

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH

- Câu 1.** Bất phương trình $\frac{1}{x-1} > \frac{3}{x+2}$ có điều kiện xác định là
- A. $x \neq -1; x \neq 2$ B. $x \neq -1; x \neq -2$ **C. $x \neq 1; x \neq -2$** D. $x \neq 1; x \neq 2$
- Lời giải**

Chọn C

Điều kiện của bất phương trình là: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}$

- Câu 2.** Điều kiện xác định của bất phương trình $\frac{2x}{|x+1|-3} - \frac{1}{\sqrt{2-x}} \geq 1$ là
- A. $x \leq 2$ B. $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$ **C. $\begin{cases} x < 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$** D. $x < 2$
- Lời giải**

Chọn C

Điều kiện xác định của BPT: $\begin{cases} |x+1|-3 \neq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x < 2 \end{cases}$

- Câu 3.** Điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x^2-4} > x+2$ là
- A. $x \neq \pm 2$** B. $x \neq 2$ C. $x > 2$ D. $x > 0$
- Lời giải**

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$

- Câu 4.** Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{2x-3}{2x+3} > x+1$
- A. $x \neq -\frac{3}{2}$** B. $x \neq \frac{3}{2}$ C. $x \neq -\frac{2}{3}$ D. $x \neq \frac{2}{3}$
- Lời giải**

Chọn A

Điều kiện: $2x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2}$

- Câu 5.** Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{2x-3}{\sqrt{6-3x}} < x-2$
- A. $x < 2$** B. $x > 2$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$
- Lời giải**

Chọn A.

Điều kiện: $6 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Câu 6.

Tập xác định của bất phương trình

$$\sqrt[3]{x+2} + \sqrt{x+3} + \frac{1}{x} > 2x - 3$$

là

A. $[-2; +\infty)$

B. $[-3; +\infty)$

C. $[-3; +\infty) \setminus \{0\}$

D. $[-2; +\infty) \setminus \{0\}$

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của bất phương trình là $[-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 7.

Điều kiện của bất phương trình

$$\frac{1}{x+2} > 2x$$

là

A. $x > -2$

B. $x \neq 2$

C. $x \neq -2$

D. $x < -2$

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$.

Câu 8.

Tìm điều kiện của bất phương trình

$$\sqrt{x+2} > \frac{12x}{x-2}$$

A. $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện:
$$\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$$

Câu 9.

Giá trị $x=3$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \geq x + 1$

B. $|2x - 1| > x^2$

C. $x^2 - \sqrt{x^2 + 1} < 6$

D. $2x^2 - 5x + 2 < 0$

Lời giải

Chọn C.

Thay $x=3$ vào các bất phương trình:

$$\frac{3^2 - 3 + 1}{3 - 1} \geq 3 + 1 \Leftrightarrow \frac{7}{2} \geq 4 \quad (\text{không thỏa})$$

$$|2 \cdot 3 - 1| > 3^2 \Leftrightarrow 5 > 9 \quad (\text{không thỏa})$$

$$3^2 - \sqrt{3^2 + 1} < 6 \Leftrightarrow 9 - \sqrt{10} < 6 \Leftrightarrow 3 < \sqrt{10} \Leftrightarrow 9 < 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$2.3^2 - 5.3 + 2 < 0 \Leftrightarrow 5 < 0 \text{ (không thỏa)}$$

Vậy $x = 3$ thuộc tập nghiệm bất phương trình: $x^2 - \sqrt{x^2 + 1} < 6$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 10. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $x^2 \geq 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$. B. $\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0$.
C. $x+|x| \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$. D. $x^2 < 1 \Leftrightarrow |x| < 1$.

Lời giải

Chọn B

$\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0$ là khẳng định sai vì tập nghiệm của $\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0$ là $[3; +\infty) \setminus \{4\}$ còn tập nghiệm của $x-3 \geq 0$ là $[3; +\infty)$.

Câu 11. Bất phương trình nào sau đây không tương đương với bất phương trình $x+5 \geq 0$?

- A. $-x^2(x+5) \leq 0$. B. $\sqrt{x+5}(x+5) \geq 0$.
C. $(x-1)^2(x+5) \geq 0$. D. $\sqrt{x+5}(x-5) \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x+5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

Ta xét các bất phương trình:

$$\text{a} \quad -x^2(x+5) \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\text{b} \quad \sqrt{x+5}(x+5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\text{c} \quad (x-1)^2(x+5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$\text{d} \quad \sqrt{x+5}(x-5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$$

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x^2 \leq 3x \Leftrightarrow x \leq 3$. B. $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.
C. $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0$. D. $x+|x| \geq x \Leftrightarrow |x| \geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Vì $a \geq b \Leftrightarrow a - c \geq b - c, \forall c \in \mathbb{R}$. Trong trường hợp này $c = x$.

Câu 13.

Cho bất phương trình: $\frac{8}{3-x} > 1$ (I). Một học sinh giải như sau:

$$(I) \stackrel{(i)}{\Leftrightarrow} \frac{1}{3-x} > \frac{1}{8} \stackrel{(ii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \stackrel{(iii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 5 \end{cases}$$

Hỏi học sinh này giải sai ở bước nào?

- A. (I) B. (II) C. (III) D. (II) và (III)

Lời giải

Chọn B

$$(I) \stackrel{(i)}{\Leftrightarrow} \frac{1}{3-x} > \frac{1}{8}$$

Đúng vì chia hai vế cho một số dương ($8 > 0$) ta được bất thức tương đương cùng chiều.

$$\frac{1}{3-x} > \frac{1}{8} \stackrel{(ii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \text{ (chỉ đúng khi: } 3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3 \text{)}.$$

Với $x=4$ thì $\frac{1}{3-4} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow -1 > \frac{1}{8}$ (sai) nhưng $\begin{cases} 4 \neq 3 \\ 3-4 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \neq 3 \\ -1 < 8 \end{cases}$ (đúng). Vậy (II) sai.

$\begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \stackrel{(iii)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 5 \end{cases}$. Đúng vì đây chỉ là bước thu gọn bất phương trình bậc nhất đơn giản.

Câu 14.

Cặp bất phương trình nào sau đây không tương đương

- A. $\sqrt{x-1} \geq x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} \geq x(2x+1)$ B. $2x-1 + \frac{1}{x-3} < \frac{1}{x-3}$ và $2x-1 < 0$.
C. $x^2(x+2) < 0$ và $x+2 < 0$ D. $x^2(x+2) > 0$ và $(x+2) > 0$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty) \setminus \{0\}$$

$$x+2x > 0 \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty)$$

Vậy hai bất phương trình này không tương đương.

Câu 15.

Cặp bất phương trình nào sau đây không tương đương:

- A. $5x-1 + \frac{1}{x-2} < \frac{1}{x-2}$ và $5x-1 < 0$. B. $5x-1 + \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-2}$ và $5x-1 > 0$.
C. $x^2(x+3) < 0$ và $x+3 < 0$. D. $x^2(x+5) \geq 0$ và $x+5 \geq 0$.

Lời giải

Chọn B

$$5x - 1 + \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 5x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right) \setminus \{2\}$$

$$5x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{5} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$$

Vậy hai bất phương trình này không tương đương.

- Câu 16.** Với điều kiện $x \neq 1$, bất phương trình $\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2$ tương đương với mệnh đề nào sau đây:
- A.** $x-1 > 0$ hoặc $\frac{4x-3}{x-1} < 0$ **B.** $-2 < \frac{2x-1}{x-1} < 2$
- C.** $\frac{2x-1}{x-1} > \pm 2$ **D.** Tất cả các câu trên đều đúng.

Lời giải

Chọn A

$$\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} > 2 \\ \frac{2x-1}{x-1} < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} - 2 > 0 \\ \frac{2x-1}{x-1} + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases}$$

- Câu 17.** Bất phương trình $\sqrt{2x+3} \geq x-2$ tương đương với:
- A.** $2x+3 \leq (x+2)^2$ với $x \geq \frac{3}{2}$ **B.** $2x+3 \geq (x+2)^2$ với $x \geq 2$
- C.** $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-2 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x+3 \geq (x-2)^2 \\ x-2 > 0 \end{cases}$ **D.** Tất cả các câu trên đều đúng.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta sử dụng kiến thức sau } \sqrt{A} \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \leq 0 \\ A \geq B^2 \\ B > 0 \end{cases}$$

- Câu 18.** Bất phương trình $2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với:
- A.** $2x < 3$ **B.** $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$ **C.** $x < \frac{3}{2}$ **D.** Tất cả đều đúng.

Lời giải

Chọn D

$$2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \neq 0 \\ 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

$$2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

Vậy A, B, C đều đúng.

DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A. $(3; +\infty)$ B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ C. $\mathbb{R}$ D. $(-\infty; 3)$

Lời giải

Chọn B.

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3.$$

Câu 20. Bất phương trình $-3x + 9 \geq 0$ có tập nghiệm là

- A. $[3; +\infty)$ B. $(-\infty; 3]$ C. $(3; +\infty)$ D. $(-\infty; -3)$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } -3x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -9 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Vậy: Bất phương trình $-3x + 9 \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 3]$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2 - 3x < x + 6$.

- A. $(-1; +\infty)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(-\infty; 1)$ D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 2 - 3x < x + 6 \Leftrightarrow 4x > -4 \Leftrightarrow x > -1.$$

Câu 22. Cho $f(x) = 2x - 4$, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$ B. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2)$

- C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty)$ D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow 2x - 4 < 0 \Leftrightarrow x < -2 \Rightarrow \text{B sai.}$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow \text{C sai}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow \text{D sai.}$$

Câu 23. Bất phương trình $5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3$ có nghiệm là

A. $x < 2$.

B. $x > -\frac{5}{2}$.

C. $\forall x$.

D. $x > \frac{20}{23}$.

Lời giải

Chọn D.

$$5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3 \Leftrightarrow \frac{23}{5}x > 4 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}.$$

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2x - 1 > 0$ là

A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 25. Nghiệm của bất phương trình $2x - 10 \geq 0$ là

A. $x \geq 5$.

B. $x = 5$.

C. $x > 5$.

D. $x \geq 8$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $2x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$.

Vậy nghiệm của bất phương trình $2x - 10 \geq 0$ là $x \geq 5$.

Câu 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-4x + 16 \leq 0$?

A. $S = [4; +\infty)$.

B. $S = (4; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 4]$.

D. $S = (-\infty; -4]$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $-4x + 16 \leq 0 \Leftrightarrow -4x \leq -16 \Leftrightarrow x \geq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $-4x + 16 \leq 0$ là $S = [4; +\infty)$.

Câu 27. Số nào dưới đây là nghiệm của bất phương trình $2x + 1 < 3$?

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 0$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Thay $x = 0$ vào bất phương trình ta được: $2.0 + 1 < 3$ mệnh đề đúng.

Câu 28. Cho $f(x) = 2x + 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai

A. $f(x) > 0; \forall x > -\frac{1}{2}$.

B. $f(x) > 0; \forall x < \frac{1}{2}$.

C. $f(x) > 0; \forall x > 2$.

D. $f(x) > 0; \forall x > 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$. Vậy $f(x) > 0; \forall x < \frac{1}{2}$ là sai.

Câu 29. Bất phương trình $-3x + 6 \leq 0$ có tập nghiệm là:

A. $[2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2]$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $-3x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$. Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = [2; +\infty)$.

Câu 30. **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Bất phương trình $\frac{3}{x} \geq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3.

B. 2.

C. Vô số.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

+ Nếu $x > 0$ thì $\frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_1 = (0; 3]$.

+ Nếu $x < 0$ thì $\frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_2 = \emptyset$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = S_1 \cup S_2 = (0; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Câu 31. Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} \leq 2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm.

B. vô nghiệm.

C. vô số nghiệm.

D. 2 nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} \leq 2$ (1).

Điều kiện xác định: $x \geq 1$.

Ta có: Với $x \geq 1$ thì $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{(x - 1)^2 + 4} \geq 2; \sqrt{x - 1} \geq 0 \Rightarrow VT(1) \geq 2, \forall x \geq 1$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy bất phương trình có 1 nghiệm.

- Câu 32.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1} < 1$ là
- A. $(-\infty; 2)$ B. $[1; 2)$ C. $(0; 2)$ D. $(1; 2)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt{x-1} < 1 (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x-1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 2$

Bất phương trình (*) có tập nghiệm là $S = [1; 2)$.

- Câu 33.** Bất phương trình $\frac{2x-5}{3} > \frac{x-3}{2}$ có tập nghiệm là
- A. $(2; +\infty)$ B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ C. $(1; +\infty)$ D. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2(2x-5) > 3(x-3) \Leftrightarrow 4x-10 > 3x-9 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; +\infty)$.

- Câu 34.** Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{3x-2}-1)\sqrt{x^2+1} < 0$ là
- A. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$ B. $[1; +\infty)$ C. $\left[\frac{2}{3}; 1\right)$ D. $[2; 3]$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$.

Ta có $\sqrt{x^2+1} > 0, \forall x$ nên

$$(\sqrt{3x-2}-1)\sqrt{x^2+1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} < 1 \Leftrightarrow 3x-2 < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp điều kiện ta được $\frac{2}{3} \leq x < 1$

- Câu 35.** (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ - THÁNG 4 - 2018) Số nguyên dương x nhỏ nhất thỏa mãn $\sqrt{x} - \sqrt{x-1} < \frac{1}{100}$ là
- A. 2499 B. 2500 C. 2501 D. 2502

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 1$.

Ta có:

$$\sqrt{x} - \sqrt{x-1} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow 100\sqrt{x} < 100\sqrt{x-1} + 1 \Leftrightarrow 200\sqrt{x-1} > 9999 \Leftrightarrow x > \left(\frac{9999}{200}\right)^2 + 1 \approx 2500,5$$

Vậy $x = 2501$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2017} > \sqrt{2017-x}$ là

A. $[2017, +\infty)$

B. $(-\infty, 2017)$

C. $\{2017\}$

D. $\emptyset$

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq 2017 \\ x \leq 2017 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2017$.

Thử $x = 2017$ vào bất phương trình không thỏa mãn. Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2$ là

A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$

B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$

C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$

D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$

Lời giải

Chọn D.

Do $x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4 > 2(x^2 + 3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$$

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $3 - 2x + \sqrt{2-x} < x + \sqrt{2-x}$ là

A. $(1; 2)$

B. $(1; 2]$

C. $(-\infty; 1)$

D. $(1; +\infty)$

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $x \leq 2$.

Bất phương trình tương đương $x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; 2]$.

- Câu 39.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-1}{x-3} > 1$ là
- A.** $(3; +\infty)$ **B.** $\mathbb{R}$ **C.** $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 3)$
- Lời giải**

Chọn A.

Điều kiện: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{x-3} > 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

- Câu 40.** Tập nghiệm của bất phương trình $2x - \frac{x-3}{5} \leq 4x - 1$
- A.** $S = \left[\frac{8}{11}; +\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty; \frac{8}{11}\right]$ **C.** $S = \left[\frac{4}{11}; +\infty\right)$ **D.** $\left(-\infty; \frac{2}{11}\right]$
- Lời giải**

Chọn A.

$$\text{Ta có } 2x - \frac{x-3}{5} \leq 4x - 1 \Leftrightarrow 10x - x + 3 \leq 20x - 5 \Leftrightarrow 11x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \frac{8}{11}.$$

- Câu 41.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2} \leq x-1$.
- A.** $S = \emptyset$ **B.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$ **C.** $[1; +\infty)$ **D.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$
- Lời giải**

Chọn A.

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2+2} \leq x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2+2 \leq x^2-2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

- Câu 42.** Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3}$ là
- A.** $S = [1; 5]$ **B.** $S = (1; 5) \setminus \{3\}$ **C.** $S = (3; 5]$ **D.** $S = [1; 5] \setminus \{3\}$
- Lời giải**

Chọn D.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} > 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 43. (THPT NÔNG CỐNG - THANH HÓA LẦN 1_2018-2019) Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x+1 \geq 2x+7 \\ 4x+3 > 2x+19 \end{cases}$$

A. $[6; +\infty)$.

B. $[8; +\infty)$.

C. $(6; +\infty)$.

D. $(8; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} 3x+1 \geq 2x+7 \\ 4x+3 > 2x+19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 2x > 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x > 8 \end{cases} \Leftrightarrow x > 8$

Câu 44.

Tập nghiệm của bất phương trình $\begin{cases} x+3 < 4+2x \\ 5x-3 < 4x-1 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; -1)$

B. $(-4; -1)$

C. $(-\infty; 2)$

D. $(-1; 2)$

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} x+3 < 4+2x \\ 5x-3 < 4x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2$$

Câu 45.

Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 4-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$ là

A. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$

B. $S = [-2; 4]$

C. $S = [2; 4]$

D. $S = (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $S = [-2; 4]$

Câu 46.

Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+2 > 2x+3 \\ 1-x > 0 \end{cases}$ là

A. $\left(\frac{1}{5}; 1\right)$.

B. $\emptyset$.

C. $(1; +\infty)$

D. $(-\infty; 1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} 3x+2 > 2x+3 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm bất phương trình trên là $S = \emptyset$.

Câu 47. Hệ bất phương trình sau $\begin{cases} 2x-1 \geq 3(x-3) \\ \frac{2-x}{2} < x-3 \\ \sqrt{x-3} \geq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm là

- A. $[7; +\infty)$ B. $\emptyset$ C. $[7; 8]$ D. $\left(\frac{8}{3}; 8\right)$

Lời giải:

Chọn C

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 3(x-3) \\ \frac{2-x}{2} < x-3 \\ \sqrt{x-3} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 3x-9 \\ 2-x < 2x-6 \\ x-3 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq -8 \\ -3x < -8 \\ x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x > \frac{8}{3} \\ x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 7 \leq x \leq 8$$

Câu 48. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} < -x+1 \\ \frac{4-3x}{2} < 3-x \end{cases}$ là

- A. $\left(-2; \frac{4}{5}\right)$ B. $\left[-2; \frac{4}{5}\right]$ C. $\left(-2; \frac{3}{5}\right)$ D. $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$

Lời giải

Chọn A

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 < -3x+3 \\ 4-3x < 6-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{5} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < \frac{4}{5}$$

Hệ bất phương trình

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $\left(-2; \frac{4}{5}\right)$.

Câu 49. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$ bằng

- A. 21 B. 28 C. 27 D. 29

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x^2 < x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ -4x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = (-1; 7)$.

Suy ra các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình là 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6.

Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình là 21.

- Câu 50.** Tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{4x+5}{6} < x-3 \\ 2x+3 > \frac{7x-4}{3} \end{cases}$$
 là
- A.** $\left(\frac{23}{2}; 13\right)$ **B.** $(-\infty; 13)$ **C.** $(13; -\infty)$ **D.** $\left(-\infty; \frac{23}{2}\right)$

Lời giải

Chọn A.

$$\frac{4x+5}{6} < x-3 \Leftrightarrow 2x-23 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{23}{2} \text{ . Tập nghiệm của } \frac{4x+5}{6} < x-3 \text{ là } S_1 = \left(\frac{23}{2}; +\infty\right)$$

$$2x+3 > \frac{7x-4}{3} \Leftrightarrow x-13 < 0 \Leftrightarrow x < 13 \text{ . Tập nghiệm của } 2x+3 > \frac{7x-4}{3} \text{ là } S_2 = (-\infty; 13)$$

$$S = S_1 \cap S_2 = \left(\frac{23}{2}; 13\right)$$

Hệ có tập nghiệm

- Câu 51.** Tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 > x-2 \end{cases}$$
 là
- A.** $(-3; 2)$ **B.** $(-\infty; 3)$ **C.** $(2; +\infty)$ **D.** $(-3; +\infty)$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 > x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

- Câu 52.** Giá trị $x = -2$ là nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} 2x-5 < 3x \\ 4x-1 > 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} 2x-4 > 3 \\ 1+2x < 5 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} 2x-3 < 3x-5 \\ 2x-3 > 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < x < 2 \Rightarrow \text{Tập nghiệm } S = \left(-\frac{9}{4}; 2\right)$$

$$\text{Do } -2 \in \left(-\frac{9}{4}; 2\right) \text{ nên } x = -2 \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$$

DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

- Câu 53.** Bất phương trình $(m - 1)x > 3$ vô nghiệm khi
A. $m \neq 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m = 1$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x > 3$: vô nghiệm. **Chọn C.**

- Câu 54.** Bất phương trình $(m^2 - 3m)x + m < 2 - 2x$ vô nghiệm khi
A. $m \neq 1$. **B.** $m \neq 2$. **C.** $m = 1, m = 2$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(m^2 - 3m + 2)x < 2 - m$.

Rõ ràng nếu $m^2 - 3m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x < 1$: vô nghiệm.

Với $m = 2$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Chọn C.

- Câu 55.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x < m$ vô nghiệm.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Rõ ràng nếu $m^2 - m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x < 1$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m = 0$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Chọn B.

- Câu 56.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x + m < 6x - 2$ vô nghiệm. Tổng các phần tử trong S bằng:
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(m^2 - m - 6)x < -2 - m$.

Rõ ràng nếu $m^2 - m - 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 3 \end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = -2$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Với $m=3$ bất phương trình trở thành $0x < -5$: vô nghiệm.

Suy ra $S = \{-2; 3\} \rightarrow -2 + 3 = 1$. **Chọn B.**

- Câu 57.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx - 2 \leq x - m$ vô nghiệm.
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(m-1)x \leq 2-m$.

Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m=1$ bất phương trình trở thành $0x \leq 1$: nghiệm đúng với mọi x .

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

- Câu 58.** Bất phương trình $(m^2+9)x+3 \geq m(1-6x)$ nghiệm đúng với mọi x khi
A. $m \neq 3$. **B.** $m=3$. **C.** $m \neq -3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(m+3)^2 x \geq m-3$.

Với $m=-3$ bất phương trình trở thành $0x \geq -6$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn D.

- Câu 59.** Bất phương trình $4m^2(2x-1) \geq (4m^2+5m+9)x-12m$ nghiệm đúng với mọi x khi
A. $m=-1$. **B.** $m=\frac{9}{4}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-\frac{9}{4}$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(4m^2-5m-9)x \geq 4m^2-12m$.

Để dễ dàng thấy nếu $4m^2-5m-9 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{9}{4} \end{cases}$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m=-1$ bất phương trình trở thành $0x \geq 16$: vô nghiệm.

Với $m=\frac{9}{4}$ bất phương trình trở thành $0x \geq -\frac{27}{4}$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m=\frac{9}{4}$. **Chọn B.**

- Câu 60.** Bất phương trình $m^2(x-1) \geq 9x+3m$ nghiệm đúng với mọi x khi
A. $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=\emptyset$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(m^2 - 9)x \geq m^2 + 3m$.

Dễ dàng thấy nếu $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $0x > 18$: vô nghiệm

Với $m = -3$ bất phương trình trở thành $0x \geq 0$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$. **Chọn B.**

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(x+m)m+x > 3x+4$ có tập nghiệm là $(-m-2; +\infty)$.

- A. $m = 2$. B. $m \neq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

Đề ý rằng, bất phương trình $ax+b > 0$ (hoặc $< 0, \geq 0, \leq 0$)

- Vô nghiệm ($S = \emptyset$) hoặc có tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ thì chỉ xét riêng $a = 0$.
- Có tập nghiệm là một tập con của $\mathbb{R}$ thì chỉ xét $a > 0$ hoặc $a < 0$.

Bất phương trình viết lại $(m-2)x > 4-m^2$.

Xét $m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$, bất phương trình

$$\Leftrightarrow x > \frac{4-m^2}{m-2} = -m-2 \rightarrow S = (-m-2; +\infty)$$

Chọn C.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(x-m) \geq x-1$ có tập nghiệm là $(-\infty; m+1]$.

- A. $m = 1$. B. $m > 1$. C. $m < 1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải

Bất phương trình viết lại $(m-1)x \geq m^2-1$.

Xét $m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x \geq \frac{m^2-1}{m-1} = m+1 \rightarrow S = [m+1; +\infty)$.

Xét $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x \leq \frac{m^2-1}{m-1} = m+1 \rightarrow S = (-\infty; m+1]$.

Chọn C.

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 2x-3$ có nghiệm.

- A. $m \neq 2$. B. $m > 2$. C. $m = 2$. D. $m < 2$.

Lời giải

Bất phương trình viết lại $(m-2)x < m-3$.

- Rõ ràng $m-2 \neq 0 \leftrightarrow m \neq 2$ thì bất phương trình có nghiệm.
- Xét $m-2=0 \leftrightarrow m=2$, bất phương trình trở thành $0x < -1$ (vô lí).

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \neq 2$. **Chọn A.**

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 3-x$ có nghiệm.
A. $m \neq 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \neq 3$.

Lời giải

Bất phương trình viết lại $(m+1)x < m+3$.

- Rõ ràng $m+1 \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.
- Xét $m+1=0 \leftrightarrow m=-1$, bất phương trình trở thành $0x < 2$ (luôn đúng với mọi x).

Vậy bất phương trình có nghiệm với mọi m . **Chọn C.**

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m^2+m-6)x \geq m+1$ có nghiệm.
A. $m \neq 2$. **B.** $m \neq 2$ và $m \neq 3$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \neq 3$.

Lời giải

- Rõ ràng $m^2+m-6 \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

- Xét $m^2+m-6=0 \leftrightarrow \begin{cases} m=2 \rightarrow 0x \geq 3 \rightarrow S=\emptyset \\ m=-3 \rightarrow 0x \geq -2 \rightarrow S=\mathbb{R} \end{cases}$.

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm khi $m \neq 2$. **Chọn A.**

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2x-1 < mx+m$ có nghiệm.
A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=0; m=1$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Bất phương trình viết lại $(m^2-m)x < m+1$.

- Rõ ràng $m^2-m \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

- Xét $m^2-m=0 \leftrightarrow \begin{cases} m=0 \rightarrow 0x < 1 \rightarrow S=\mathbb{R} \\ m=1 \rightarrow 0x < 2 \rightarrow S=\mathbb{R} \end{cases}$.

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 67. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $mx+6 < 2x+3m$ với $m < 2$. Hỏi tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S ?

A. $(3; +\infty)$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(-\infty; 3]$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(m-2)x < 3m-6$.

Với $m < 2$, bất phương trình tương đương với $x > \frac{3m-6}{m-2} = 3 \rightarrow S = (3; +\infty)$

Suy ra phần bù của S là $(-\infty; 3]$. **Chọn D.**

Câu 68. Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(2x-1) \geq 2x+1$ có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.
A. $m=3$ **B.** $m=1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=-2$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $(2m-2)x \geq m+1$.

• Với $m=1$, bất phương trình trở thành $0x \geq 2$: vô nghiệm. Do đó $m=1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• Với $m > 1$, bất phương trình tương đương với $x \geq \frac{m+1}{2m-2} \rightarrow S = \left[\frac{m+1}{2m-2}; +\infty \right)$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{m+1}{2m-2} = 1 \Leftrightarrow m=3$: thỏa mãn $m > 1$.

• Với $m < 1$, bất phương trình tương đương với $x \leq \frac{m+1}{2m-2} \rightarrow S = \left(-\infty; \frac{m+1}{2m-2} \right]$: không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 69. Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2x-m < 3(x-1)$ có tập nghiệm là $(4; +\infty)$.
A. $m \neq 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $2x-m < 3x-3 \Leftrightarrow x > 3-m$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3-m; +\infty)$

Để bất phương trình trên có tập nghiệm là $(4; +\infty)$ thì $3-m=4 \Leftrightarrow m=-1$. **Chọn C.**

Câu 70. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx+4 > 0$ nghiệm đúng với mọi $|x| < 8$.
A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$. **B.** $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \right]$.

C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty \right)$. **D.** $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0 \right) \cup \left(0; \frac{1}{2} \right]$.

Lời giải

Cách 1. Ta có $|x| < 8 \Leftrightarrow -8 < x < 8 \Leftrightarrow x \in (-8; 8)$.

• **TH1:** $m > 0$, bất phương trình $\Leftrightarrow mx > -4 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{m} \rightarrow S = \left(-\frac{4}{m}; +\infty\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-8; 8) \subset S \Leftrightarrow -\frac{4}{m} \leq -8 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}$.

Suy ra $0 < m \leq \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• **TH2:** $m = 0$, bất phương trình trở thành $0 \cdot x + 4 > 0$: đúng với mọi x .

Do đó $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• **TH3:** $m < 0$, bất phương trình $\Leftrightarrow mx > -4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{m} \rightarrow S = \left(-\infty; -\frac{4}{m}\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-8; 8) \subset S \Leftrightarrow -\frac{4}{m} \geq 8 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Suy ra $-\frac{1}{2} \leq m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kết hợp các trường hợp ta được $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Cách 2. Yêu cầu bài toán tương đương với $f(x) = mx + 4 > 0, \forall x \in (-8; 8) \Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-8; 8)$ nằm phía trên trục hoành $\Leftrightarrow$ hai đầu mút của đoạn thẳng đó đều nằm phía trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-8) \geq 0 \\ f(8) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8m + 4 \geq 0 \\ 8m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$$

Câu 71. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x-2) - mx + x + 5 < 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2018; 2]$.

A. $m < \frac{7}{2}$ **B.** $m = \frac{7}{2}$ **C.** $m > \frac{7}{2}$ **D.** $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Cách 1. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2 - m + 1)x < 2m^2 - 5 \rightarrow x < \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}$

$\rightarrow S = \left(-\infty; \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}\right)$ (vì $m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m \in \mathbb{R}$)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-2018; 2] \subset \left(-\infty; \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}\right) \Leftrightarrow 2 < \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1} \Leftrightarrow m > \frac{7}{2}$. **Chọn C.**

Cách 2. Ta có $(m^2 - m + 1)x < 2m^2 - 5 \Leftrightarrow (m^2 - m + 1)x - 2m^2 + 5 < 0$.

Hàm số bậc nhất $y = (m^2 - m + 1)x - 2m^2 + 5$ có hệ số $m^2 - m + 1 > 0$ nên đồng biến.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(2) < 0 \Leftrightarrow (m^2 - m + 1).2 - 2m^2 + 5 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{2}$.

Câu 72. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x - 2) + m + x \geq 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$.

A. $m \geq -2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \leq -2$.

Lời giải

Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2 + 1)x \geq 2m^2 - m \rightarrow x \geq \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}$

$$\rightarrow S = \left[\frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}; +\infty \right).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-1; 2] \cap \left[\frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}; +\infty \right) \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1} \leq 2 \Leftrightarrow m \geq -2$. **Chọn A.**

Câu 73. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ x - m < 2 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m < -\frac{3}{2}$. **B.** $m \leq -\frac{3}{2}$. **C.** $m > -\frac{3}{2}$. **D.** $m \geq -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Bất phương trình $2x - 1 > 0$ có tập nghiệm $S_1 = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $x - m < 2$ có tập nghiệm $S_2 = (-\infty; m + 2)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m + 2 > \frac{1}{2} \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$. **Chọn C.**

Câu 74. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3(x - 6) < -3 \\ \frac{5x + m}{2} > 7 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -11$. **B.** $m \geq -11$. **C.** $m < -11$. **D.** $m \leq -11$.

Lời giải

Bất phương trình $3(x - 6) < -3$ có tập nghiệm $S_1 = (-\infty; 5)$.

Bất phương trình $\frac{5x+m}{2} > 7$ có tập nghiệm $S_2 = \left(\frac{14-m}{5}; +\infty\right)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{14-m}{5} < 5 \Leftrightarrow m > -11$.

Chọn A.

Câu 75. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \neq 1$.

Lời giải

Bất phương trình $x^2 - 1 \leq 0$ có tập nghiệm $S_1 = [-1; 1]$.

Bất phương trình $x - m > 0$ có tập nghiệm $S_2 = (m; +\infty)$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m < 1$. **Chọn C.**

Câu 76. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (m^2 + 1)x < 4 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m < -1$. **D.** $-1 < m < 1$.

Lời giải

Bất phương trình $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ có tập nghiệm $S_1 = [2; +\infty)$.

Bất phương trình $(m^2 + 1)x < 4 \Leftrightarrow x < \frac{4}{m^2 + 1}$ (do $m^2 + 1 > 0$).

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{4}{m^2 + 1}\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{4}{m^2 + 1} > 2$

Giải bất phương trình $\frac{4}{m^2 + 1} > 2 \Leftrightarrow 4 > 2(m^2 + 1) \Leftrightarrow 2 > 2m^2 \Leftrightarrow m^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Chọn D.

Câu 77. Hệ bất phương trình $\begin{cases} m(mx - 1) < 2 \\ m(mx - 2) \geq 2m + 1 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m < \frac{1}{3}$. **B.** $0 \neq m < \frac{1}{3}$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} m^2x < m+2 \\ m^2x \geq 4m+1 \end{cases}$.

- Với $m=0$, ta có hệ bất phương trình trở thành $\begin{cases} 0x < 2 \\ 0x \geq 1 \end{cases}$: hệ bất phương trình vô nghiệm.

- Với $m \neq 0$, ta có hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x < \frac{m+2}{m^2} \\ x \geq \frac{4m+1}{m^2} \end{cases}$.

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{m+2}{m^2} > \frac{4m+1}{m^2} \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$.

Vậy $0 \neq m < \frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

- Câu 78.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \geq 3 \\ x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
- A.** $m > 2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Bất phương trình $2x - 1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 2 \rightarrow S_1 = [2; +\infty)$.

Bất phương trình $x - m \leq 0 \Leftrightarrow x \leq m \rightarrow S_2 = (-\infty; m]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow 2 = m$. **Chọn B.**

- Câu 79.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} m^2x \geq 6 - x \\ 3x - 1 \leq x + 5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = \pm 1$. **D.** $m \geq 1$.

Lời giải

Bất phương trình $m^2x \geq 6 - x \Leftrightarrow (m^2 + 1)x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq \frac{6}{m^2 + 1}$

$\rightarrow S_1 = \left[\frac{6}{m^2 + 1}; +\infty \right)$.

Bất phương trình $3x - 1 \leq x + 5 \Leftrightarrow x \leq 3 \rightarrow S_2 = (-\infty; 3]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow \frac{6}{m^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$. **Chọn C.**

- Câu 80.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình
$$\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất.
- A.** $m = \frac{72}{13}$. **B.** $m > \frac{72}{13}$. **C.** $m < \frac{72}{13}$. **D.** $m \geq \frac{72}{13}$.

Lời giải

Bất phương trình $(x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{8}{13}$

$$\rightarrow S_1 = \left(-\infty; \frac{8}{13}\right].$$

Bất phương trình $2m \leq 8 + 5x \Leftrightarrow x \geq \frac{2m-8}{5} \rightarrow S_2 = \left[\frac{2m-8}{5}; +\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử
 $\Leftrightarrow \frac{8}{13} = \frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m = \frac{72}{13}$. **Chọn A.**

- Câu 81.** Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình
$$\begin{cases} mx \leq m-3 \\ (m+3)x \geq m-9 \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Giả sử hệ có nghiệm duy nhất thì $\frac{m-3}{m} = \frac{m-9}{m+3} \Leftrightarrow m = 1$.

Thử lại với $m = 1$, hệ bất phương trình trở thành
$$\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2$$
.

Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

- Câu 82.** Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2m(x+1) \geq x+3 \\ 4mx+3 \geq 4x \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất.
- A.** $m = \frac{5}{2}$. **B.** $m = \frac{3}{4}$. **C.** $m = \frac{3}{4}; m = \frac{5}{2}$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Hệ bất phương trình tương đương với
$$\begin{cases} (2m-1)x \geq 3-2m \\ (4m-4)x \geq -3 \end{cases}$$
.

Giả sử hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất thì

$$\frac{3-2m}{2m-1} = \frac{-3}{4m-4} \Leftrightarrow 8m^2 - 26m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4} \text{ hoặc } m = \frac{5}{2}.$$

Thử lại

• Với $m = \frac{3}{4}$, hệ trở thành $\begin{cases} \left(\frac{3}{2} - 1\right)x \geq 3 - \frac{3}{2} \\ -x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$: thỏa mãn.

• Với $m = \frac{5}{2}$, hệ trở thành $\begin{cases} 4x \geq -2 \\ 6x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$: không thỏa mãn.

Vậy $m = \frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 83. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + 4 > x + 9 \\ 1 - 2x \leq m - 3x + 1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{5}{2}$. **B.** $m \geq \frac{5}{2}$. **C.** $m < \frac{5}{2}$. **D.** $m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Bất phương trình $3x + 4 > x + 9 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2} \rightarrow S_1 = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $1 - 2x \leq m - 3x + 1 \Leftrightarrow x \leq m \rightarrow S_2 = (-\infty; m]$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. **Chọn D.**

Câu 84. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 7 \geq 8x + 1 \\ m + 5 < 2x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -3$. **B.** $m \geq -3$. **C.** $m < -3$. **D.** $m \leq -3$.

Lời giải

Bất phương trình $2x + 7 \geq 8x + 1 \Leftrightarrow -6x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq 1 \rightarrow S_1 = (-\infty; 1]$.

Bất phương trình $m + 5 < 2x \Leftrightarrow x > \frac{m+5}{2} \rightarrow S_2 = \left(\frac{m+5}{2}; +\infty\right)$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow 1 \leq \frac{m+5}{2} \Leftrightarrow m \geq -3$. **Chọn B.**

Câu 85. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{72}{13}$. **B.** $m \geq \frac{72}{13}$. **C.** $m < 1$ **D.** $m < 1$

Lời giải

Bất phương trình $(x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq x^2 + 7x + 1$

$$\leftrightarrow -6x + 9 \geq 7x + 1 \leftrightarrow 8 \geq 13x \leftrightarrow x \leq \frac{8}{13} \rightarrow S_1 = \left(-\infty; \frac{8}{13}\right].$$

Bất phương trình $m \leq 3$.

$$\text{Để hệ bất phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{8}{13} < \frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m > \frac{72}{13}.$$

Chọn **A.**

Câu 86. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + 5 \geq x - 1 \\ (x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \\ mx + 1 > (m-2)x + m \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m = 3$ **B.** $m \geq 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $m \leq 3$.

Lời giải

Bất phương trình $3x + 5 \geq x - 1 \leftrightarrow 2x \geq -6 \leftrightarrow x \geq -3 \rightarrow S_1 = [-3; +\infty).$

Bất phương trình $(x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \leftrightarrow x^2 + 4x + 4 \leq x^2 - 2x + 1 + 9$

$$\leftrightarrow 4x + 4 \leq -2x + 1 + 9 \leftrightarrow 6x \leq 6 \leftrightarrow x \leq 1 \rightarrow S_2 = (-\infty; 1].$$

Suy ra $S_1 \cap S_2 = [-3; 1]$.

Bất phương trình $mx + 1 > (m-2)x + m \leftrightarrow mx + 1 > mx - 2x + m$

$$\leftrightarrow 1 > -2x + m \leftrightarrow 2x > m - 1 \leftrightarrow x > \frac{m-1}{2} \rightarrow S_3 = \left(\frac{m-1}{2}; +\infty\right).$$

$$\text{Để hệ bất phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow (S_1 \cap S_2) \cap S_3 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{m-1}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Chọn **B.**

Câu 87. Hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2(x-3) < 5(x-4) \\ mx + 1 \leq x - 1 \end{cases}$$
 vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \leq 1$.

Lời giải

Bất phương trình

$$2(x-3) < 5(x-4) \leftrightarrow x > \frac{14}{3} \rightarrow S_1 = \left(\frac{14}{3}; +\infty\right).$$

Bất phương trình $mx + 1 \leq x - 1 \leftrightarrow (m-1)x \leq -2$ (*)

• Với $m = 1$, khi đó (*) trở thành $0x \leq -2$: vô nghiệm $\rightarrow$ hệ vô nghiệm.

— $\rightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m = 1$.

• Với $m > 1$, ta có $(*) \leftrightarrow x \leq \frac{-2}{m-1} \rightarrow S_2 = \left(-\infty; \frac{-2}{m-1} \right]$

— $\rightarrow$ hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{-2}{m-1} \leq \frac{14}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{-6}{3(m-1)} \leq \frac{14(m-1)}{3(m-1)} \Leftrightarrow -6 \leq 14(m-1) \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{7}$ (do với $m > 1 \rightarrow m-1 > 0$).

— $\rightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m > 1$.

• Với $m < 1$, ta có $(*) \leftrightarrow x \geq \frac{-2}{m-1} \rightarrow S_2 = \left[\frac{-2}{m-1}; +\infty \right)$.

Khi đó $S_1 \cap S_2$ luôn luôn khác rỗng nên $m < 1$ không thỏa mãn.

Vậy $m \geq 1$ thì hệ bất phương trình vô nghiệm.

Chọn B.