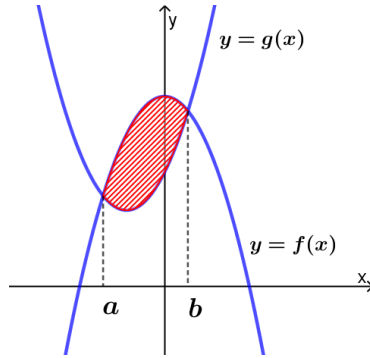


- Câu 1.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là
 A. $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$. B. $3^x + C$. C. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $3^x \ln 3 + C$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(3; -4; 5)$ và có bán kính bằng 5 là
 A. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 5$. B. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 25$.
 C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 5$. D. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$.
- Câu 3.** Trong không gian cho hai điểm $M(2; -1; 3); N(1; 4; 0)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng
 A. 35. B. $\sqrt{19}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{35}$.
- Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 3$ và $f(2) = 0$. Tích phân $\int_0^2 f'(x) dx$ có giá trị bằng
 A. 3. B. -3. C. 2. D. -1.
- Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz bằng
 A. 2. B. 1. C. 3. D. $\sqrt{14}$.
- Câu 6.** Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là
 A. $-\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 7.** Biết $\int_0^2 f(x) dx = 4; \int_2^5 f(x) dx = 6$. Tích phân $\int_0^5 f(x) dx$ bằng
 A. -2. B. 2. C. 24. D. 10.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 1)$ đến mặt phẳng $2x - 2y - z + 1 = 0$ bằng
 A. 2. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 0.
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u = (1; -1; 3)$ và $v = (3; -3; 2)$. Tọa độ vectơ $u - v$ là
 A. $(2; -2; -1)$. B. $(-2; 2; 1)$. C. $(0; 2; 3)$. D. $(3; -4; 1)$.
- Câu 10.** Phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$ bằng
 A. 2. B. -2. C. $-2i$. D. $2i$.
- Câu 11.** Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là
 A. $\cos x + C$. B. $\sin x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.
- Câu 12.** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 1 + i$. Số phức $w = z_1 + z_2$
 A. $3 - 2i$. B. $3 + 4i$. C. $-1 + 4i$. D. $3 + 2i$.
- Câu 13.** Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$. Giá trị $F(4) - F(1)$ bằng
 A. 7. B. 15. C. 11. D. 3.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ và trục Ox quay quanh trục Ox bằng

- A. $\pi^2 \int_a^b f(x)dx$. B. $\int_a^b f^2(x)dx$. C. $\pi \int_a^b |f(x)|dx$. D. $\pi \int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 15. Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ như hình bên. Diện tích hình phẳng bằng:



- A. $\int_a^b [f(x)+g(x)] dx$. B. $\int_a^b [g(x)-f(x)] dx$.
C. $\int_a^b [f(x)-g(x)] dx$. D. $\pi \int_a^b [f(x)-g(x)] dx$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(0;1;3)$ có tọa độ là:

- A. $(1;-1;4)$. B. $(-1;3;2)$. C. $(0;1;3)$. D. $(1;-2;1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2;1;0)$. B. $(0;0;-1)$. C. $(2;0;0)$. D. $(0;1;0)$.

Câu 18. Biết $x+y+(2y-1)i=5-3i$, giá trị $3x+4y$ bằng

- A. 16 . B. 22 . C. 14 . D. 2 .

Câu 19. Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

- A. $3+i$. B. $1-i$. C. $-3i$. D. $2+\sqrt{3}i$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$?

- A. $M(1;-2;1)$. B. $N(2;-2;-1)$. C. $P(0;2;3)$. D. $Q(3;-4;1)$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i$. Trên mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$ có tọa độ là.

- A. $(4;-1)$. B. $(-1;4)$. C. $(4;1)$. D. $(1;4)$.

Câu 22. Nếu $\int_6^{12} f(x)dx=18$ thì $\int_1^2 f(6x)dx$ bằng.

- A. 36 . B. 108 . C. 9 . D. 3 .

Câu 23. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+9=0$. Giá trị $T=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $4\sqrt{2}i$.

D. $-4\sqrt{2}i$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 23 = 0$ có bán kính bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -4; 3)$ và có vec-tơ pháp tuyến $n(3; 1; -2)$ là

A. $3x + y - 2z - 4 = 0$.

B. $3x + y - 2z + 4 = 0$.

C. $2x - 4y + 3z + 4 = 0$.

D. $2x - 4y + 3z - 4 = 0$.

$$d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$ đường thẳng chiếu của A lên đường thẳng d là

A. $(2; -3; -1)$.

B. $(2; 3; 1)$.

C. $(2; -3; 1)$.

D. $(-2; 3; 1)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 4)$. Phương trình tham số $(t \in \mathbb{R})$ của đường thẳng đi qua hai điểm A, B là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 27.

B. 54.

C. 81.

D. 18.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(2; 1; 2), B'(1; 2; 1), C(-2; 3; 2)$ và $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là

A. $(-1; 3; 2)$.

B. $(2; -2; 1)$.

C. $(-1; 3; -2)$.

D. $(2; -1; 2)$.

Câu 30. Cho số phức $z = x + yi$ thỏa $(1+i)z = 3+i$. Tổng $x + y$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 1.

Câu 31. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 4 = 0$, lúc đó $|z_1 - z_2|$ bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. 1.

C. 2.

D. $2\sqrt{15}$.

Câu 32. Biết $\int_1^3 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = a + \ln b$. Hiệu số $b - 2a$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 7.

D. 11.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$, $f(1) = 5$ và $\int_0^1 xf'(x) dx = 3$. Tích

phân $\int_0^1 f(x) dx$

A. 8.

B. 2.

C. -2.

D. -8.

Câu 34. Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 20 (m/s) thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh. Quãng đường mà ô tô đi được trong 5 giây cuối cùng trước khi dừng lại là

- A. 100 (m) . B. 75 (m) . C. 16 (m) . D. 25 (m) .

Câu 35. Cho số phức $z = x + yi \text{ (} x, y \in \mathbb{R} \text{)}$ thỏa $z + 2 + i = |z|$. Giá trị của $12x - 5y$ bằng

- A. 4. B. -14. C. -2. D. -4.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $a = (1; 0; 3)$ và $b = (x; -1; 1)$ thỏa $a \cdot b = 4$. Độ dài vector b bằng

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 37. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành Ox bằng

- A. 10. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{32}{3}$. D. 12.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, số đo góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ cắt mặt phẳng Oyz tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; -5; -7)$. B. $(1; 2; 2)$. C. $(0; -1; -3)$. D. $(2; -1; -3)$.

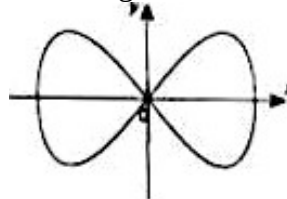
Câu 40. Mô đun của số phức $z = (2 - i)(3 + 4i)$ bằng

- A. $\sqrt{15}$. B. 125. C. $25\sqrt{5}$. D. $5\sqrt{5}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng d_1, d_2 và d_3 đồng quy. Biết d_1, d_2 có phương trình lần lượt là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 1 + t' \\ z = 5 - 2t' \end{cases} \text{ (} t, t' \in \mathbb{R} \text{)}$ và d_3 qua điểm $M(0; 2; 4)$. Phương trình tham số của đường thẳng d_3 là

- A. $\begin{cases} x = u \\ y = 2 \\ z = 4 - u \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2u \\ z = -1 + 4u \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = u \\ y = 2 \\ z = 4 + u \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2u \\ z = 1 + 4u \end{cases}$.

Câu 42. Đường cong trong hình bên có tên gọi là đường Lemniscate.



Trong mặt phẳng Oxy phương trình của đường Lemniscate đã cho là $16y^2 = x^2(25 - x^2)$. Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó quay quanh trục Ox bằng :

- A. $\frac{625}{6}\pi$. B. $\frac{625}{12}\pi$. C. $\frac{1250}{3}\pi$. D. $\frac{625}{3}\pi$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;0)$, $B(0;4;4)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Trong tất cả các mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (P) và đi qua hai điểm A, B . Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{\sqrt{336}}{7}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{12\sqrt{5}}{7}$. D. $\frac{3\sqrt{70}}{7}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc (P) và tiếp xúc với ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz ?

- A. 8. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \{1; 2; 3; \dots; 25\}$, $x \neq y$ thỏa $x + y$ là số chẵn?

- A. 72. B. 156. C. 144. D. 288.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2x) - xf(x^2) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{17}{8}$. C. $-\frac{15}{2}$. D. $-\frac{17}{4}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$. Biết mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (d) và tạo với mặt phẳng (P) một góc có số đo nhỏ nhất. Khi đó, cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

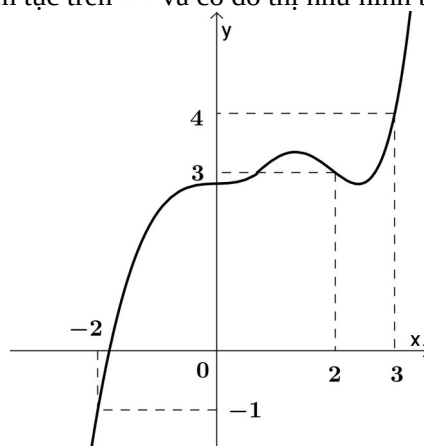
Câu 48. Cho $\int_0^3 \frac{x-1}{1+\sqrt{1+x}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$. Tổng $3a + b + c$ bằng:

- A. 0. B. 1. C. -1. D. -2.

Câu 49: Cho số phức $z = 1 + i$. Trong mặt phẳng Oxy , gọi S là hình gồm tất cả các điểm biểu diễn của số phức $w = a + bz + cz^2$ với a, b, c là ba tham số thực thuộc đoạn $[0; 1]$. Diện tích của hình S bằng

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



$$T = \int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^1 f'(x+2)dx$$
 Giá trị của T bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

-----**HẾT**-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.B	5.A	6.A	7.D	8.A	9.B	10.B
11.C	12.A	13.B	14.D	15.C	16.B	17.B	18.C	19.C	20.B
21.A	22.D	23.A	24.B	25.B	26.C	27.D	28.A	29.A	30.D
31.A	32.B	33.B	34.D	35.D	36.C	37.C	38.B	39.A	40.D
41.A	42.B	43.D	44.C	45.D	46.C	47.D	48.C	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [NB] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

- A. $\frac{3^{x+1}}{x+1} + C$. B. $3^x + C$. C. $\frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $3^x \ln 3 + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 2. [NB] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(3; -4; 5)$ và có bán kính bằng 5 là

- A. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 5$. B. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 25$.
C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 5$. D. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$.

Lời giải

Ta có: $(S): (x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 25$.

Câu 3. [NB] Trong không gian cho hai điểm $M(2; -1; 3); N(1; 4; 0)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. 35. B. $\sqrt{19}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{35}$.

Lời giải

Độ dài đoạn thẳng MN là: $MN = \sqrt{(1-2)^2 + (4+1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{35}$.

Câu 4. [NB] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 3$ và $f(2) = 0$. Tích phân

- $\int_0^2 f'(x) dx$ có giá trị bằng
A. 3. B. -3. C. 2. D. -1.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 0 - 3 = -3$.

Câu 5. [NB] Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. $\sqrt{14}$.

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng Oxz có bán kính $r = d(I, (Oxz)) = 2$.

Câu 6. [NB] Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là.

- A.** $-\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{z_1}{z_2} = \frac{1-2i}{3+4i} = \frac{(1-2i)(3-4i)}{25} = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$

Do đó phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là $-\frac{1}{5}$.

- Câu 7.** [NB] Biết $\int_0^2 f(x)dx = 4$; $\int_2^5 f(x)dx = 6$. Tích phân $\int_0^5 f(x)dx$ bằng
- A.** -2 . **B.** 2 . **C.** 24 . **D.** 10 .

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 4 + 6 = 10$$

- Câu 8.** [TH] Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm $A(1; -2; 1)$ đến mặt phẳng $2x - 2y - z + 1 = 0$ bằng

- A.** 2 . **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 0 .

Lời giải

$$\text{Khoảng cách cần tìm là } d = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) - 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{3} = 2$$

- Câu 9.** [NB] Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $u = (1; -1; 3)$ và $v = (3; -3; 2)$. Tọa độ vectơ $u - v$ là

- A.** $(2; -2; -1)$. **B.** $(-2; 2; 1)$. **C.** $(0; 2; 3)$. **D.** $(3; -4; 1)$.

Lời giải

$$u - v = (1 - 3; -1 - (-3); 3 - 2) = (-2; 2; 1)$$

- Câu 10.** [NB] Phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

- A.** 2 . **B.** -2 . **C.** $-2i$. **D.** $2i$.

Lời giải

Số phức $z = a + bi$ có phần ảo bằng b nên số phức $z = 3 - 2i$ có phần ảo -2 .

- Câu 11.** [NB] Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là
- A.** $\cos x + C$. **B.** $\sin x + C$. **C.** $-\cos x + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Lời giải

Dựa vào bảng nguyên hàm ta có đáp án là C .

- Câu 12.** [NB] Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Số phức $w = z_1 + z_2$

- A.** $3 - 2i$. **B.** $3 + 4i$. **C.** $-1 + 4i$. **D.** $3 + 2i$.

Lời giải

$$\text{Ta có } w = z_1 + z_2 = (2 - 3i) + (1 + i) = 3 - 2i$$

- Câu 13.** [NB] Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x$. Giá trị $F(4) - F(1)$ bằng
- A.** 7 . **B.** 15 . **C.** 11 . **D.** 3 .

Lời giải

Ta có

$$F(x) = \int f(x) dx = \int 2x dx = x^2 + C$$

$$\Rightarrow F(4) - F(1) = 4^2 + C - (1^2 + C) = 15$$

- Câu 14. [NB]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ và trục Ox quay quanh trục Ox bằng

A. $\pi^2 \int_a^b f(x) dx$

B. $\int_a^b f^2(x) dx$

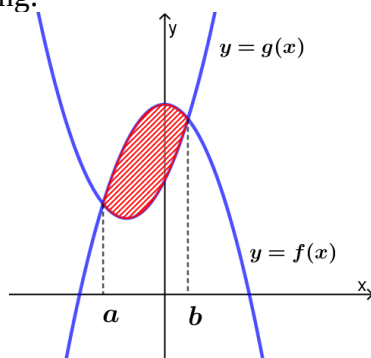
C. $\pi \int_a^b |f(x)| dx$

D. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$

Lời giải

Dựa vào định lý về thể tích khối tròn xoay ta chọn đáp án D.

- Câu 15. [NB]** Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình bên. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm) bằng:



A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$

B. $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx$

C. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

D. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

Lời giải

$$(H): \begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases}$$

Ta có:

$$S_{(H)} = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Khi đó:

Trong (a, b) đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía trên so với đồ thị hàm số $y = g(x)$.

$$S_{(H)} = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$$

Vậy

- Câu 16. [NB]** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -2; 1)$ và $B(0; 1; 3)$ có tọa độ là:

A. $(1; -1; 4)$

B. $(-1; 3; 2)$

C. $(0; 1; 3)$

D. $(1; -2; 1)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; 2)$

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -2; 1)$ và $B(0; 1; 3)$ có một vectơ chỉ phương:
 $u = AB = (-1; 3; 2)$.

Câu 17. [NB] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2; 1; 0)$. B. $(0; 0; -1)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $(0; 1; 0)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz là $H(0; 0; -1)$.

Câu 18. [TH] Biết $x + y + (2y - 1)i = 5 - 3i$, giá trị $3x + 4y$ bằng

- A. 16. B. 22. C. 14. D. 2.

Lời giải

Ta có: $x + y + (2y - 1)i = 5 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 5 \\ 2y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases}$.

Vậy $3x + 4y = 3.6 + 4.(-1) = 14$.

Câu 19. [NB] Số phức nào sau đây là số thuần ảo?

- A. $3 + i$. B. $1 - i$. C. $-3i$. D. $2 + \sqrt{3}i$.

Lời giải

Số thuần ảo là số có dạng $bi, (b \in \mathbb{R})$. Trong các đáp án ta thấy $-3i$ là số thuần ảo. Chọn C.

Câu 20. [TH] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng

- A. $M(1; -2; 1)$. B. $N(2; -2; -1)$. C. $P(0; 2; 3)$. D. $Q(3; -4; 1)$.

Lời giải

• Thay tọa độ điểm M vào phương trình đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$ ta được $\frac{1-1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{1+2}{1}$ (vô lý).
 Do đó điểm M không thuộc đường thẳng (d) .

• Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng (d) ta được $\frac{0-1}{1} = \frac{2}{-2} = \frac{3+2}{1}$ (vô lý).
 Do đó điểm P không thuộc đường thẳng (d) .

• Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng (d) ta được $\frac{3-1}{1} = \frac{-4}{-2} = \frac{1+2}{1}$ (vô lý).
 Do đó điểm Q không thuộc đường thẳng (d) .

• Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng (d) ta được $\frac{2-1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{-1+2}{1}$ (luôn đúng). Do đó điểm N thuộc đường thẳng (d) . Chọn B.

• **Nhận xét:** Khi làm trắc nghiệm thì học sinh kiểm tra đến đáp án B thấy thỏa mãn là chọn luôn, không cần kiểm tra tiếp đáp án C và D.

Câu 21. [NB] Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là.

- A. $(4; -1)$. B. $(-1; 4)$. C. $(4; 1)$. D. $(1; 4)$.

Lời giải

Ta có $z = 3z_1 + z_2 = 3(1 - i) + (1 + 2i) = 4 - i$ do đó điểm biểu diễn số phức z có tọa độ $(4; -1)$

Câu 22. [TH] Nếu $\int_6^{12} f(x) dx = 18$ thì $\int_1^2 f(6x) dx$ bằng.

A. 36.

B. 108.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

$$I = \int_1^2 f(6x) dx$$

Gọi

$$u = 6x \Rightarrow du = 6dx \Rightarrow dx = \frac{1}{6} du$$

Đặt

$$\text{Đổi cận } x=1 \Rightarrow u=6; x=2 \Rightarrow u=12$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{6} \int_6^{12} f(u) du \Rightarrow I = \frac{1}{6} \int_6^{12} f(x) dx = \frac{18}{6} = 3$$

Câu 23. [TH] Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 9 = 0$. Giá trị $T = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $4\sqrt{2}i$.

D. $-4\sqrt{2}i$.

Lời giải

Xét phương trình: $z^2 - 2z + 9 = 0$, ta có: $\Delta' = 1 - 9 = -8$, nên phương trình có hai nghiệm phức phân biệt: $z_1 = 1 - 2\sqrt{2}i$, $z_2 = 1 + 2\sqrt{2}i$

$$\text{Suy ra } T = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{1 - 2\sqrt{2}i} + \frac{1}{1 + 2\sqrt{2}i} = \frac{1 + 2\sqrt{2}i}{9} + \frac{1 - 2\sqrt{2}i}{9} = \frac{2}{9}$$

Câu 24. [TH] Trong không gian $Oxyz$, đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 23 = 0$ có bán kính bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{1 + 1 + 23} = 5$.

Khoảng cách từ tâm $I(1; 0; -1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ là

$$d(I, (P)) = \frac{|2 - 0 - 9|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = \frac{9}{3} = 3 = h$$

Đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 9 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 23 = 0$ có bán kính là: $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Câu 25. [NB] Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -4; 3)$ và có vec-tơ pháp tuyến $n(3; 1; -2)$ là

A. $3x + y - 2z - 4 = 0$.

B. $3x + y - 2z + 4 = 0$.

C. $2x - 4y + 3z + 4 = 0$.

D. $2x - 4y + 3z - 4 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -4; 3)$ và có vec-tơ pháp tuyến $n(3; 1; -2)$ là $3(x - 2) + (y + 4) - 2(z - 3) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 2z + 4 = 0$.

- Câu 26. [TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Tọa độ hình chiếu của A lên đường thẳng d là
- A. $(2; -3; -1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(2; -3; 1)$. D. $(-2; 3; 1)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d .

$$H \in d \Rightarrow H(6 - 4t; -2 - t; -1 + 2t)$$

$$\overrightarrow{AH}(5 - 4t; -3 - t; 2 + 2t)$$

d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(-4; -1; 2)$

Ta có

$$\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -4(5 - 4t) - (-3 - t) + 2(-2 + 2t) = 0$$

$$\Leftrightarrow 21t = 21 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2; -3; 1)$$

- Câu 27. [NB]** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 4)$. Phương trình tham số $(t \in \mathbb{R})$ của đường thẳng đi qua hai điểm A, B là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$. Do đó đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $(1; 1; 1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B và có một vectơ chỉ phương $(1; 1; 1)$ có phương trình tham số

là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

- Câu 28. [TH]** Trong không gian $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$ cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng
- A. 27. B. 54. C. 81. D. 18.

Lời giải

Theo giả thiết ta có tọa độ ba điểm là $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; 9)$.

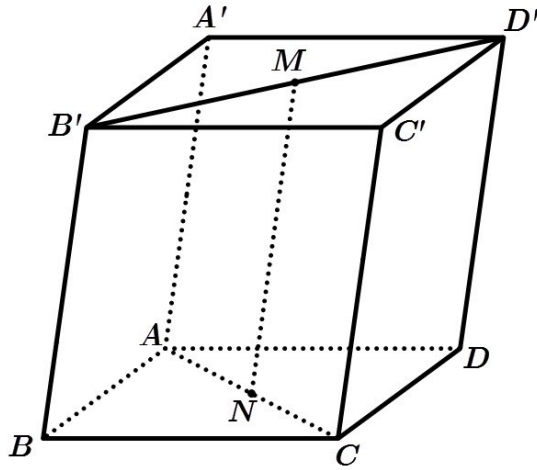
Do đó $OA = 3$, $OB = 6$, $OC = 9$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ có ba cạnh bên OA, OB, OC đôi một vuông góc là

$$V = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = 27 \quad (\text{đvtt}).$$

- Câu 29. [TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(2; 1; 2)$, $B'(1; 2; 1)$, $C(-2; 3; 2)$ và $D'(3; 0; 1)$. Tọa độ điểm B là
- A. $(-1; 3; 2)$. B. $(2; -2; 1)$. C. $(-1; 3; -2)$. D. $(2; -1; 2)$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'D'$ và AC . Suy ra $M(2; 1; 1), N(0; 2; 2)$.

$$\overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = -2 \\ y - 2 = 1 \\ z - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Gọi $B(x; y; z)$. Ta có

Vậy $B(-1; 3; 2)$.

Câu 30. [TH] Cho số phức $z = x + yi$ thỏa $(1+i)z = 3+i$. Tổng $x + y$ bằng

A. 3

B. -1

C. $3\sqrt{2}$

D. 1

Lời giải

Ta có $(1+i)z = 3+i \Leftrightarrow z = \frac{3+i}{1+i} = 2-i$. Suy ra $x = 2, y = -1$. Vậy $x + y = 1$.

Câu 31. [TH] Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 4 = 0$, lúc đó $|z_1 - z_2|$ bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. 1

C. 2.

D. $2\sqrt{15}$.

Lời giải

Ta có z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 4 = 0$ nên

$$z_1 = \frac{-1+i\sqrt{15}}{2}, z_2 = \frac{-1-i\sqrt{15}}{2}$$

Suy ra $|z_1 - z_2| = \left| \frac{-1+i\sqrt{15}}{2} - \frac{-1-i\sqrt{15}}{2} \right| = |i\sqrt{15}| = \sqrt{15}$

Câu 32. [TH] Biết $\int_1^3 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = a + \ln b$. Hiệu số $b - 2a$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 7.

D. 11.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = (x + \ln x) \Big|_1^3 = 3 + \ln 3 - 1 - \ln 1 = 2 + \ln 3$

nên $a = 2, b = 3$. Do đó $b - 2a = 3 - 2 \times 2 = -1$.

Câu 33. [TH] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$, $f(1) = 5$ và $\int_0^1 xf'(x) dx = 3$.

Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ có giá trị bằng

A. 8.

B. 2.

C. -2.

D. -8.

Lời giải

$$I = \int_0^1 xf'(x)dx = 3$$

Xét tích phân

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 xf'(x)dx = xf(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx \Leftrightarrow 3 = f(1) - \int_0^1 f(x)dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = f(1) - 3$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 5 - 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 2$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x)dx = 2$$

- Câu 34. [TH]** Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 20 (m/s) thì hãm phanh chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hãm phanh. Quãng đường mà ô tô đi được trong 5 giây cuối cùng trước khi dừng lại là
- A. 100 (m) B. 75 (m) C. 16 (m) D. 25 (m)

Lời giải

$$\text{Ô tô dừng lại khi } v(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 10$$

Quãng đường mà ô tô đi được trong 5 giây cuối cùng trước khi dừng lại là

$$s = \int_5^{10} v(t)dt = \int_5^{10} (-2t + 20)dt = \left(-t^2 + 20t\right)\Big|_5^{10} = 25$$

Vậy quãng đường mà ô tô đi được trong 5 giây cuối cùng trước khi dừng lại là 25 (m) .

- Câu 35. [VD]** Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa $z + 2 + i = |z|$. Giá trị của $12x - 5y$ bằng
- A. 4. B. -14. C. -2. D. -4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } z + 2 + i = |z| \Leftrightarrow x + yi + 2 + i = \sqrt{x^2 + y^2} \Leftrightarrow (x+2) + (y+1)i = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = \sqrt{x^2 + y^2} \\ y+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x^2 + y^2 = x^2 + 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 1 = 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = -1 \end{cases}$$

$$12x - 5y = 12\left(-\frac{3}{4}\right) - 5(-1) = -4.$$

Do đó:

- Câu 36. [TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $a = (1; 0; 3)$ và $b = (x; -1; 1)$ thỏa $a \cdot b = 4$. Độ dài vectơ b bằng

A. 1.

B. 2.

C. $\sqrt{3}$.D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } a \cdot b = x + 3 \text{ nên từ giả thiết ta có } x + 3 = 4 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Khi đó: } b = (1; -1; 1) \text{ nên } |b| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3}.$$

- Câu 37. [TH]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành Ox bằng
- A. 10. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{32}{3}$. D. 12.

Lời giải

Giao điểm của Parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành Ox có hoành độ thỏa mãn phương trình:
 $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2; x = -2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành Ox bằng

$$\int_{-2}^2 |4 - x^2| dx = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3}.$$

- Câu 38. [TH]** Trong không gian $Oxyz$, số đo góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$ bằng
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải

Ta có: Đường thẳng d_1 nhận vectơ $u_1 = (1; 2; -2)$ làm vectơ chỉ phương.

Đường thẳng d_2 nhận vectơ $u_2 = (-1; 0; 1)$ làm vectơ chỉ phương.

$$\cos(u_1; u_2) = \frac{u_1 \cdot u_2}{|u_1| \cdot |u_2|} = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (u_1; u_2) = 135^\circ$$

Xét
 Vậy góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45° .

- Câu 39. [TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ cắt mặt phẳng Oyz tại điểm có tọa độ là
- A. $(0; -5; -7)$. B. $(1; 2; 2)$. C. $(0; -1; -3)$. D. $(2; -1; -3)$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình là $x = 0$ nên tọa độ giao điểm của (d) và mặt phẳng (Oyz) là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2} \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -2 = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -5 \\ z = -7 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (d) và mặt phẳng (Oyz) là $(0; -5; -7)$

- Câu 40. [TH]** Mô đun của số phức $z = (2 - i)(3 + 4i)$ bằng
- A. $\sqrt{15}$. B. 125. C. $25\sqrt{5}$. D. $5\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } |z| &= |(2 - i)(3 + 4i)| \\ &= |2 - i| |3 + 4i| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Câu 41. [TH] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng d_1, d_2 và d_3 đồng quy. Biết d_1, d_2 có phương trình lần lượt là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+2t \end{cases}$ và $\begin{cases} x=2-t' \\ y=1+t' \\ z=5-2t' \end{cases} (t, t' \in \mathbb{R})$ và d_3 qua điểm $M(0; 2; 4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d_3 là

- A.** $\begin{cases} x=u \\ y=2 \\ z=4-u \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2u \\ z=-1+4u \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=u \\ y=2 \\ z=4+u \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2u \\ z=1+4u \end{cases}$

Lời giải

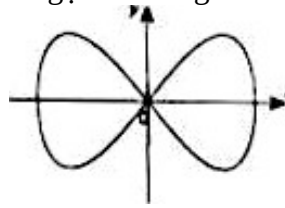
Xét hệ phương trình $\begin{cases} 1+t=2-t' \\ 2-2t=1+t' \\ 3+2t=5-2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+t'=1 \\ 2t+t'=1 \\ 2t+2t'=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=1 \end{cases}$

Suy ra ba đường thẳng d_1, d_2 và d_3 đồng quy tại điểm $N(1; 2; 3)$.

Đường thẳng d_3 đi qua điểm $M(0; 2; 4)$ và có vectơ chỉ phương $u = MN = (1; 0; -1)$.

Phương trình tham số của d_3 là $\begin{cases} x=u \\ y=2 \\ z=4-u \end{cases}$.

Câu 42. [TH] Đường cong trong hình bên có tên gọi là đường Lemniscate.



Trong mặt phẳng Oxy phương trình của đường Lemniscate đã cho là $16y^2 = x^2(25 - x^2)$.

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong đó quay quanh trục Ox bằng:

- A.** $\frac{625}{6}\pi$ **B.** $\frac{625}{12}\pi$ **C.** $\frac{1250}{3}\pi$ **D.** $\frac{625}{3}\pi$

Lời giải

Từ phương trình $y^2 = \frac{x^2}{16}(25 - x^2)$

$y=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=5 \\ x=-5 \end{cases}$

Ta có

$\Rightarrow V = 2\pi \int_0^5 (f(x))^2 dx = 2\pi \int_0^5 \frac{x^2}{16}(25 - x^2) dx = \frac{\pi}{8} \int_0^5 (25x^2 - x^4) dx = \frac{625}{12}\pi$

Câu 43. [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 0)$, $B(0; 4; 4)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$. Trong tất cả các mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (P) và đi qua hai điểm A, B . Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất bằng

- A.** $\frac{\sqrt{336}}{7}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $\frac{12\sqrt{5}}{7}$ **D.** $\frac{3\sqrt{70}}{7}$

Lời giải

- Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M(1; 3; 2)$. Gọi mặt phẳng trung trực của AB là (Q) .
Ta có: $AB = (-2; 2; 4) \Rightarrow n_{(Q)} = (-1; 1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của AB là:
 $-(x-1) + (y-3) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow -x + y + 2z - 6 = 0$.

- Gọi $\Delta = (P) \cap (Q)$.

Ta có: $u_{\Delta} = [n_{(P)}, n_{(Q)}] = (1; -3; 2)$, $N(-2; 4; 0) \in (P) \cap (Q)$.

$$\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 4 - 3t \\ z = 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Pt

- Gọi I là tâm mặt cầu cần tìm, ta có: $I \in (P), IA = IB \Rightarrow I \in \Delta \Rightarrow I(-2+t; 4-3t; 2t)$.
- Bán kính mặt cầu là: $R = IA = \sqrt{(4-t)^2 + (3t-2)^2 + (2t)^2} = \sqrt{14t^2 - 20t + 20} \geq \frac{3\sqrt{70}}{7}$.
- Vậy $R_{\min} = \frac{3\sqrt{70}}{7}$.

Câu 44. [VD] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$. Có tất cả bao nhiêu mặt cầu có tâm thuộc (P) và tiếp xúc với ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz ?

A. 8. B. 4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu (S) thỏa yêu cầu bài toán, ta có:
 $I \in (P)$ nên $a + 2b + c - 4 = 0$. (1)

Mặt khác: (S) tiếp xúc với Ox, Oy, Oz nên $d(I, Ox) = d(I, Oy) = d(I, Oz)$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 = c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c \\ a = b = -c \\ a = -b = c \\ a = -b = -c \end{cases}$$

+ Với $a = b = c$ khi đó (1) $\Leftrightarrow a + 2a + a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 1 = b = c \Rightarrow I(1; 1; 1)$.

+ Với $a = b = -c$ khi đó (1) $\Leftrightarrow a + 2a - a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2 = b; c = -2 \Rightarrow I(2; 2; -2)$.

+ Với $a = -b = c$ khi đó (1) $\Leftrightarrow a - 2a + a - 4 = 0 \Leftrightarrow -4 = 0$. (vô lý)

+ Với $a = -b = -c$ khi đó (1) $\Leftrightarrow a - 2a - a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2 \Rightarrow I(-2; 2; 2)$.

Vậy có 3 mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. [VD] Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \{1; 2; 3; \dots; 25\}, x \neq y$ thỏa $x + y$ là số chẵn?

A. 72. B. 156. C. 144. D. 288.

Lời giải

Trường hợp 1: Cả hai số x, y đều chẵn

Số các số thỏa mãn là $A_{12}^2 = 132$.

Trường hợp 2: Cả hai số x, y đều lẻ

Số các số thỏa mãn là $A_{13}^2 = 156$.

Vậy các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $132 + 156 = 288$.

- Câu 46. [VD]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2x) - xf(x^2) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{17}{8}$. C. $-\frac{15}{2}$. D. $-\frac{17}{4}$.

Lời giải

Ta có :

$$f(2x) - xf(x^2) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \int_1^2 f(2x) dx - \int_1^2 xf(x^2) dx = \int_1^2 x^3 dx = \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \int_1^2 f(2x) d(2x) - \frac{1}{2} \int_1^2 f(x^2) d(x^2) = \frac{15}{4}$$

$$\text{Suy ra } \int_2^4 f(t) dt - \int_1^4 f(u) du = \frac{15}{2}$$

$$\text{Hay } \int_2^4 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = -\frac{15}{2}$$

- Câu 47. [VD]** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $(d): \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 4 = 0$. Biết mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (d) và tạo với mặt phẳng (P) một góc có số đo nhỏ nhất. Khi đó, cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng (Q) có dạng : $ax + by + cz + d = 0 (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$

Trong đó: véc tơ pháp tuyến của (Q) là $n_Q = (a; b; c)$

Ta có: véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là: $n_P = (2; -1; -2)$

Vì (Q) chứa (d) nên $n_Q \cdot u_d = 0 \Leftrightarrow a(-1) + b \cdot 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = a - 2b$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó : $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$\cos \alpha = \frac{|2a - b - 2c|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2a - b - 2(a - 2b)|}{3\sqrt{a^2 + b^2 + (a - 2b)^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{2a^2 - 4ab + 5b^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{2(a - b)^2 + 3b^2}}$$

Xét $b = 0$, khi đó $\cos \alpha = 0$ hay $\alpha = 90^\circ$ là góc lớn nhất có thể có giữa hai mặt phẳng nên loại.

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{b^2}{2(a - b)^2 + 3b^2}} = \sqrt{\frac{1}{2\left(\frac{a - b}{b}\right)^2 + 3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Xét $b \neq 0$, ta có: . Dấu bằng xảy ra khi $a = b$.

Suy ra α nhỏ nhất khi $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

- Câu 48. [VD]** Cho $\int_0^3 \frac{x-1}{1+\sqrt{1+x}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$. Tổng $3a + b + c$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. - 1.

D. - 2.

Lời giải

$$\text{Đặt } \sqrt{1+x} = t \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow dx = 2t dt$$

$$\text{Với } x=0 \Rightarrow t=1; \quad x=3 \Rightarrow t=2$$

$$\text{Khi đó } \int_0^3 \frac{x-1}{1+\sqrt{1+x}} dx = \int_1^2 \frac{t^2-2}{1+t} 2t dt = 2 \int_1^2 \frac{t^3-2t}{1+t} dt = 2 \int_1^2 \left(t^2 - t - 1 + \frac{1}{1+t} \right) dt$$

$$= 2 \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} - t + \ln|1+t| \right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{3} + 2\ln 3 - 2\ln 2$$

$$\text{Suy ra } a = -\frac{1}{3}, b = -2, c = 2 \Rightarrow 3a + b + c = -1$$

Câu 49: [VDC] Cho số phức $z = 1+i$. Trong mặt phẳng Oxy , gọi S là hình gồm tất cả các điểm biểu diễn của số phức $w = a + bz + cz^2$ với a, b, c là ba tham số thực thuộc đoạn $[0; 1]$. Diện tích của hình S bằng

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức w . Khi đó $w = x + iy$

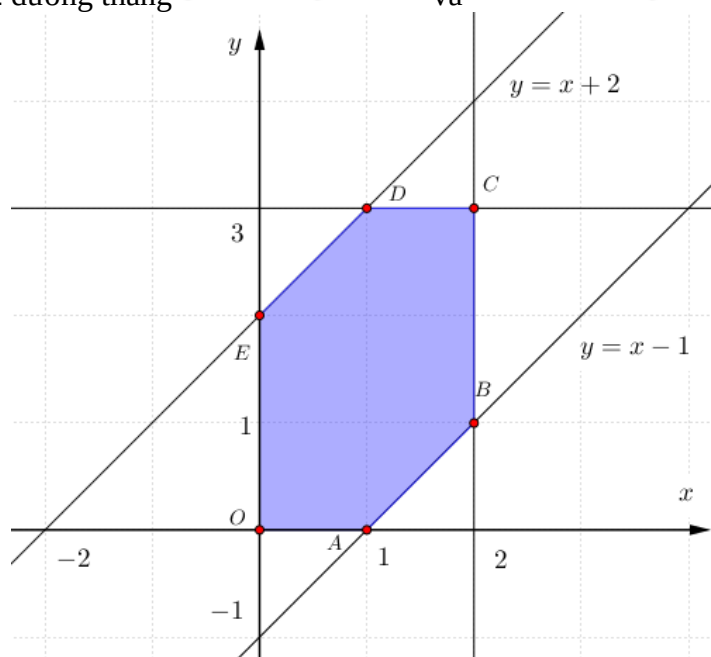
$$w = a + bz + cz^2 \Leftrightarrow x + iy = a + b(1+i) + c(1+i)^2$$

$$\Leftrightarrow x + iy = a + b + i(b+2c) \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + b \\ y = b + 2c \end{cases} \Rightarrow y = x - a + 2c$$

$$a, b, c \in [0; 1] \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq a + b \leq 2 \\ 0 \leq b + 2c \leq 3 \\ -1 \leq -a + 2c \leq 2 \end{cases}$$

Vì

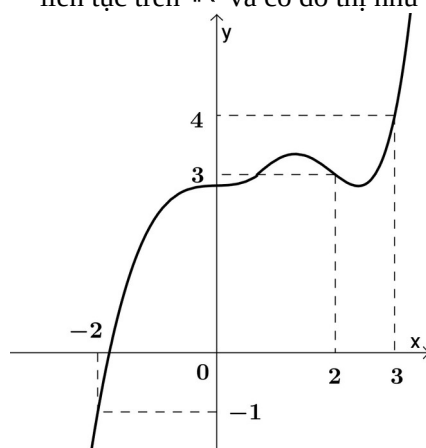
Vậy M nằm giữa 2 đường thẳng $y = x + 2$; $y = x - 1$ và $0 \leq x \leq 2$; $0 \leq y \leq 3$.



Do đó hình S gồm tất cả các điểm biểu diễn của số phức $w = a + bz + cz^2$ được giới hạn bởi lục giác $OABCDE$

$$\text{Khi đó } S = S_{OABCDE} = 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 5$$

Câu 50. [VD] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.



Giá trị
A. 6.
B. 5.
C. 4.
D. 3.

$T = \int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^1 f'(x+2)dx$ bằng

Lời giải

$I = \int_0^4 f'(x-2)dx$

• Xét .

Đặt $u = x - 2 \Rightarrow du = dx$.

Đổi cận: $x = 0 \rightarrow u = -2; x = 4 \rightarrow u = 2$.

$$I = \int_{-2}^2 f'(u)du = \int_{-2}^2 f'(x)dx$$

$J = \int_0^1 f'(x+2)dx$

• Xét .

Đặt $v = x + 2 \Rightarrow dv = dx$.

Đổi cận: $x = 0 \rightarrow v = 2; x = 1 \rightarrow v = 3$.

$$J = \int_2^3 f'(v)dv = \int_2^3 f'(x)dx$$

$$\text{Suy ra } T = I + J = \int_{-2}^3 f'(x)dx = f(3) - f(-2) = 4 - (-1) = 5.$$