|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC ĐÀO TẠO**  **KHÁNH HÒA**  *(Đề thi có 01 trang)*  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**  **TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN**  **Năm học: 2021 – 2022**  **Môn thi: TOÁN Ngày thi: 4/06/2021**  *(Thời gian làm bài 150 phút không kể thời gian phát đề)* |
|  |  |

1. **(2,00 điểm)**

a) Không dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị biểu thức

.

b) Với mọi số nguyên dương , chứng minh  là số nguyên dương nhưng không là số chính phương.

1. **(2,00 điểm)**

Cho các phương trình ( ẩn )  và  với là các số thực dương thỏa mãn .

a) Chứng minh các phương trình  và đều có hai nghiệm dương phân biệt.

b) Gọi  là hai nghiệm của phương trình  và  là hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

1. **(1,50 điểm)**

a) Phân tích đa thức  thành nhân tử. Từ đó chứng minh  với mọi số thực  thỏa mãn .

b) Cho các số thực  thỏa mãn  và . Chứng minh 

1. **( 3,00 điểm)**

Cho  vuông tại . Các đường tròn đường kính, và  đường kính  cắt nhau tại điểm thứ hai là . Đường thẳng  thay đổi đi qua  cắt đường tròn tại  và cắt đường tròn tại  (  nằm giữa hai điểm  và ).

a) Đoạn thẳng OI lần lượt cắt các đường tròn , ( ) lần lượt tại. Chứng minh OI là đường trung trực của đoạn thẳng  và .

b) Chứng minh giao điểm S của hai đường thẳng OM và IN di chuyển trên một đường tròn cố định khi đường thẳng (d) quay quanh#A.

c) Giả sử đường thẳng  cắt đường trong  tại điểm thứ hai là . Chứng minh rằng ba điểm thẳng hàng và ba đường thẳng  đồng quy.

1. **(1,50 điểm)**

a) Hai số tư nhiên khác nhau được gọi là "thân thiết" nếu tổng bình phương của chúng chia hết cho . Hỏi tập họp  có bao nhiêu cặp số "thân thiết" (không phân biệt thứ tự)?

b) Trong kỳ thi chọn đội tuyển năng khiếu của trường  có  môn , mọi môn thi đều có thí sinh tham gia và thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Có ít nhất 5 môn có số lượng thí sinh tham gia thi đôi một khác nhau;

- Với 2 môn thi bất kì, luôn tìm được 2 môn thi khác có tổng số lượng thi sinh tham gia bằng với tổng số lưọng thí sinh của 2 môn đó. Hỏi kỳ thi có ít nhất bao nhiêu môn được tổ chức?

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Ý** | **Đáp án** | Điểm |
| **Câu 1**  *(2,00 điểm)* | a) | ***Không dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị biểu thức***  ***.*** | ***1,00*** |
|  | *0,25* |
|  | *0,25* |
| Suy ra    Vậy | *0,50* |
| b) | ***Với mọi số nguyên dương , chứng minh là số nguyên dương nhưng không phải là số chính phương.*** | ***1,00*** |
| Vì dương nên  Do đó .  Vì  nguyên dương nên  cũng là số nguyên dương. | *0,75* |
| Vì  nguyên dương, ta có:      Suy ra  không là một số chính phương. | *0,25* |
| **Câu 2**  *(2,00 điểm)* | a) | ***Cho các phương trình (ẩn ) và với là các số thực dương thỏa mãn .***  ***Chứng minh các phương trình và  đều có hai nghiệm dương phân biệt.*** | ***1,00*** |
| Suy ra các phương trình và  đều có hai nghiệm phân biệt. | *0,50* |
| Theo định lý Vi-ét ta có:    Vì là các số thực dương nên đều lớn hơn 0.  Ta có:  Phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt.  Phương trình  có hai nghiệm dương phân biệt. | *0,50* |
| b) | ***Gọi là hai nghiệm của phương trình , là hai nghiệm của phương trình . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .*** | ***1,00*** |
| Theo định lý Vi-ét ta có: | *0,25* |
|  | *0,25* |
|  | *0,25* |
| Áp dụng BĐT AM-GM ta có:  .  Dấu “=” xảy ra .  Vậy giá trị nhỏ nhất của là 9. | *0,25* |
| **Câu 3**  *(1,50 điểm)* | a) | ***Phân tích đa thức thành nhân tử. Từ đó chứng minh với mọi số thực  thỏa mãn .*** | ***0,75*** |
|  | *0,50* |
| Với mọi số thực  thỏa mãn , ta có:    Dấu “=” xảy ra | *0,25* |
| b) | ***Cho các số thực  thỏa mãn  và . Chứng minh .*** | ***0,75*** |
| Với mọi  có giá trị từ 1 đến 21, ta có:    Dấu “=” xảy ra  hoặc . | *0,25* |
| Áp dụng bất đẳng thức ta có:    Suy ra    Dấu “=” xảy ra khi có 1 số bằng và 20 số còn lại bằng 1. ***(không chỉ ra dấu “=” trừ 0,25)*** | *0,50* |
| **Câu 4**  *(3,00 điểm)* | a) | ***Cho vuông tại . Các đường tròn đường kính và đường kính cắt nhau tại điểm thứ hai là . Đường thẳng thay đổi đi quacắt đường tròn tại và cắt đường tròn tại  (nằm giữa và ).***  ***Đoạn thẳng lần lượt cắt các đường tròn lần lượt tại . Chứng minh là đường trung trực của đoạn thẳng và .*** | ***1,00*** |
|  |  |
| Ta có:  (cùng là bán kính của )  (cùng là bán kính của )  Suy ra là đường trung trực của đoạn thẳng . | *0,25* |
| Ta có:  là trung điểm .  là trung điểm . | *0,25* |
| Xét ta có:  là trung điểm  là trung điểm  Suy ra là đường trung bình của  . | *0,25* |
|  | *0,25* |
| b) | ***Chứng minh rằng giao điểm của và di chuyển trên một đường tròn cố định khi đường thẳng quay quanh .*** | ***1,00*** |
| Ta có: (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  Suy ra  Suy ra thẳng hàng.  Lại có . | *0,25* |
| vuông tại  (cùng chắn cung )  (cùng chắn cung )  Suy ra  vuông tại . | *0,25* |
| Suy ra    vuông tại  hay | *0,25* |
| Suy ra thuộc đường tròn đường kính .  Mà và cố định nên đường tròn đường kính cố định.  Vậy di chuyển trên đường tròn đường kính cố định khi đường thẳng quay quanh . | *0,25* |
| c) | ***Giả sử cắt tại điểm thứ hai . Chứng minh ba điểm thẳng hàng và ba đường thẳng đồng quy.*** | ***1,00*** |
|  |  |
| Ta có là đường kính của  thẳng hàng. | *0,25* |
| là đường kính của | *0,25* |
|  | *0,25* |
| Xét ta có là ba đường cao.  Do đó đồng quy. | *0,25* |
| **Câu 5**  *(1,50 điểm)* | a) | ***Hai số tự nhiên khác nhau được gọi là “thân thiết” nếu tổng bình phương của chúng chia hết cho 3. Hỏi tập hợp có bao nhiêu cặp số “thân thiết” (không phân biệt thứ tự)?*** | ***0,75*** |
| Ta có nhận xét: Một số chính phương khi chia cho 3 sẽ có số dư là 0 hoặc 1.  Giả sử và là hai số “thân thiết” .  Ta sẽ chứng minh cả và  đều chia hết cho 3.  Thật vậy, giả sử trong hai số và có một số không chia hết cho 3. Không mất tính tổng quát, giả sử số đó là .  Suy ra  chia 3 dư 1.  Vì và  chia 3 dư 1 nên phải chia 3 dư 2. Điều này vô lí vì khi chia cho 3 có số dư là 0 hoặc 1.  Vậy điều giả sử là sai. Do đó nếu và là hai số “thân thiết” thì và  đều chia hết cho 3. | *0,50* |
| Tập hợp có số chia hết cho 3.  Số cặp số “thân thiết” là . | *0,25* |
| b) | ***Trong kỳ thi chọn đội tuyển năng khiếu của trường T có môn , mọi môn thi đều có thí sinh tham gia và thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:***  ***- Có ít nhất 5 môn có số lượng thí sinh tham gia đôi một khác nhau.***  ***- Với 2 môn thi bất kì, luôn tìm được 2 môn thi khác có tổng số lượng thí sinh tham gia bằng với tổng số lượng thí sinh của 2 môn đó.***  ***Hỏi kỳ thi có ít nhất bao nhiêu môn được tổ chức?*** | ***0,75*** |
| Gọi  là số môn thi có số lượng thí sinh tham gia là .  Gọi .  Do có ít nhất 5 môn có số lượng thí sinh tham gia đôi một khác nhau nên có ít nhất 5 phần tử. | *0,25* |
| Giả sử  là 2 phần tử lớn nhất của và là hai phần tử nhỏ nhất của .  Rõ ràng  đều lớn hơn hoặc bằng 1.  Lấy 1 môn có số lượng thí sinh tham gia làvà 1 môn có số lượng thi là . Theo điều kiện 2, tồn tại hai môn khác có tổng số lượng thí sinh tham gia là . Vì  là 2 phần tử lớn nhất của nên hai môn khác này phải có 1 môn có số lượng thí sinh là , 1 môn có số lượng thí sinh là , dẫn đến .  Lại lấy 2 môn có số lượng thí sinh tham gia là . Theo điều kiện 2, tồn tại hai môn khác có tổng số lượng thí sinh tham gia là . Vì  là phần tử lớn nhất của nên hai môn khác này phải có số lượng thí sinh là , dẫn đến .  Lập luận tương tự ta cũng có .  Vì có ít nhất 5 phần tử nên ta lấy trường hợp ít nhất, có 5 phần tử là .  Vậy kỳ thi đó có ít nhất môn thi.  Ta có thể chỉ ra một trường hợp là số thí sinh dự thi các môn lần lượt là 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5. ***(không lấy ví dụ trừ 0,25)*** | *0,50* |