

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

PHẦN TRẮC NGHIỆM

TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$?

- A. $m \in (-1; 1)$ B. $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$ C. $m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$ D. $m \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$

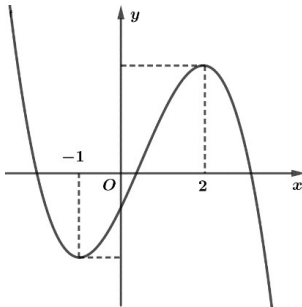
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$+\infty$	1

Số nghiệm thực của phương trình $2|f(x)| - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x) = f(x^2 + x) - 4x^3 + 3x^2 + 6x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ B. $(-2; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			0		$-\infty$

Hỏi hàm số $y = f(3 - x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(2; 4)$. C. $(-4; 0)$. D. $(-4; -2)$.

Câu 5. Tìm tất cả tham số m để đồ thị hàm số sau $y = x^4 + 2(m+1)x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị?

- A. $m < -1$. B. $m < 1$. C. $m \geq -1$. D. $m \geq 1$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - 6(m+2)x + m$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

- A. $m \geq 2$. B. $m \geq 0$. C. $m \leq -\frac{1}{4}$. D. $m \geq \frac{1}{4}$.

Câu 7. Trên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

- A. 1 . B. 2 . C. 0 . D. 4 .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	6	$+\infty$	

Cho 3 phát biểu:

- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $x = 2$.
- Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $y = 2x + 2$.
- Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm phía trên trục hoành.

Hỏi có bao nhiêu phát biểu đúng?

- A. 1 . B. 0 . C. 3 . D. 2 .

Câu 9. Điểm nào dưới đây là điểm cực trị của hàm số $y = |x - 1|$

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

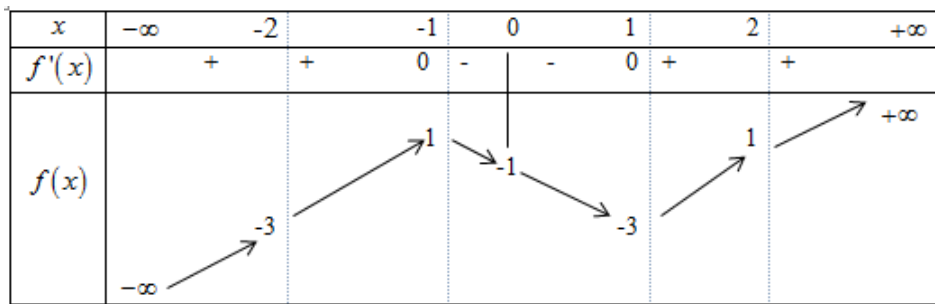
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 4x + 1)$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 5.

Câu 11. : Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m^2 + 3}{2}x^2 - (m^3 + m - 2)x + m^2$ có điểm cực tiểu, điểm cực đại lần lượt là x_{CT} , x_{CD} . Số giá trị nguyên trong đoạn $[-9; 9]$ của m thỏa mãn $x_{CT} < x_{CD}^2$ là

- A. 8. B. 9. C. 6. D. 11.

Câu 12. Cho hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $g(x) = f(f(2(x) + 1))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 8. B. 5. C. 7. D. 6.

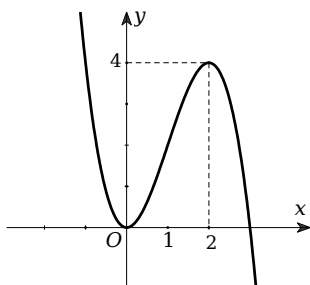
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x^2 - 1)(x - 3)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 1.

Câu 14. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2024; 2024]$ để hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 2024. B. 2019. C. 2020. D. 0.

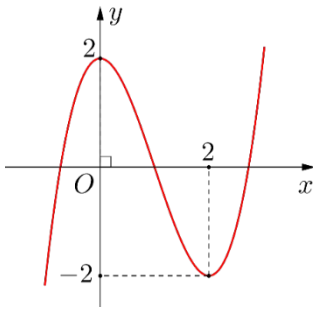
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3)$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

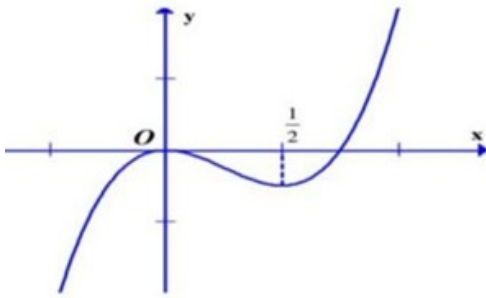
Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -\sqrt{2})$. B. $(0; \sqrt{2})$. C. $(-\sqrt{2}; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $f(\sin x)$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

- A. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$. C. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ với a, b là các số thực thỏa mãn $\begin{cases} a + b > 0 \\ 4a + 2b + 7 < 0 \end{cases}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(|x|)|$ là

- A. 11. B. 9. C. 7. D. 5.

Câu 19. Hàm số $y = |x^3 + 3x|$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \cos 2x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m > 4$. B. $m < 2$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq 2$.

Câu 21. Một bể ban đầu chứa 150 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 50 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan). Đặt $f(t)$ gam/lít là nồng độ chất khử trùng trong bể sau t phút ($t \geq 0$), biết rằng sau khi khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(t)$, ta thấy giá trị $f(t)$ tăng theo t nhưng không vượt ngưỡng P gam/lít. Tìm số P (kết quả thể hiện dưới dạng số thập phân).

- A. $P = 0,4$. B. $P = 0,3$. C. $P = 0,2$. D. $P = 0,1$.

Câu 22. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng nào thì năng lượng tiêu hao của cá giảm?

A. $(6;10)$

B. $(6;12)$

C. $(6;9)$

D. $(9;20)$

Câu 23. Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả số lượng cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ thuộc khoảng nào dưới đây để cân nặng trung bình của số cá đó tăng?

A. $(0;20)$

B. $(0;30)$

C. $(12;50)$

D. $(0;12)$

Câu 24. Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t); v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t . Trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm tăng, trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm giảm?

A. Vận tốc tăng trong khoảng thời gian $t \in (3;10)$ và giảm trong khoảng thời gian $t \in (1;3)$.

B. Vận tốc giảm trong khoảng thời gian $t \in (2;10)$ và tăng trong khoảng thời gian $t \in (0;2)$.

C. Vận tốc tăng trong khoảng thời gian $t \in (1;2)$ và giảm trong khoảng thời gian $t \in (0;1)$.

D. Vận tốc tăng trong khoảng thời gian $t \in (2;10)$ và giảm trong khoảng thời gian $t \in (0;2)$.

Câu 25. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3, t = 0, 1, 2, \dots, 25$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xác định khoảng thời gian mà tốc độ truyền bệnh giảm?

A. $(0;15)$

B. $(0;10)$

C. $(15;25)$

D. $(10;25)$

PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \log_5(x^2 + 4x)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$f'(x) = \frac{2x+4}{(x^2+4x)\log 5}$$

a)

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

c) Hàm số $y = f(e^x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

d) Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$.

Câu 2. Xét hàm số $y = x + 2\sin x$ trên khoảng $(0; \pi)$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số không có cực tiểu.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

$$x = \frac{2\pi}{3}$$

c) Hàm số đạt cực đại tại

$$\left(\frac{2\pi}{3}; \pi \right)$$

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng

$$y = \frac{mx+16}{x+m}$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{mx+16}{x+m}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số nghịch biến trên $(-2; 3)$ là 5
- b) Với $m \in [-4; 4]$ thì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định
- c) Với $m = 4$ thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó
- d) Có 4 giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Câu 4. Cho hàm số $y = \log_2(x^3 + 2x^2 + x + 2)$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số có tập xác định là $(-2; +\infty)$.
- b) Hàm số đồng biến trên $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$.
- c) Đồ thị hàm số (C) có hai điểm cực trị.
- d) Giả sử đồ thị hàm số (C) có hai điểm cực trị là A, B . Một điểm M thay đổi trên đường thẳng $(d): 3x + y + 1 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + MB$ thuộc khoảng $(0, 5; 1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
- b) Tập xác định của hàm số là $(1; +\infty)$.
- c) Hàm số có đạo hàm là $y' = 3x^2 + 6x + 9$.
- d) Đồ thị hàm số đạt cực trị tại 2 điểm A, B . Chu vi của tam giác OAB bằng $3\sqrt{193} + 4\sqrt{65} + \sqrt{101}$ (với O là gốc tọa độ).

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x^2 - 3x + m, \forall x \in \mathbb{R}, m \in [-2024; 2024]$. Các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a) Với $0 < m < 9$ thì hàm số có hai điểm cực trị dương.
- b) Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ là $m = -10$.
- c) Có 2022 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có đúng 1 điểm cực trị.
- d) Với $m \leq 9$ thì hàm số 2 điểm cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

- a) Hàm số $g(x) = f(3 - 2x) + 2025$ có 1 điểm cực tiểu.
- b) Hàm số $g(x) = f(3 - 2x) + 2025$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- c) Hàm số $g(x) = f(3 - 2x) + 2025$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$.
- d) Hàm số $g(x) = f(3 - 2x) + 2025$ có 3 điểm cực trị.

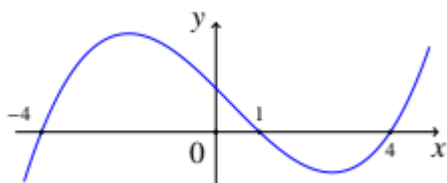
Câu 8. Cho hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx + 1$ có đồ thị (C) với m là tham số.

- a) Với $m = 0$, hàm số (C) nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- b) Với mọi giá trị của tham số m , đồ thị hàm số (C) luôn có hai điểm cực trị.
- c) Với $m = 0$, đồ thị hàm số (C) có điểm cực tiểu là $(0; 1)$.
- d) Với $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ thì hàm số (C) luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$.

- a) Có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- b) Có 3 giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
- c) $f(0) = 3$.
- d) Với $m = 6$, thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



- a) Hàm số nghịch biến trên $(-4; 1)$.
- b) Hàm số $y = f(2x - x^2)$ đồng biến trên $(4; 20)$.
- c) Hàm số $y = f(2x - x^2)$ có 1 điểm cực đại.
- d) Hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị (C) và A, B là hai điểm cực trị của (C) .

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

a)

b) A và B đối xứng nhau qua đường thẳng Δ có phương trình là $x + 2y + 4 = 0$.

c) Đường thẳng AB có phương trình là $y = 2x + 1$.

d) A và B nằm ở hai phía của trục tung.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

a) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC là 12 với $C(-1; 2)$.

b) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

d) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là x_1, x_2 . Khi đó giá trị $x_1 \cdot x_2 = -1$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		0		1		$-\infty$

a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$.

b) Hàm số $y = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

c) Có 5 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^2 - m)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

d) Hàm số $y = f(x) + n, n \in \mathbb{R}$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1 + n)$ và $(2 + n; +\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số bậc bốn trùng phương $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		1		-1		$+\infty$

a) Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực tiểu là 2.

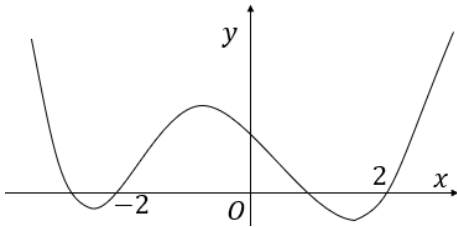
$$y = \frac{1}{x^4} [f(x) - 1]^4$$

b) Số điểm cực trị của hàm số là 5.

c) Hàm số $f(2x)$ nghịch biến trên $(0;1)$

d) Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



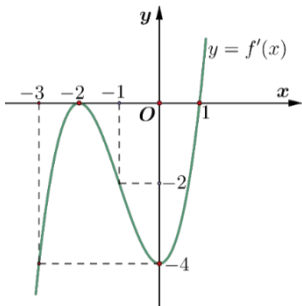
a) Hàm số đã cho có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

b) Số điểm cực trị của hàm số $h(x) = |f(x)|$ là 7.

c) Hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

d) Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(|x|)$ là 7.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2})$.

d) $f'(2) = 4$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)(x^2+9)$.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; +\infty)$

b) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

c) Hàm số $y = f(|x|)$ có 1 điểm cực trị.

d) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	2	$-\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = f(2x - 1)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.

c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		2		3	

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches $-\infty$ and $+\infty$. The horizontal axis represents x with critical points at $-\infty$, -1 , 0 , 1 , and $+\infty$. The vertical axis represents y with values $-\infty$, 2 , and 3 .

The function y is defined by the following intervals and values:

- For $x < -1$, y increases from $-\infty$ towards 2 .
- At $x = -1$, $y = 2$.
- For $-1 < x < 0$, y decreases from 2 towards $-\infty$.
- At $x = 0$, $y = -\infty$.
- For $0 < x < 1$, y increases from $-\infty$ towards 3 .
- At $x = 1$, $y = 3$.
- For $x > 1$, y decreases from 3 towards 2 .

a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

d) Hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + mx + 1$.

a) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $m = 5$.

b) Khi $m \geq 4$ thì hàm số đồng biến trên $(1, 4)$.

c) Để hàm số có 2 cực trị thì $m < 4$.

d) Hàm số có cực trị khi $m = 5$.

Câu 21. Người ta muốn làm một cái hộp hình chữ nhật không có nắp có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích 100 cm^3 . Giả sử giá tiền vật liệu làm đáy hộp là $10000 \text{ VNĐ}/m^2$ và giá tiền vật liệu làm mặt bên là 5000

VNĐ/ m^2 . Gọi x (cm) là chiều rộng, y (cm) chiều cao của hộp và T là tổng tiền chi phí để làm hộp. Xác định tính **đúng/sai** của các khẳng định sau:

- a) Tổng tiền chi phí làm hộp là $T = 2x^2 + \frac{150}{x}$ (VNĐ).
- b) Thể tích khối hộp đã cho là: $V = 2x^2y$ (cm^3)
- c) Để chi phí làm hộp nhỏ nhất thì chiều cao của hộp là 4,47 (cm)
- d) Giá tiền vật liệu làm đáy hộp là $20000x^2$ (VNĐ)

Câu 22. Cho 200 gam dung dịch muối nồng độ 10%, giả sử thêm vào dung dịch x (gam) muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ được biểu diễn bởi hàm số $f(x)(\%)$.

$$f(x) = \frac{100(x+10)}{x+200}$$

- a) Hàm số
- b) Để nồng độ muối của dung dịch đạt 25% cần thêm vào 50 gam muối.

$$f(x) \quad (0; +\infty)$$

- c) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng

- d) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng nhưng nồng độ không vượt quá 100%

Câu 23. Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất x (m^3) nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất x (m^3) sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó

a) $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$

- b) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

c) $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$

- d) Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tính khiết trong ngày không vượt quá $100 m^3$.

Câu 24. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} \left(30t^3 - \frac{t^4}{4} \right)$ (lít) với $(0 \leq t \leq 90)$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi công thức $f(t) = V'(t)$. Xác định tính **đúng/sai** của các khẳng định sau:

- a) Tốc độ bơm nước tại thời điểm t là $f(t) = 90t^2 - t^3$.

b) Thể tích nước của bể bơi sau 20 phút bơm là 2000 (lít).

c) Tốc độ bơm lớn nhất tại thời điểm $t = 60$ (phút).

d) Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 70 đến phút thứ 90.

PHẦN TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để ứng với mỗi giá trị m đó hàm số $y = \log_2^3 x - m \log_2^2 x + (4m - 15) \log_2 x + m$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(3 - x)$ có số điểm cực đại là?

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2024; 2024]$ để hàm số $y = \frac{\sin x + m}{\sin x - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 4. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

$$y = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$$

Tìm số điểm cực đại của hàm số.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-8; 8]$ để hàm số $y = |x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3m(m + 4)x + 5|$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

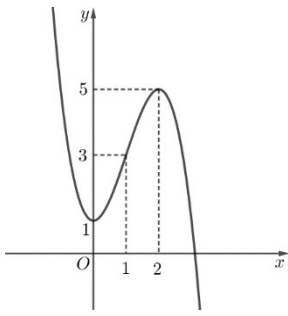
Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1; 20]$ sao cho ứng với mỗi m , hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - m - 1}{3x - m}$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$?

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 5)$. Hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 4x)$ đồng biến trên $(a; b)$ và $(5; +\infty)$, nghịch biến trên $(-\infty; a)$ và $(b; 5)$. Tính giá trị của $3a + 6b$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)(x - 3)(x - 5)$. Hàm số $y = g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 9. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m - 1)x^3 - (m - 1)x^2 + 3x + 2024$ đồng biến trên tập xác định?

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(5 - 2x) + 4x^2 - 10x$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

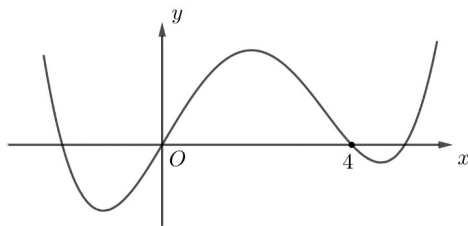
$$y = f(x^3 - 3x)$$

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu lần lượt là A và B .

Gọi I là giao điểm của AB với trục Ox . Khi đó tỷ số $\frac{IA}{IB} = \frac{b}{c}$, tính $T = b + c$.

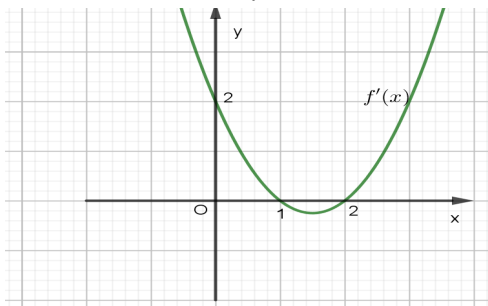
Câu 13. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên



$$g(x) = f(x^3 + 3x^2)$$

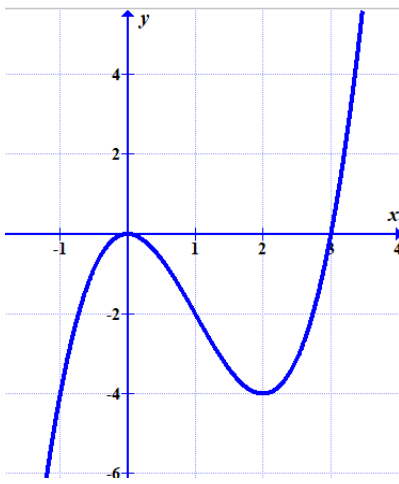
Tìm số điểm cực trị của hàm số là

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y = f(2 - x^2)$. Tổng các đầu mút hữu hạn là

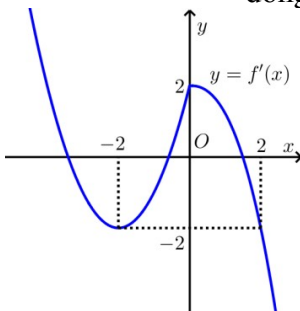
Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{[f(x)+4]^2}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

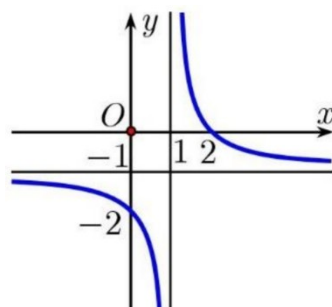
Câu 16. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 4$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-3; 3)$?

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + 6x$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Khi đó giá trị của biểu thức $b - a$ bằng bao nhiêu?



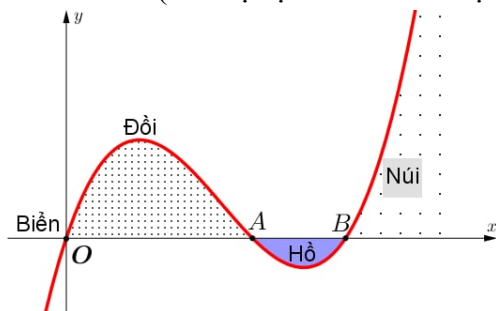
Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2025}x^{2025} - \frac{3}{2023}x^{2023} - \frac{4}{2021}x^{2021} + 2026$, biết hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ có độ dài bằng 4. Tính giá trị biểu thức $P = a + 3b$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ có dạng $mx - y + n = 0$. Tính tổng $m + n$.



Câu 20. Xét hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2023$ với m là tham số. Biết rằng tồn tại hai giá trị của m là m_1, m_2 để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = 9(m_1^2 + m_2^2)$.

Câu 21. Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km).



Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2 \text{ km}$, độ rộng của hồ $AB = 1 \text{ km}$ và ngọn đồi cao 528 m . Tìm độ sâu của hồ (tính bằng mét) tại điểm sâu nhất? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 22. Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

Câu 23. Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h \text{ (m)}$ của mực nước trong kênh tại thời điểm $t \text{ (h)}$ ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2\cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

Câu 24. Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Thu nhập của công ty bắt đầu giảm từ lần tăng giá thứ mấy?

Câu 25. Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là 6 km/h . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v \text{ (km/h)}$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng nào thì năng lượng tiêu hao của cá giảm? Tổng các đầu mút là

Câu 26. Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b . Theo mô hình này, số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu?

Câu 27. Biết khối lượng $q(kg)$ của quả vải thiều Lục Ngạn mà cửa tiệm hoa quả bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 56 - \frac{1}{3}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng này ở cửa tiệm được tính theo công thức $D = p \cdot q$. Chủ cửa hàng thấy rằng, ở giai đoạn đầu nếu giảm giá thì doanh thu sẽ tăng, nhưng đến mức giá lớn hơn p_0 thì doanh thu bắt đầu giảm. Tìm giá trị p_0 .

Câu 28. Một cốc chứa 25 ml dung dịch $NaOH$ với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch $NaOH$ khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của $NaOH$ sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của $NaOH$ trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?

----- HẾT -----