (\sqrt{2x})' = \frac{1}{\sqrt{2x}}$.

Câu 15. Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm trên khoảng J và $v(x) \neq 0$ với $\forall x \in J$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $[u(x) + v(x)]' = u'(x) + v'(x)$ B. $\left[\frac{1}{v(x)}\right]' = \frac{v'(x)}{v^2(x)}$
 C. $[u(x) \cdot v(x)]' = u'(x) \cdot v(x) + v'(x) \cdot u(x)$ D. $\left[\frac{u(x)}{v(x)}\right]' = \frac{u'(x) \cdot v(x) - v'(x) \cdot u(x)}{v^2(x)}$

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 - \frac{1}{x}$.

- A. $y' = 2x - \frac{1}{x^2}$ B. $y' = x - \frac{1}{x^2}$ C. $y' = x + \frac{1}{x^2}$ D. $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x}{x-1}$

- A. $y' = \frac{2}{(x-1)^2}$ B. $y' = \frac{2}{(x-1)}$ C. $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$ D. $y' = \frac{-2}{(x-1)}$

Lời giải

Chọn C

$$y = \frac{2x}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$$

Câu 18. Hàm số $y = \frac{1}{x^2+5}$ có đạo hàm bằng:

- A. $y' = \frac{1}{(x^2+5)^2}$ B. $y' = \frac{2x}{(x^2+5)^2}$ C. $y' = \frac{-1}{(x^2+5)^2}$ D. $y' = \frac{-2x}{(x^2+5)^2}$

Lời giải

Chọn D

$$y' = \frac{-2x}{(x^2+5)^2}$$

Câu 19. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2017$. Bất phương trình $y' < 0$ có tập nghiệm là:

- A. $S = (-1; 1)$ B. $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
 C. $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; -1)$

Lời giải

Chọn A

$$y = x^3 - 3x + 2017 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3, y' < 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = x^4 + 2x^2 - 3$. Tìm x để $f'(x) > 0$?

- A. $-1 < x < 0$ B. $x < 0$ C. $x > 0$ D. $x < -1$

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4x > 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

Câu 21. Cho hàm số $u(x)$ có đạo hàm tại x là u' . Khi đó đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 u$ tại x là

- A. $y' = \sin 2u$ B. $y' = u' \sin 2u$ C. $y' = 2 \sin 2u$ D. $y' = 2u' \sin 2u$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = (\sin^2 u)' = 2 \sin u \cdot (\sin u)' = 2 \sin u \cdot \cos u \cdot u' = u' \sin 2u$$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - \cos x$

- A. $y' = 2 \cos x + \sin x$ B. $y' = \cos 2x + \sin x$
 C. $y' = 2 \cos 2x + \sin x$ D. $y' = 2 \cos x - \sin x$

Lời giải

Chọn C

$$y = \sin 2x - \cos x \Rightarrow y' = 2\cos 2x + \sin x$$

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = 4\sin 2x + 7\cos 3x + 9$ là

- A. $8\cos 2x - 21\sin 3x + 9$ B. $8\cos 2x - 21\sin 3x$
C. $4\cos 2x - 7\sin 3x$ D. $4\cos 2x + 7\sin 3x$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 8\cos 2x - 21\sin 3x$

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x + 3$ là:

- A. $f'(x) = \sin x - \cos x$ B. $f'(x) = \cos x + \sin x + 3$
C. $f'(x) = \cos x - \sin x$ D. $f'(x) = -\sin x - \cos x$

Lời giải

Chọn C.

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x + 1$ là

- A. $y' = -\sin 2x$ B. $y' = 2\sin 2x$ C. $y' = -2\sin 2x + 1$ D. $y' = -2\sin 2x$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \cos 2x + 1 \Rightarrow y' = (\cos 2x)' = -(2x)' \sin 2x + (1)' = -2\sin 2x$

Câu 26. Đạo hàm của hàm số $y = \cos(2x + 1)$ là:

- A. $y' = 2\sin(2x + 1)$ B. $y' = -2\sin(2x + 1)$ C. $y' = -\sin(2x + 1)$ D. $y' = \sin(2x + 1)$

Lời giải

Chọn B

$$y = \cos(2x + 1) \Rightarrow y' = -(2x + 1)' \cdot \sin(2x + 1) = -2\sin(2x + 1)$$

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là:

- A. $f'(x) = 2\sin x$ B. $f'(x) = 2\cos x$
C. $f'(x) = -\sin(2x)$ D. $f'(x) = \sin(2x)$

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = 2\sin x \cdot (\sin x)' = 2\sin x \cdot \cos x = \sin 2x$$

Câu 28. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \tan x$.

- A. $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$ B. $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ C. $y' = \cot x$ D. $y' = -\cot x$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = \tan x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 29. Tính đạo hàm của hàm số $y = x \sin x$

- A. $y = \sin x - x \cos x$ B. $y = x \sin x - \cos x$ C. $y = \sin x + x \cos x$ D. $y = x \sin x + \cos x$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính đạo hàm của một tích $(u.v)' = u'v + v'u$ ta có

$$(x \sin x)' = (x)' \sin x + x(\sin x)' = \sin x + x \cos x$$

Vậy $y = x \sin x \Rightarrow y' = \sin x + x \cos x$

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. \mathbb{R} C. $[0; +\infty)$ D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là \mathbb{R}

Câu 31. Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là

- A. $[0; +\infty)$ B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ C. $(0; +\infty)$ D. \mathbb{R}

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là $D = \mathbb{R}$.

Câu 32. Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ B. $[0; +\infty)$ C. $(0; +\infty)$ D. \mathbb{R}

Lời giải

Chọn D

Câu 33. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

A. $y' = \frac{\ln 10}{x}$

B. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$

C. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$

D. $y' = \frac{1}{x}$

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, ta được $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

Câu 34. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $2^{x^2-x} \cdot \ln 2$

B. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$

C. $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}$

D. $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = (x^2-x)' \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2 = (2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2$.

Câu 35. Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}$

B. $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}$

C. $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$

D. $3^{x^2-x} \cdot \ln 3$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$ nên $(3^{x^2-x})' = (2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3$.

Câu 36. Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

A. $y' = \frac{13^x}{\ln 13}$

B. $y' = x \cdot 13^{x-1}$

C. $y' = 13^x \ln 13$

D. $y' = 13^x$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 13^x \ln 13$.

Câu 37. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$

A. $y' = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$

B. $y' = \frac{1}{(2x+1) \ln 2}$

C. $y' = \frac{2}{2x+1}$

D. $y' = \frac{1}{2x+1}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (\log_2(2x+1))' = \frac{(2x+1)'}{(2x+1) \ln 2} = \frac{2}{(2x+1) \ln 2}$.

- Câu 38.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$
- A. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$ B. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$
- C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$ D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{(x+1)' \cdot 4^x - (x+1) \cdot (4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{4^x - (x+1) \cdot 4^x \cdot \ln 4}{(4^x)^2}$$

Ta có:

$$= \frac{4^x \cdot (1 - x \cdot \ln 4 - \ln 4)}{(4^x)^2} = \frac{1 - x \cdot 2 \ln 2 - 2 \ln 2}{4^x} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$$

- Câu 39.** Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

- A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}$ B. $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x)\ln 2}$
- C. $f'(x) = \frac{(2x - 2)\ln 2}{x^2 - 2x}$ D. $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x^2 - 2x)\ln 2} = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x)\ln 2}$$

- Câu 40.** Hàm số $y = 2^{x^2 - 3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x - 3)2^{x^2 - 3x} \ln 2$ B. $2^{x^2 - 3x} \ln 2$
- C. $(2x - 3)2^{x^2 - 3x}$ D. $(x^2 - 3x)2^{x^2 - 3x + 1}$

Lời giải

Chọn A

$$y' = (2^{x^2 - 3x})' = (2x - 3)2^{x^2 - 3x} \ln 2$$

- Câu 41.** Hàm số $y = 3^{x^2 - 3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x - 3) \cdot 3^{x^2 - 3x}$ B. $3^{x^2 - 3x} \cdot \ln 3$

C. $(x^2 - 3x).3^{x^2-3x-1}$ D. $(2x - 3).3^{x^2-3x}.\ln 3$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = (3^{x^2-3x})' = (2x - 3).3^{x^2-3x}.\ln 3$

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$

A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$

B. $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$

C. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$

D. $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x+1}}$

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$y' = (\ln(1 + \sqrt{x+1}))' = \frac{(1 + \sqrt{x+1})'}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1 + \sqrt{x+1})}$$

Câu 43. Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

A. $y' = 2e^{1-2x}$

B. $y' = -2e^{1-2x}$

C. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$

D. $y' = e^{1-2x}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = e^{1-2x} \cdot (1 - 2x)' = -2e^{1-2x}$$

Câu 44. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$

B. $y' = \frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$

Lời giải

Chọn B

$$y' = \frac{(x^2 + x + 1)'}{(x^2 + x + 1)\ln 3} = \frac{2x + 1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$$

Câu 45. Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$

A. $(2x+1)e^x$

B. $(2x+1)e^{x^2+x}$

C. $(2x+1)e^{2x+1}$

D. $(x^2 + x)e^{2x+1}$

Lời giải

Chọn B

$$(e^{x^2+x})' = e^{x^2+x} \cdot (x^2+x)' = (2x+1)e^{x^2+x}$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$

- A. $f'(1) = 1$ B. $f'(1) = \frac{1}{2 \ln 2}$ C. $f'(1) = \frac{1}{2}$ **D. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$**

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1) \cdot \ln 2} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$$

Câu 47. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + e^{2x})$

- A. $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$ B. $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$ C. $y' = \frac{1}{e^{2x} + 1}$ **D. $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1}$**

Lời giải

Ta có:
$$y' = [\ln(1 + e^{2x})]' = \frac{(1 + e^{2x})'}{1 + e^{2x}} = \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}}$$

Câu 48. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

- A. $y' = \frac{2-x}{2^x}$ B. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$
 C. $y' = \frac{x-2}{2^x}$ **D. $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$**

Lời giải

Ta có
$$y' = \frac{(1-x)' \cdot 2^x - (2^x)' \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{-1 \cdot 2^x - 2^x \cdot \ln 2 \cdot (1-x)}{(2^x)^2} = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$$

Câu 49. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 1)$

- A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 1) \ln 9}$ **B. $y' = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$** C. $y' = \frac{2x \ln 9}{x^2 + 1}$ D. $y' = \frac{2 \ln 3}{x^2 + 1}$

Lời giải

Ta có
$$y' = \frac{(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1) \ln 9} = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3^2} = \frac{2x}{(x^2 + 1) 2 \ln 3} = \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 3}$$

Câu 50. Tính đạo hàm hàm số $y = e^x \cdot \sin 2x$

A. $e^x (\sin 2x - \cos 2x)$ B. $e^x \cdot \cos 2x$

C. $e^x (\sin 2x + \cos 2x)$ D. $e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$

Lời giải

Chọn D

$$y' = (e^x \cdot \sin 2x)' = (e^x)' \cdot \sin 2x + e^x \cdot (\sin 2x)' = e^x \cdot \sin 2x + 2e^x \cdot \cos 2x = e^x (\sin 2x + 2 \cos 2x)$$

Câu 51. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $\frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

B. $\frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$

C. $\frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

D. $\frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{(x+1)' 4^x - (x+1)(4^x)'}{(4^x)^2} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$$

Câu 52. Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $\frac{x}{x+1}$

B. $1 + \frac{1}{x}$

C. $\frac{x}{1+x+\ln x}$

D. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$

Lời giải

$$y = \frac{1}{x+1+\ln x} \Rightarrow \frac{1}{y} = x+1+\ln x \Rightarrow \left(\frac{1}{y}\right)' = (x+1+\ln x)' \Leftrightarrow -\frac{y'}{y^2} = 1 + \frac{1}{x}$$

Câu 53. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x \cdot \frac{1}{e^x}$

A. $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$

B. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$

C. $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$

D. $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^x$

Lời giải

$$y' = 2^x (\ln 2)(\ln x) + \frac{2^x}{x} + \frac{1}{e^x} = \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$$

Ta có

Câu 54. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2 |x^2 - 2x|$ là

- A. $\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$ B. $\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$ C. $\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$ D. $\frac{2x-2}{|x^2-2x|\ln 2}$

Lời giải

Ta có
$$f'(x) = \frac{(x^2-2x)'}{(x^2-2x)\ln 2} = \frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$$

Câu 55. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\ln(\ln x)}$ là:

- A. $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ B. $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\ln(\ln x)}}$
C. $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$ D. $f'(x) = \frac{1}{\ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$

Lời giải

Áp dụng các công thức $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$ và $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$ ta có $f'(x) = \frac{1}{2x \ln x \sqrt{\ln(\ln x)}}$.

Câu 56. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là:

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ B. $y' = \frac{\ln 2}{x}$ C. $y' = \frac{1}{x}$ D. $y' = \frac{1}{2x}$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng quy tắc tính đạo hàm hàm logarit ta có:
$$y' = (\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$$

Câu 57. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$ B. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$ C. $y' = \frac{\ln 3}{x}$ D. $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$y' = (\log_3 x)' = \frac{1}{x \ln 3}$$

Câu 58. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là:

- A. $y' = \frac{x-1}{\ln 2}$ B. $y' = \frac{1}{\ln 2}$ C. $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$ D. $y' = \frac{1}{x-1}$

Lời giải

$$y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$$

Ta có

Câu 59. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là

A. $y' = -\frac{1}{\ln 3}$

B. $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$

C. $y' = \frac{1}{(x+1)}$

D. $y' = \frac{x+1}{\ln 3}$

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là $y' = \frac{1}{(x+1)\ln 3}$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 60. Cho $f(x) = x^5 + x^3 - 2x - 3$. Tính $f'(1) + f'(-1) + 4f'(0)$?
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

Lời giải:

Chọn A

⊛ Phương pháp tự luận:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 5x^4 + 3x^2 - 2$

$$\Rightarrow f'(1) = 6; f'(-1) = 6; f'(0) = -2 \Rightarrow f'(1) + f'(-1) + 4f'(0) = 4$$

⊛ Phương pháp trắc nghiệm: Sử dụng Casio

$$\text{Bấm } \left. \frac{d(x^5 + x^3 - 2x - 3)}{dx} \right|_{x=1} + \left. \frac{d(x^5 + x^3 - 2x - 3)}{dx} \right|_{x=-1} - 4 \left. \frac{d(x^5 + x^3 - 2x - 3)}{dx} \right|_{x=0} = 4$$

Câu 61. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 5)\sqrt{x}$

A. $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

B. $y' = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

C. $y' = 3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$

D. $y' = 3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 \cdot \sqrt{x} + (x^3 - 5) \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3x^2 \sqrt{x} + \frac{1}{2} x^2 \sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} x^2 \sqrt{x} - \frac{5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2} \sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$$

- Câu 62.** Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:
- A. $\frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. B. $\frac{1+3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. C. $\frac{1-3x}{x^2+1}$. D. $\frac{2x^2-x-1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{\sqrt{x^2+1} \cdot (x+3)' - (x+3) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1-3x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

- Câu 63.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+3}$. Tính giá trị của biểu thức $S = f(1) + 4f'(1)$.
- A. $S = 4$. B. $S = 2$. C. $S = 6$. D. $S = 8$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } f(x) = \sqrt{x^2+3} \Rightarrow f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$$

$$\text{Vậy } S = f(1) + 4f'(1) = 4$$

- Câu 64.** Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2+5x-4}$. Đạo hàm y' của hàm số là
- A. $y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. B. $y' = \frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

C. $y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$. D. $y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \left(\sqrt{2x^2+5x-4}\right)' = \frac{(2x^2+5x-4)'}{2\sqrt{2x^2+5x-4}} = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$$

- Câu 65.** Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x^2-3x+7}{x^2+2x+3}$.
- A. $y' = \frac{-7x^2+2x+23}{(x^2+2x+3)^2}$. B. $y' = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)^2}$.

C. $y' = \frac{7x^2-2x-23}{(x^2+2x+3)}$. D. $y' = \frac{8x^3+3x^2+14x+5}{(x^2+2x+3)^2}$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \frac{2x^2 - 3x + 7}{x^2 + 2x + 3} \Rightarrow y' = \frac{(4x - 3)(x^2 + 2x + 3) - (2x + 2)(2x^2 - 3x + 7)}{(x^2 + 2x + 3)^2} = \frac{7x^2 - 2x - 23}{(x^2 + 2x + 3)^2}$$

Câu 66. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+a}{x-b}$ ($a, b \in \mathbb{R}; b \neq 1$). Ta có $f'(1)$ bằng:

- A. $\frac{-a+2b}{(b-1)^2}$ B. $\frac{a-2b}{(b-1)^2}$ C. $\frac{a+2b}{(b-1)^2}$ D. $\frac{-a-2b}{(b-1)^2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = \frac{2(x-b) - 2x-a}{(x-b)^2} = \frac{-a-2b}{(x-b)^2}$

Câu 67. Cho $f(x) = \sqrt{1-4x} + \frac{1-x}{x-3}$. Tính $f'(x)$.

- A. $\frac{2}{\sqrt{1-4x}} - \frac{2}{x-3}$ B. $\frac{2}{\sqrt{1-4x}} - \frac{2}{(x-3)^2}$
C. $\frac{1}{2\sqrt{1-4x}} + 1$ D. $\frac{-2}{\sqrt{1-4x}} + \frac{2}{(x-3)^2}$

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \left(\sqrt{1-4x} + \frac{1-x}{x-3} \right)' = (\sqrt{1-4x})' + \left(\frac{1-x}{x-3} \right)'$$
$$= \frac{(1-4x)'}{2\sqrt{1-4x}} + \frac{(1-x)'(x-3) - (1-x)(x-3)'}{(x-3)^2} = \frac{-2}{\sqrt{1-4x}} + \frac{2}{(x-3)^2}$$

Câu 68. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là

- A. $y' = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$ B. $y' = \frac{8x^2+4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$ C. $y' = \frac{4x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$ D. $y' = \frac{6x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \frac{(2x-1)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}}$

$$= \frac{4x^2+4x+4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}} = \frac{8x^2+4x-1}{2\sqrt{x^2+x}}$$

Vậy $y' = \frac{8x^2 + 4x - 1}{2\sqrt{x^2 + x}}$.

Câu 69. Đạo hàm của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 7)^7$ là

A. $y' = 7(-2x + 3)(-x^2 + 3x + 7)^6$

B. $y' = 7(-x^2 + 3x + 7)^6$

C. $y' = (-2x + 3)(-x^2 + 3x + 7)^6$

D. $y' = 7(-2x + 3)(-x^2 + 3x + 7)^6$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 7(-x^2 + 3x + 7)^6 (-x^2 + 3x + 7)' = 7(-2x + 3)(-x^2 + 3x + 7)^6$

Câu 70. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^3$ bằng

A. $y' = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

B. $y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

C. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

D. $y' = 6\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

Lời giải

Chọn A

$y' = 3\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)' \left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2 = 6\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^2$

Câu 71. Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$

B. $y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$

C. $y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{8}{3}}$

D. $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$

Lời giải

$y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{1}{3}-1} (x^2+x+1)' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$

Ta có

Câu 72. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng:

A. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$

B. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$

C. $6x^5 + 16x^3$

D. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$

Lời giải

$$y' = 2(x^3 - 2x^2) \cdot (x^3 - 2x^2)' = 2(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3$$

Câu 73. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2 - 3x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $\frac{-3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$ B. $\frac{1}{2\sqrt{2 - 3x^2}}$ C. $\frac{-6x^2}{2\sqrt{2 - 3x^2}}$ D. $\frac{3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$

Lời giải

Ta có $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

$$f'(x) = (\sqrt{2 - 3x^2})' = \frac{(2 - 3x^2)'}{2\sqrt{2 - 3x^2}} = \frac{-6x}{2\sqrt{2 - 3x^2}} = \frac{-3x}{\sqrt{2 - 3x^2}}$$

Câu 74. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là

- A. $[-1; 5]$ B. \emptyset
C. $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$ D. $(-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

$$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x \Rightarrow y' = x^2 - 4x - 5$$

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$$

Câu 75. Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x - 5$ với m là tham số. Tìm tập hợp M tất cả các giá trị của m để $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt:

- A. $M = (-3; 3)$ B. $M = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$
C. $M = \mathbb{R}$ D. $M = (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn D

$$y = x^3 + mx^2 + 3x - 5 \Rightarrow y' = 3x^2 + 2mx + 3$$

$$y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow m < -3 \vee 3 < m$$

Câu 76. Cho hàm số $y = (m - 1)x^3 - 3(m + 2)x^2 - 6(m + 2)x + 1$. Tập giá trị của m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

- A. $[3; +\infty)$ B. \emptyset C. $[4\sqrt{2}; +\infty)$ D. $[1; +\infty)$

Lời giải:

- A. $0 \leq m \leq \frac{12}{5}$ B. $0 < m < \frac{12}{5}$ C. $0 \leq m < \frac{12}{5}$ D. $0 < m \leq \frac{12}{5}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = mx^2 - mx + (3 - m)$

+ Nếu $m = 0$ thì $f'(x) = 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (thỏa mãn)

+ Nếu $m \neq 0$ thì $f'(x) = mx^2 - mx + (3 - m)$ là tam thức bậc hai,

$$f'(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = m^2 - 4m(3 - m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 5m^2 - 12m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{12}{5}$$

Vậy $0 \leq m < \frac{12}{5}$.

- Câu 80.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9}$. Tập hợp các giá trị của x để $f'(x) < 0$ là
- A. $\left(\frac{7}{5}; +\infty\right)$ B. $\left(-\infty; \frac{7}{5}\right)$ C. $\left(\frac{7}{5}; \frac{9}{5}\right)$ D. $\left[1; \frac{7}{5}\right)$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

Ta có $f(x) = \sqrt{-5x^2 + 14x - 9} \Rightarrow f'(x) = \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}}, \forall x \in \left[1; \frac{9}{5}\right]$.

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{-5x + 7}{\sqrt{-5x^2 + 14x - 9}} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5x + 7 < 0 \\ 1 < x < \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{7}{5} < x < \frac{9}{5}$$

- Câu 81.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) \geq f(x)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$. Vậy $f'(x) \geq f(x) \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq \sqrt{x^2-2x} \Leftrightarrow \frac{-x^2+3x-1}{\sqrt{x^2-2x}} \geq 0$.

Với $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$, ta có: $\frac{-x^2 + 3x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x}} \geq 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right]$

Kết hợp với điều kiện $x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$, ta có: $x \in \left(2; \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right]$. Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên suy ra $x \in \emptyset$.
 Vậy $S = \emptyset$.

Câu 82. Cho $\left(\frac{3 - 2x}{\sqrt{4x - 1}} \right)' = \frac{ax - b}{(4x - 1)\sqrt{4x - 1}}$, $\forall x > \frac{1}{4}$. Tính $\frac{a}{b}$.
 A. -16. B. -4. C. -1. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Với $\forall x > \frac{1}{4}$, ta có:

$$\left(\frac{3 - 2x}{\sqrt{4x - 1}} \right)' = \frac{(3 - 2x)' \sqrt{4x - 1} - (3 - 2x)(\sqrt{4x - 1})'}{(4x - 1)} = \frac{-2\sqrt{4x - 1} - \frac{6 - 4x}{\sqrt{4x - 1}}}{(4x - 1)} = \frac{-4x - 4}{(4x - 1)\sqrt{4x - 1}}$$

Do đó $a = -4, b = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1$.

Câu 83. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 1}$. Nghiệm của phương trình $y' \cdot y = 2x + 1$ là:
 A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. Vô nghiệm. D. $x = -1$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Khi đó ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

Nghiệm của phương trình $y' \cdot y = 2x + 1 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt{x^2 - 1} = 2x + 1$ suy ra $x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = -1$.

Tuy nhiên do điều kiện xác định nên phương trình vô nghiệm.

Trình bày lại

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. Khi đó ta có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

Nghiệm của phương trình $y' \cdot y = 2x + 1 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \cdot \sqrt{x^2 - 1} = 2x + 1$ ĐK: $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$\Leftrightarrow x = 2x + 1 \Leftrightarrow x = -1$: Không thỏa mãn.

KL: phương trình vô nghiệm.

$$y' = \frac{5m - 2}{(x + 5m)^2}$$

Ta có

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 2 > 0 \\ -10 \leq -5m \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{5} < m \leq 2$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn YCBT

Câu 88. Đạo hàm của hàm số $y = \cos \sqrt{x^2 + 1}$ là

A. $y' = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$

B. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$

C. $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$

D. $y' = -\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$

Lời giải

Chọn A

$$y' = -(\sqrt{x^2 + 1})' \cdot \sin \sqrt{x^2 + 1} = -\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \sin \sqrt{x^2 + 1}$$

Câu 89. Đạo hàm của hàm số $y = \tan x - \cot x$ là

A. $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$

B. $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$

C. $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$

D. $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$

Lời giải

Chọn B

$$y = \tan x - \cot x \Rightarrow y' = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{4}{\sin^2 2x}$$

Câu 90. Biết hàm số $y = 5 \sin 2x - 4 \cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a \sin 5x + b \cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng

A. -30.

B. 10.

C. -1.

D. -9.

Lời giải

Chọn B

$$y' = 20 \sin 5x + 10 \cos 2x$$

Vậy $a - b = 10$.

Câu 91. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$.

A. $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$

B. $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$

C. $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$

D. $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-2 \sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$$

$$\text{Vậy } y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$$

Câu 92. Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$

C. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$

D. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } y' = 2 \cdot \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} + 2 \cdot \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$$

Câu 93. Đạo hàm của hàm số $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right)$ là:

A. $-4 \cos 4x$

B. $4 \cos 4x$

C. $4 \sin 4x$

D. $-4 \sin 4x$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - 4x\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 4x\right) = -\cos 4x \quad y' = (-\cos 4x)' = 4 \sin 4x$$

Câu 94. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x - 2 \cos x + 1$

A. $y' = -2 \cos 2x + 2 \sin x$

B. $y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x$

C. $y' = 2 \cos 2x - 2 \sin x$

D. $y' = -\cos 2x - 2 \sin x$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 2 \cos 2x + 2 \sin x$$

Câu 95. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\cos 2x}$

A. $y' = \frac{\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$. B. $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. C. $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$. D. $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = \frac{(\cos 2x)'}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-2\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}} = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Vậy $y' = \frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$.

Câu 96. Biết hàm số $y = 5\sin 2x - 4\cos 5x$ có đạo hàm là $y' = a\sin 5x + b\cos 2x$. Giá trị của $a - b$ bằng:
A. -30 . B. 10 . C. -1 . D. -9 .

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 10\cos 2x + 20\sin 5x$. Suy ra: $\begin{cases} a = 20 \\ b = 10 \end{cases}$. Vậy $a - b = 10$

Câu 97. Cho hàm số $f(x) = a\cos x + 2\sin x - 3x + 1$. Tìm a để phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm.
A. $|a| < \sqrt{5}$. B. $|a| \geq \sqrt{5}$. C. $|a| > 5$. D. $|a| < 5$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x) = 2\cos x - a\sin x - 3 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow 4 + a^2 \geq 9 \Leftrightarrow a^2 \geq 5 \Leftrightarrow |a| \geq \sqrt{5}$.

Câu 98. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 3x$ là
A. $y = \sin 3x$. B. $y = -3\sin 3x$. C. $y = 3\sin 3x$. D. $y = -\sin 3x$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = \cos 3x$.

Ta có $y' = (\cos 3x)' = -(3x)' \sin 3x = -3\sin 3x$.

Vậy $y' = -3\sin 3x$.

Câu 99. Cho $f(x) = \sin^3 ax$, $a > 0$. Tính $f'(\pi)$
A. $f'(\pi) = 3\sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$. B. $f'(\pi) = 0$.
C. $f'(\pi) = 3a\sin^2(a\pi)$. D. $f'(\pi) = 3a \cdot \sin^2(a\pi) \cdot \cos(a\pi)$.

Lời giải

$$f(x) = \sin^3 ax \Rightarrow f'(x) = 3a \sin^2 ax \cos ax$$

$$\Rightarrow f'(\pi) = 3a \sin^2 a\pi \cdot \cos a\pi = 0$$

Câu 100. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(x)$

- A. $f'(x) = 2 \sin 2x$ B. $f'(x) = \cos 2x$ C. $f'(x) = 2 \cos 2x$ D. $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$

Lời giải

Ta có $f(x) = \sin 2x$, suy ra $f'(x) = 2 \cos 2x$

Câu 101. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{\cos 4x}{2} + 3 \sin 4x$

- A. $y' = 12 \cos 4x - 2 \sin 4x$ B. $y' = 12 \cos 4x + 2 \sin 4x$
 C. $y' = -12 \cos 4x + 2 \sin 4x$ D. $y' = 3 \cos 4x - \frac{1}{2} \sin 4x$

Lời giải

Ta có $y' = -2 \sin 4x + 12 \cos 4x$

Câu 102. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 2x - \cos 3x$

- A. $f'(x) = 2 \sin 4x - 3 \sin 3x$ B. $f'(x) = 2 \sin 4x + 3 \sin 3x$
 C. $f'(x) = \sin 4x + 3 \sin 3x$ D. $f'(x) = 2 \sin 2x + 3 \sin 3x$

Lời giải

$$f'(x) = 2 \sin 2x \cdot (\sin 2x)' + 3 \sin 3x = 2 \cdot 2 \cdot \sin 2x \cdot \cos 2x + 3 \sin 3x = 2 \sin 4x + 3 \sin 3x$$

Câu 103. Cho $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x$. Khi đó $f'(x)$ bằng

- A. $1 - \sin 2x$ B. $-1 + 2 \sin 2x$ C. $-1 + \sin x \cdot \cos x$ D. $1 + 2 \sin 2x$

Lời giải

Ta có $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - x = -\cos 2x - x \Rightarrow f'(x) = 2 \sin 2x - 1$

Câu 104. Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

- A. -2 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. $-\frac{1}{2}$

Lời giải

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{1 + \sin x} \Rightarrow f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{1 + \sin \frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2}$$

Ta có

Câu 105. Cho hàm số $y = \cos 3x \cdot \sin 2x$. Tính $y'\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Ta có $y' = (\cos 3x)' \cdot \sin 2x + \cos 3x \cdot (\sin 2x)' = -3 \sin 3x \cdot \sin 2x + 2 \cos 3x \cdot \cos 2x$.

Do đó $y'\left(\frac{\pi}{3}\right) = -3 \sin \pi \cdot \sin \frac{2\pi}{3} + 2 \cos \pi \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = 1$.

Câu 106. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cos^2 x$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Có: $y = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 \sin^2 x \cos^2 x = 1$.
 $\Rightarrow y' = 0$.

Câu 107. Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, hàm số $y = 2\sqrt{\sin x} - 2\sqrt{\cos x}$ có đạo hàm là?

A. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

B. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} + \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

C. $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

D. $y' = \frac{1}{\sqrt{\sin x}} - \frac{1}{\sqrt{\cos x}}$.

Lời giải

Ta có: $y' = 2 \cdot \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}} + 2 \cdot \frac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}} = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} + \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$.

Câu 108. Cho hàm số $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + f'(3) + \dots + f'(2017)$.

A. $S = \frac{4035}{2018}$

B. $S = \frac{2017}{2018}$

C. $S = \frac{2016}{2017}$

D. $S = 2017$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = \ln 2018 + \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

$$\text{Do đó } S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018} = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}$$

Câu 109. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

- A. $\ln 2018$. B. 1. C. 2018. D. $\frac{2018}{2019}$.

Lời giải

$$f'(x) = \left(\ln \frac{2018x}{x+1} \right)' = \frac{1}{\frac{2018x}{x+1}} \cdot \left(\frac{2018x}{x+1} \right)' = \frac{x+1}{2018x} \cdot \frac{2018}{(x+1)^2} = \frac{1}{x(x+1)}$$

Ta có:

$$\text{Vậy } S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$$

$$= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019} = 1 - \frac{1}{2019} = \frac{2018}{2019}$$

Câu 110. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2019} |x|, x \neq 0$.

- A. $y' = \frac{1}{|x| \ln 2019}$. B. $y' = \frac{1}{|x|}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 2019}$. D. $y' = x \ln 2019$.

Lời giải

$$y = \log_{2019} |x| = \begin{cases} \log_{2019} x & , \text{ khi } x > 0 \\ \log_{2019} (-x) & , \text{ khi } x < 0 \end{cases}$$

$$y' = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2019} & , \text{ khi } x > 0 \\ \frac{-1}{(-x) \ln 2019} & , \text{ khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 2019}$$

Câu 111. Cho hàm số $f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+2} \right)$. Tổng $f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021)$ bằng

- A. $\frac{4035}{2021}$. B. $\frac{2021}{2022}$. C. 2021. D. $\frac{2022}{2023}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+2} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{x(x+2)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$$

Vậy

$$f'(1) + f'(3) + f'(5) + \dots + f'(2021) = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2023}$$

$$= 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}.$$

- Câu 112.** Phương trình $f'(x) = 0$ với $f(x) = \ln\left(x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2}\right)$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 0 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2} > 0$

Ta có: $f'(x) = \frac{4x^3 - 12x^2 + 8x}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

Đổi chiều điều kiện ta được $x = 1$.

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm.

- Câu 113.** Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4}$. Tính giá trị của biểu thức $P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019)$

- A.** $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{2024}{2023}$. **C.** $\frac{2022}{2023}$. **D.** $\frac{2020}{2023}$.

Lời giải

Chọn C

Với $x \in [0; +\infty)$ ta có $x+1 > 0$ và $x+4 > 0$ nên $f(x) = \ln \frac{x+1}{x+4} = \ln(x+1) - \ln(x+4)$

Từ đó $f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4}$.

Do đó $P = f'(0) + f'(3) + f'(6) + \dots + f'(2019)$

$$= \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2020} - \frac{1}{2023}\right) = 1 - \frac{1}{2023} = \frac{2022}{2023}$$

- Câu 114.** Cho hàm số $y = f(x) = (2m - 1)e^x + 3$. Giá trị của m để $f'(-\ln 3) = \frac{5}{3}$ là

- A.** $m = \frac{7}{9}$. **B.** $m = \frac{2}{9}$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = (2m - 1)e^x$$

$$\Rightarrow f'(-\ln 3) = (2m - 1)e^{-\ln 3} = \frac{2m - 1}{e^{\ln 3}} = \frac{2m - 1}{3}$$

$$f'(-\ln 3) = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{2m - 1}{3} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow m = 3$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>